

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

**TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF
FLUID-FLOW MACHINERY**

**PRACE
INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH**



100



GDAŃSK 1996

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machines

*

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

Wydanie publikacji dofinansowane zostało przez PAN ze środków DOT uzyskanych z Komitetu Badań Naukowych

EDITORIAL BOARD – RADA REDAKCYJNA

TADEUSZ GERLACH * HENRYK JARZYNA * JERZY KRZYŻANOWSKI
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ * WŁODZIMIERZ J. PROSNAK
JÓZEF ŚMIGIELSKI * ZENON ZAKRZEWSKI

EDITORIAL COMMITTEE – KOMITET REDAKCYJNY

EUSTACHY S. BURKA (EDITOR-IN-CHIEF – REDAKTOR NACZELNY)
JAROSŁAW MIKIELEWICZ
EDWARD ŚLIWICKI (EXECUTIVE EDITOR – REDAKTOR) * ANDRZEJ ŻABICKI

EDITORIAL OFFICE – REDAKCJA

Wydawnictwo Instytutu Maszyn Przepływowych
Polskiej Akademii Nauk
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. poczt. 621,
☎ (0-58) 46-08-81 wew. 141, fax: (0-58) 41-61-44,
e-mail: esli@imppan.imp.pg.gda.pl

ISSN 0079-3205

JAN MADEJSKI¹

Odparowanie rozprężne w cienkich rurach²

W zjawiskach odparowania rozprężnego uczestniczą dwa typy zarodków, a mianowicie zarodki w zagłębieniach powierzchni, wywołujące nukleację powierzchniową, wpływającą głównie na liczbę oporu przepływu, oraz zarodki w objętości, wywołujące nukleację objętościową, która powoduje intensywne odparowanie połączone ze wzrostem prędkości cieczy. Przykładem urządzenia, w którym wraz ze znacznym spadkiem ciśnienia występuje odparowanie rozprężne, jest kapilara chłodnicza, będąca elementem dławiającym chłodziarki. W niniejszym opracowaniu podano teorię takiej kapilary.

Oznaczenia

a	- dyfuzyjność cieplna,	p	- ciśnienie
A	- powierzchnia przekroju rury	$p'_s = (dp/dT)_{T=T_s}$	-
c_p	- ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu	Pr	- liczba Prandtla,
C	- stała,	q	- strumień cieplny,
d	- średnica rury,	R	- promień zarodka pary,
d_h	- średnica hydrauliczna,	R_C	- promień aktywnego zarodka pary,
D	- średnica pęcherzyka,	Re	- liczba Reynoldsa,
D_o	- średnica pęcherzyka w chwili oderwania,	S	- poślizg,
f	- liczba oporu Fanninga dla warunków oderwania pęcherzyka,	t	- czas,
f_o	- liczba oporu Fanninga dla rury gładkiej	T	- temperatura,
$\bar{f}$	- liczba oporu Fanninga dla przepływu pęcherzykowego,	T_s	- temperatura nasycenia,
g	- przyspieszenie ziemskie,	ΔT	- przegrzanie cieczy,
G	- prędkość masowa,	w	- prędkość,
Δh	- entalpia parowania,	x	- jakość,
i, j, k	- liczby całkowite,	x_{eq}	- stopień suchości (jakość równowagowa),
Ja	- liczba Jakoba,	z	- współrzędna,
l	- stała kapilarna,	α	- współczynnik przejmowania ciepła,
L	- długość rury,	γ	- stała,
$\dot{m}$	- wydatek masowy,	δ	- grubość warstwy przyściennej,
n	- populacja zarodków pary na powierzchni,	ε	- współczynnik,
n_V	- populacja zarodków pary w objętości,	λ	- przewodność cieplna,
N	- ilość zarodków pary,	μ	- dynamiczny współczynnik lepkości,
$\dot{N}$	- wydatek liczbowy pęcherzyków,	ρ	- gęstość,
		σ	- napięcie powierzchniowe,
		τ_w	- naprężenie styczne na ścianie,
		$\bar{\varphi}$	- średni w przekroju stopień zapelnienia,
		ϕ_{itt}	- współczynnik Martinelli'ego-Nelsona-Lockharta.

¹Warszawa, ul. św. Bonifacego 83/85 m. 92

²Praca wykonana w ramach grantu KBN 0376/P4/94/06

Wstęp

W małych chłodziarkach (szafach chłodniczych) są stosowane cienkie rurki, czyli kapilary, jako elementy dławiące, zastępujące zawory regulacyjne. Zwykle stosuje się kapilary o średnicy 1 mm i długości do 5 m. Wydatek sprężarek hermetycznych mieści się zazwyczaj w granicach od 5 do 10 kg/h w przypadku freonu R12. Daje to $\dot{m} = (1.39 \div 2.78) \cdot 10^{-3}$ kg/s, a przy średnicy rurki 1 mm wypadają dość duże prędkości masowe $G = 1770 \div 3540$ kg/m²s. Powstaje w związku z tym problem maksymalnej przepustowości rurki w stacjonarnych warunkach pracy. W przypadku przepływu 1-fazowego substancji ściśliwej problem ten wiąże się z krytycznymi warunkami przepływu. Jak wiadomo, podczas przepływu stacjonarnego przez kanał o stałym przekroju prędkość substancji nie może przekroczyć granicy prędkości dźwięku, a więc w przepływie subsonicznym ze spadkiem ciśnienia nie może być większa od prędkości dźwięku. Gdy te warunki zostaną osiągnięte, co zdarza się przy określonej długości kanału, następuje jego blokada, polegająca na tym, że przy dalszym spadku przeciwcisnienia nie można zwiększyć wydatku. Podobnie rzecz się ma w przypadku dysz zbieżnych i dysz ostrokrawędziowych (dysz Bordy).

W przepływach 2-fazowych analogiczne zjawisko blokady występuje również. Jeśli chodzi o dysze, to sprawa ta jest szczegółowo omówiona w książce [1]. Są to jednak urządzenia ekspansyjne o małej długości, na których nie można zaobserwować wszystkich zjawisk odparowania rozprężnego (*flashing*). Pod tym względem wyniki obserwacji nad przepływem 2-fazowym w długich rurach o stałym przekroju mogą dostarczyć więcej informacji o fizyce zjawiska.

Taki właśnie jest cel tego opracowania, albowiem z praktycznego punktu widzenia sprawa może wydawać się mniej godna uwagi, gdyż kapilara stanowi mały element urządzenia chłodniczego, jej charakterystyka przepływowa może być wyznaczona doświadczalnie, zaś eksperymenty nie są kosztowne ani czasochłonne.

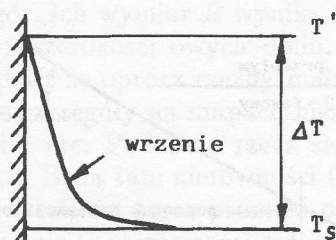
1. Wrzenie a odparowanie rozprężne

Wszelkie zmiany fazowe substancji wymagają styku starej fazy z zarodkami fazy nowej, które mogą istnieć bądź na powierzchni ścianki, zamykającej starą fazę, bądź są rozsiane w objętości starej fazy. W pierwszym przypadku mamy do czynienia z nukleacją powierzchniową, w drugim – z nukleacją objętościową.

Na rys. 1 pokazane są rozkłady temperatury cieczy w pobliżu ścianki ograniczającej. W przypadku wrzenia temperatura ścianki T_w jest odpowiednio wyższa od temperatury nasycenia T_s , którą przypisuje się zwykle zarodkom nowej fazy, tj. pary. W ten sposób ciecz stykająca się ze ścianką, a więc i z zarodkami pary ma przegrzanie

$$T = T_w - T_s = T' - T_s. \quad (1)$$

Ciepło, wymagane dla zmiany fazowej, doprowadzane jest od ścianki do cieczy i wskutek tego przy ścianie powstaje rozkład temperatury, jak na rys. 1. Zasadniczy



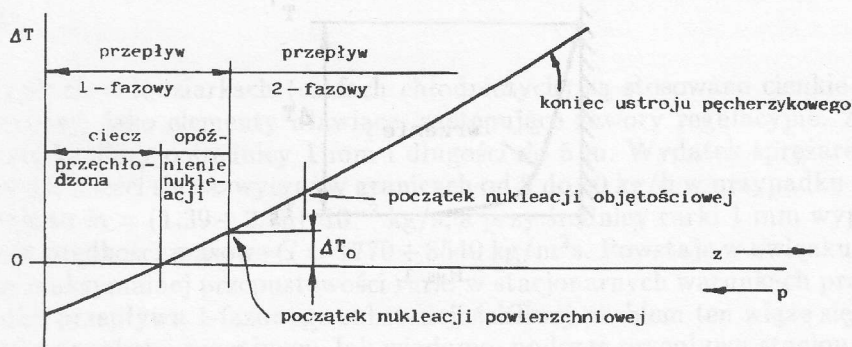
Rys. 1.

wzrost pęcherzyka pary odbywa się w warstwie przyściennej, a po oderwaniu się od powierzchni grzejnej pęcherzyk wchodzi w obszar małych przegrzań cieczy, co powoduje znaczne osłabienie wzrostu. Obserwowany pokaźny wzrost w doświadczeniach z wrzeniem w zbiorniku należy tłumaczyć przede wszystkim ekspansją pary podczas lotu pęcherzyka ku obszarom zmniejszającego się ciśnienia hydrostatycznego. Poza warstwą przyścienną przegrzania wrzącej cieczy są więc zwykle tak niewielkie, że nukleacja objętościowa nie wchodzi w rachubę. Inaczej rzecz się ma w przypadku odparowania rozprężnego, które pojawi się, gdy przy niezmiennej nawet temperaturze cieczy T' w całej masie cieczy ciśnienie jej, a więc i temperatura nasycenia T_s , spadnie wytwarzając przegrzanie ΔT , wystarczające do uaktywnienia zarodków pary na ściance, choćby adiabatycznej. Wtenczas ciepło, wymagane dla zmiany fazowej, dostarczane jest od samej cieczy, co powoduje w konsekwencji obniżenie się temperatury cieczy. Jest więc odparowanie rozprężne niejako wrzeniem pęcherzykowym *à rebours*, przynajmniej w pierwszej fazie, gdy aktywne są tylko zarodki na ściance. W miarę dalszego wzrostu przegrzania cieczy aktywizują się zarodki w głębi cieczy, a nukleacja objętościowa znacznie wzmacnia proces powstawania pary.

Odparowanie rozprężne można realizować w różnych urządzeniach, ale najbardziej charakterystycznym, jak się wydaje, jest przepływ w kanałach o stałym przekroju, połączony z dużym spadkiem ciśnienia spowodowanym przez opory tarcia. Typowym przykładem jest kapilara chłodnicza z zaokrąglonym przez odpowiednie rozwalcowanie wlotem, co eliminuje efekt *vena contracta*. Taką kapilarę zasila się cieczą, często przechłodzoną, pod ciśnieniem skraplacza i dławi się ciecz do ciśnienia parownika.

W miarę spadku ciśnienia maleje temperatura nasycenia, a ponieważ temperatura cieczy maleje znacznie wolniej, więc w kierunku przepływu rośnie przegrzanie cieczy ΔT , jak to pokazano na rys. 2.

Na odcinku wlotowym jest przepływ 1-fazowy, a spadek ciśnienia można obliczyć ze zwykłych wzorów. Z chwilą, gdy $T' = T_s$, $\Delta T = 0$, mamy już do czynienia z cieczą w stanie nasycenia, ale zarodki pary nie są jeszcze aktywne, co powoduje opóźnienie nukleacji oraz przepływ 1-fazowy w dalszym ciągu aż do miejsca, gdzie przegrzanie ΔT_0 powoduje początek nukleacji powierzchniowej. Stopniowo aktywizują się coraz mniejsze zarodki na ściance, a później zarodki w głębi cie-



Rys. 2.

czy, dając nukleację objętościową i szybki wzrost stopnia zapełnienia i prędkości cieczy.

Ustrój pęcherzykowy przepływu 2-fazowego może zakończyć się w pewnym miejscu kanału, przy czym są dwie możliwości dalszych zjawisk. Pierwszą jest kryzys powierzchniowego wrzenia pęcherzykowego, dający w efekcie przepływ błonkowy, zmieniający się później w kroplowy i mgłowy. Coś podobnego obserwuje się w dyszach Bordy. Drugą możliwością, jak się okazuje bardziej prawdopodobną w rurociągach długich, jest zmiana ustroju z pęcherzykowego na korkowy. W tym przypadku powstają pulsacje, wynikające z wyrzucania z wylotu rury korków cieczy.

2. Powstawanie pęcherzyków na ścianie

W związku z tym należy rozstrzygnąć kilka zagadnień cząstkowych, a mianowicie:

- a. mikrogeometrię powierzchni, a w szczególności największy promień zagłębienia R_o oraz populację zagłębienia tej klasy n_o ; populację zagłębienia n_i w zakresie $R_i < R < R_o$;
- b. ustalone termodynamicznie kryterium aktywizacji zarodka parowego usytuowanego na zagłębieniu o promieniu R ;
- c. ustaloną hydrodynamicznie średnicę oderwania pęcherzyka, D_o ;
- d. prawo wzrostu pęcherzyka w cieczy o równomiernym przegrzaniu oraz częstotliwość produkcji pęcherzyków powstających na danym zarodku.

Ad a. Jeśli topografię obrobionej powierzchni metalowej wyobrazimy sobie jako układ gór i dolin, to zarodki parowe mogą egzystować jedynie w dolinach,

nigdy na szczytach gór. Ich wymiar R wynika z głębokości względem średniego poziomu, lub z szerokości owych dolin. Obserwując dalej przyjęty model można stwierdzić, że oprócz rzeźby makroskopowej, zaznaczanej na mapach, będą jeszcze szczegóły na mapach niezaznaczane, a więc rozmaite dołki, kamienie, skałki etc. Podobnie rzecz się ma z mikrogeometrią powierzchni obrobionych. Będą tam nierówności (rysy) wynikające z obróbki, a wymiary ich będą określone przez promień ostrza narzędzia, jego sztywność, posuw etc. Stanowią te nierówności cechę chropowatości, którą mierzy się profilometrem (profilografem), przy czym tylko te nierówności są wykrywalne, których promień jest odpowiednio większy od promienia ostrza igły mierniczej. Cechą reprezentatywną tej klasy jest ich średnia wysokość, która dla powierzchni gładko obrabianych jest rzędu mikrometrów. W załączniku A podany jest przykład oceny promienia R na podstawie pomiarów wrzenia pęcherzykowego w zbiorniku.

Gdyby te nierówności wynikały z istnienia dołków, równomiernie rozsianych na powierzchni, wtenczas ich populacja byłaby odwrotnie proporcjonalna do kwadratu promienia, tj.

$$n \sim R^{-2}.$$

W obróbce skrawaniem nierówności występują nie w postaci dołków, lecz rys. Wobec tego powinno być

$$n \sim R^{-1} \quad (2)$$

i taki charakter zależności jest potwierdzony przez korelacje dla wrzenia pęcherzykowego w zbiorniku.

Drugą klasę nierówności stanowią zagłębienia na granicy ziaren (krystalitów). Nie można ich wykryć profilometrem, a tylko bardziej subtelnymi metodami. Z racji małych wymiarów istnienie takich zarodków objawia się dopiero przy wyższych przegrzaniach cieczy, co wskazuje, że promienie zagłębień tej klasy są o rząd wielkości lub nawet dwa, mniejsze od promieni poprzednio omówionej klasy.

Populacja tych zarodków z natury rzeczy stosuje się do prawa (2).

Ad b. Zarodek parowy o promieniu R staje się aktywny, tzn. następuje wzrost średnicy pęcherzyka, tylko wtedy, gdy $R \geq R_C$, przy czym z rozważań termodynamicznych wynika, że w warstwie przyściennej termicznej o grubości δ jest (vide [2])

$$1 + \frac{R_C}{\delta} = \frac{\Delta\rho}{\rho'} \cdot \frac{p'_s R_C \Delta T}{2\sigma}, \quad p'_s = \left(\frac{dp}{dT} \right)_{T=T_s}, \quad \Delta\rho = \rho' - \rho'', \quad (3)$$

gdzie ΔT jest przegrzaniem cieczy na ścianie, σ napięciem powierzchniowym, zaś ρ' i ρ'' gęstościami cieczy i pary w warunkach nasycenia, tj. przy

$$T = T_s.$$

Gdy ciecz jest przegrzana równomiernie, co właśnie ma miejsce w odparowaniu rozprężnym, wówczas $\delta = \infty$ oraz

$$\frac{\Delta\rho}{\rho'} \cdot \frac{p'_s R_C \Delta T}{2\sigma} = 1 \quad (4)$$

i ten wzór będzie wykorzystany w rozważanym problemie.

Ad c. Średnica pęcherzyka w chwili oderwania, D_o , zależy w warunkach przepływu wyłącznie od danych hydromechanicznych. Sposób jej obliczenia został podany w pracy [3]. Załącznik B podaje przykład obliczeń.

Ad d. Wzrost pęcherzyków parowych o niezbyt małych średnicach następuje w tzw. izobarycznym stadium. Dla pojedynczego pęcherzyka w równomiernie przegrzanej cieczy można posłużyć się zależnością Forstera-Zubera

$$D = 2Ja\sqrt{\pi a't}, \quad a' = \lambda'/(c'_p \rho'), \quad (5)$$

gdzie

$$Ja = c'_p \rho' \Delta T / (\rho'' \Delta h) \quad (6)$$

jest liczbą Jakoba, w której c'_p jest ciepłem właściwym cieczy, Δh entalpią parowania, λ' przewodnością cieplną cieczy, zaś t czasem. Podstawiając $D = D_o$ można obliczyć czas, w którym pęcherzyk rośnie na zarodku. Mamy więc

$$t_o = \frac{1}{\pi a'} \left(\frac{D_o}{2Ja} \right)^2. \quad (7)$$

Gdyby przy ścianie panował gradient temperatury, to po oderwaniu się pęcherzyka zarodek zostałby zalany cieczą o niższej temperaturze, a wskutek tego przestałby działać przez czas t_w , zwany czasem jałowym. Częstotliwość produkcji pęcherzyków przez dany zarodek wyniosłaby wtedy $(t_o + t_w)^{-1}$, zaś udział czasowy wzrostu pęcherzyka byłby

$$\varepsilon' = \frac{t_o}{t_o + t_w} < 1. \quad (8)$$

W warunkach równomiernego przegrzania zjawisko to nie wystąpi, przeto $\varepsilon' = 1$, a natychmiast po oderwaniu pęcherzyka zacznie na danym zarodku rosnąć nowy pęcherzyk. W ten sposób okres produkcji pęcherzyka wynosi

$$\Delta t = t_o.$$

Po oderwaniu pęcherzyk jest porywany przez płynącą ciecz, a jego prędkość stopniowo wzrasta aż do wartości równej prędkości cieczy, gdy poślizg

S będzie równy jedności. Do tego czasu będzie $S < 1$. Przy dużych spadkach ciśnienia w kanale i przy dużych prędkościach cieczy odcinek ten może być bardzo krótki. Dlatego z dużym prawdopodobieństwem można przyjmować $S = 1$ już począwszy od chwili oderwania pęcherzyka.

Gdy pęcherzyk porusza się wraz z cieczą, wtenczas średnica jego rośnie według prawa (5).

3. Pęcherzyki powstające w głębi cieczy

Podczas wrzenia w zbiorniku zarodki w głębi cieczy ujawniają się, gdy wyeliminuje się możliwość nukleacji powierzchniowej, np. przez użycie ścian szklanych. Nadto ciecz musi być ogrzewana w całej masie, a nie poprzez ściany zbiornika. Jasiński [4] stosował ogrzewanie mikrofalowe wody pod ciśnieniem atmosferycznym i uzyskiwał przegrzania cieczy do kilkunastu stopni Celsjusza. W efekcie końcowym następowało bardzo szybkie odparowanie w formie eksplozji, przy czym nukleacja zaczynała się na zarodku, będącym obcym ciałem stałym. Chronologicznie wcześniejszy sposób uzyskiwania przegrzania cieczy polega na rozprężeniu cieczy w maszynie tłokowej. Na tej zasadzie opiera się komora Glasera do obserwacji cząstek elementarnych.

Natura zarodków w głębi cieczy może być bardzo różnaita. Chyba najwięcej uwagi poświęcono studiom nad stanami metastabilnymi cieczy, które są określone przez równanie van der Wallsa. W związku z tym jako tzw. zarodki homogeniczne określa się skupiska molekuł w fazie gazowej powstałe wskutek fluktuacji gęstości. Daje to średnice zarodków rzędu nanometrów.

Wyniki te miałyby praktyczne znaczenie, gdyby nie obecność w cieczy ciał obcych, które mogą dawać zaczątek tzw. nukleacji heterogenicznej. Do tych zarodków należą cząstki elementarne o dużej energii, jony, skupiska desorbowanego gazu, wreszcie cząstki stałe (pylinki). Im większy promień tych zarodków, tym niższego przegrzania wymaga ich aktywacja, a więc ważniejszy jest ich udział w zjawisku.

Ciecze, używane w technice, podlegają obróbce oczyszczającej, głównie przez odgazowanie i filtrowanie. W warunkach laboratoryjnych usuwanie pylinek odbywa się przy użyciu sączków z bibuły, zatrzymujących pylinki o średnicy większej od $0,4 \mu\text{m}$ (vide [5], str. 597). A więc ciała stałe w tzw. rozdrobnieniu koloidalnym, których średnica wynosi od kilku nanometrów do $0,5$ mikrometra, występują na pewno w cieczach jako zarodki, gdyż można się ich pozbyć jedynie przez zastosowanie ultrasączków. Promień tych zarodków może okazać się większy od promienia zarodka na powierzchni ścianki, który aktywizuje się w warunkach kryzysu wrzenia pęcherzykowego (vide Załącznik A), co wskazuje, że np. we freonie R12 eksplozją pęcherzyków w głębi cieczy wystąpi wcześniej, niż mógłby zaistnieć ustrój błonkowy.

Wzrost tych pęcherzyków jest rządony prawem (5), a ich poślizg równa się jedności.

Populacja zarodków na jednostkę objętości mogłaby być określona, gdyby był

znany udział masowy zanieczyszczeń stałych. Gdyby wynosił on zaledwie 10 ppb (*parts per billion*), to populacja zarodków wyniosłaby ok. 10^{10} m^{-3} , tzn. 10 zarodków na mm^3 cieczy. W takim przypadku należy jednak uwzględnić stopień zapełnienia, gdyż część tych zarodków znajdzie się w obszarze pary.

4. Spadek ciśnienia w kanale

Pomijając hydrostatyczny spadek ciśnienia mamy dla rury okrągłej o średnicy d i długości L

$$\Delta p = \frac{G^2}{\rho_1} \cdot \left[2f \frac{L}{d} + \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right) \right], \quad (9)$$

gdzie G jest prędkością masową, ρ_1 gęstością na wlocie, ρ_2 gęstością na wylocie, zaś f liczbą oporu Fanninga, która dla rur gładkich wyraża się wzorem

$$f = 0.046 Re^{-0.2}, \quad Re = Gd/\mu. \quad (10)$$

przy czym μ jest dynamicznym współczynnikiem lepkości.

We wzorze (9) pierwszy wyraz w nawiasie kwadratowym określa opór tarcia, a drugi przyspieszeniowy spadek ciśnienia.

Z doświadczeń Wallisa [6] nad oporami 2-fazowego przepływu pęcherzykowego wynika, że opór tarcia jest nieco większy od oporu przepływu fazy ciekłej, a to wskutek dodatkowego oporu, jaki stawiają rosnące na ścianie pęcherzyki, tworzące jakby chropowatość ścianki. Ten dodatkowy opór jest nieco mniejszy niż gdyby tę chropowatość stanowiły ciała stałe, np. ziarnka piasku w doświadczeniach Nikuradsego nad rurami chropowatymi. Staub [7] zaleca zmniejszenie naprężenia stycznego na ścianie, τ_w , do 60%, tj.

$$\tau_w = 0.6f \frac{G^2}{2\rho}. \quad (11)$$

Liczbę oporu w tym wzorze należy obliczyć ze wzoru Nikuradsego, albo z nowszego wzoru Colebrooka-White'a

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4 \log_{10} \left(\frac{D_o}{3.7d} + \frac{1.255}{Re \cdot \sqrt{f}} \right), \quad (12)$$

obowiązującego także dla rur gładkich. We wzorze tym D_o oznacza ogólnie szorstkość bezwzględna, a w przypadku przepływu pęcherzykowego średnicę pęcherzyka w chwili oderwania, którą oblicza się wspólnie z liczbą oporu (vide Załącznik B).

Inny sposób redukcji naprężenia stycznego zasadza się na następującym rozumowaniu. W chwili początkowej produkcji pęcherzyka liczba oporu jest taka jak dla rury gładkiej, a więc oblicza się ją ze wzoru (10). Tę wartość oznaczmy przez f_o . W chwili oderwania liczba oporu wynosi f . Wartość średnia wynosi więc $0.5(f_o + f)$, a więc

$$\tau_w = 0.5(f_o + f) \frac{G^2}{2\rho}. \quad (13)$$

W przypadku, rozpatrzonym w Załączniku B, otrzymano $f = 0.03653$ wobec tego zastępcza liczba oporu według Stauba wyniesie $0.6 \cdot 0.03653 = 0.02192$. Kładąc we wzorze (12) $D_o = 0$ oraz $Re = 1.411 \cdot 10^4$ otrzymujemy $f_o = 0.00706$, co daje $0.5(f_o + f) = 0.5 \cdot (0.00706 + 0.03653) = 0.02180$, a więc wynik różniący się o 0.5%.

W ogólnym przypadku wrzenia w przepływie należy uwzględnić jeszcze udział czasowy wzrostu pęcherzyka ε' (wzór(8)) oraz udział powierzchni zajętej przez pęcherzyki, ε'' . Zastępcza liczba oporu, o której mowa powyżej, dotyczy więc udziału

$$\varepsilon = \varepsilon' \cdot \varepsilon'' \quad (14)$$

„czaso-powierzchni”, podczas gdy na reszcie obowiązuje liczba oporu f_o . Tak więc „wypadkową” liczbę oporu określa wzór

$$\bar{f} = \varepsilon \cdot 0.5(f_o + f) + (1 - \varepsilon)f_o, \quad (15)$$

lub według zaleceń Stauba

$$\bar{f} = \varepsilon \cdot 0.6 \cdot f + (1 - \varepsilon)f_o. \quad (16)$$

Z powyższych wywodów wynika, że we wzorze na tarcowy gradient ciśnienia należy podstawić liczbę oporu $\bar{f}$ i prędkość w' cieczy, a tym samym i pary, albowiem zakłada się, że poślizg $S = 1$. Tak więc

$$-\frac{dp_f}{dz} = 2\bar{f} \frac{\rho' w'^2}{d}. \quad (17)$$

W ujęciu formalnym Martinelli'ego-Nelsona-Lockharta mamy dla przepływu 2-fazowego

$$\frac{(dp/dz)_{TPF}}{(dp/dz)_l} = \phi_{lft}^2, \quad (18)$$

przy czym

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{TPF} = \frac{dp_f}{dz}; \quad \left(\frac{dp}{dz}\right)_l = 2f_o \frac{\rho' w'^2}{d}, \quad (19)$$

gdzie np.

$$f_o = 0.046(\rho' w' d / \mu')^{-0.2}. \quad (20)$$

Po podstawieniu do wzoru (17) otrzymujemy

$$\phi_{lft}^2 = \bar{f} / f_o, \quad (21)$$

a więc alternatywnie

$$\phi_{lft}^2 = 1 + 0.5\varepsilon \left(\frac{f}{f_o} - 1 \right), \quad \phi_{lft}^2 = 1 + \varepsilon \left(0.6 \frac{f}{f_o} - 1 \right). \quad (22)$$

Przy stałym wydatku i stałym przekroju rury prędkość masowa G jest stała i wyraża się wzorem

$$G = \rho' w'(1 - \bar{\varphi}) + \rho'' w'' \bar{\varphi}, \quad (23)$$

gdzie $\bar{\varphi}$ jest średnim w przekroju stopniem zapełnienia. Dla $S = 1$ jest $w'' = w'$, a ponieważ zwykle (zwłaszcza podczas ekspansji) jest $\rho'' \ll \rho'$, więc

$$G = w'[\rho'(1 - \bar{\varphi}) + \rho'' \bar{\varphi}] = w' \bar{\rho} \approx w' \rho'(1 - \bar{\varphi}), \quad (24)$$

przy czym $\bar{\rho}$ jest średnią gęstością określoną wzorem

$$\bar{\rho} = \rho'(1 - \bar{\varphi}) + \rho'' \bar{\varphi} \approx \rho''(1 - \bar{\varphi}). \quad (25)$$

Wielkość ta występuje w przyspieszeniowym gradiencie ciśnienia

$$-\frac{dp_a}{dz} = \frac{d}{dz} \left(\frac{G^2}{\bar{\rho}} \right). \quad (26)$$

Podstawiając (24) i (25) do (17) i (26) otrzymujemy

$$-\frac{dp_f}{dz} = 2\bar{f} \cdot \frac{G^2}{\rho' d} \cdot (1 - \bar{\varphi})^{-2}, \quad (27)$$

$$-\frac{dp_a}{dz} = \frac{G^2}{\rho'} (1 - \bar{\varphi})^{-2} \frac{d\bar{\varphi}}{dz}, \quad (28)$$

oraz

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{G^2}{\rho'} (1 - \bar{\varphi})^{-2} \left(\frac{2\bar{f}}{d} + \frac{d\bar{\varphi}}{dz} \right). \quad (29)$$

Liczbę oporu f_o można obliczyć ze wzoru (20) dla $\bar{\varphi} = 0$. Gdy $\bar{\varphi} > 0$, trzeba w liczbie Reynoldsa wprowadzić zamiast d średnicę hydrauliczną

$$d_h = 4A'/\pi d = 4 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot (1 - \bar{\varphi})/\pi d = (1 - \bar{\varphi}) \cdot d. \quad (30)$$

Wykorzystując (24) otrzymamy

$$Re = w' \rho' d_h / \mu' = \frac{G}{1 - \bar{\varphi}} \cdot (1 - \bar{\varphi}) \cdot d / \mu' = Gd / \mu'. \quad (31)$$

Dla freonu R12 dynamiczny współczynnik lepkości w zakresie temperatur od 30°C do -30°C zmienia się w stosunku 1.154, a po podniesieniu do potęgi 0.2 w myśl wzoru (20) otrzymuje się 1.029. Tak więc liczba oporu f_o może być przyjęta jako stała w procesie odparowania rozprężnego.

5. Jakość i stopień suchości

Udział masowy pary w systemie 2-fazowym, czyli jakość x , wyraża się w ogólnym przypadku wzorem

$$x = \frac{\rho'' \bar{\varphi} S}{\rho'(1 - \bar{\varphi}) + \rho'' \bar{\varphi} \cdot S}, \quad (32)$$

zaś dla $S = 1$ mamy

$$x = \frac{\rho'' \bar{\varphi}}{\bar{\rho}} \approx \frac{\bar{\varphi}}{1 - \bar{\varphi}} \cdot \frac{\rho''}{\rho'}. \quad (33)$$

Wydatek entalpii na wlocie wynosi

$$\dot{H}(z_o) = GA \cdot c'_p(T'_o - T_{ref}), \quad A = \pi d^2/4, \quad (34)$$

gdzie T'_o jest temperaturą cieczy na wlocie, zaś T_{ref} temperaturą odniesienia. W miejscu z , gdzie jest stopień zapełnienia $\bar{\varphi}$ i temperatura T' , mamy przy $S = 1$, czyli $w'' = w'$

$$\dot{H}(z) = w' \rho' \cdot A(1 - \bar{\varphi})c'_p(T' - T_{ref}) + w' \rho'' A \bar{\varphi} [\Delta h + c'_p(T_s - T_{ref})]. \quad (35)$$

Mamy do czynienia z dławieniem, więc $\dot{H} = const = \dot{H}(z_o)$. Podstawiając G ze wzoru (24) mamy po skróceniu przez $w' A$ i rozwinięciu

$$\begin{aligned} & \rho'(1 - \bar{\varphi})c'_p T' - \rho'(1 - \bar{\varphi})c'_p T_{ref} + \rho'' \bar{\varphi} \Delta h + \rho'' \bar{\varphi} c'_p T_s - \rho'' \bar{\varphi} c'_p T_{ref} = \\ & = \rho'(1 - \bar{\varphi})c'_p T'_o + \rho'' \bar{\varphi} c'_p T'_o - \rho'(1 - \bar{\varphi})c'_p T_{ref} - \rho'' \bar{\varphi} c'_p T_{ref}. \end{aligned}$$

Jak było do przewidzenia, temperatura odniesienia skraca się i otrzymujemy

$$\rho'(1 - \bar{\varphi})c'_p \Delta T + \rho'' \bar{\varphi} \Delta h = \bar{\rho} c'_p \Delta T_o, \quad (36)$$

gdzie

$$\Delta T = T' - T_s, \quad \Delta T_o = T'_o - T_s. \quad (37)$$

W warunkach równowagi mamy $\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_{eq}$ oraz $\bar{\rho} = \bar{\rho}_{eq}$ przy $\Delta T = 0$, skąd

$$\frac{\rho'' \bar{\varphi}_{eq}}{\bar{\rho}_{eq}} = x_{eq} = \frac{c'_p \Delta T_o}{\Delta h}, \quad (38)$$

gdzie x_{eq} jest jakością równowagową, czyli stopniem suchości. Temperatura cieczy w miejscu z wynika z temperatury nasycenia w tym miejscu $T_s(z)$, będącej funkcją ciśnienia $p(z)$, oraz ze stopnia zapełnienia $\bar{\varphi}(z)$. Mianowicie

$$T' = T_s + \frac{1}{\rho' c'_p (1 - \bar{\varphi})} \{ [\rho'(1 - \bar{\varphi}) + \rho'' \bar{\varphi}] c'_p (T'_o - T_s) - \rho'' \bar{\varphi} \Delta h \}. \quad (39)$$

6. Wyznaczenie stopnia zapełnienia podczas nukleacji powierzchniowej

Exempla non minus docent quae praecepta, przeto rozumowanie, prowadzące do wyznaczenia średniego w przekroju stopnia zapełnienia, podamy na konkretnym przykładzie freonu R-12, który przepływa przez kapilarę o średnicy $d = 1$ mm z prędkością masową $G = 3540$ kg/m²s, przy czym nukleacja zaczyna się przy ciśnieniu $p = 0.7433$ MPa, co odpowiada temperaturze nasycenia $T_s = 30^\circ\text{C}$. Własności freonu podane są w Załączniku C.

Z Załącznika A wynika, że promień aktywnego zarodka pary wynosi $R = 3.8$ μm , a populacja takich zarodków jest $n = 15000$ m⁻². Powierzchnia wewnętrzna rurki o długości Δz wynosi $\pi d \cdot \Delta z$ i mieści się na niej $N = n\pi d\Delta z$ miejsc generacji pęcherzyków. Stąd wynika, że jedno takie miejsce przypada na odcinek rurki o długości $\Delta z = (n\pi d)^{-1} = 0.0212$ m = 21.1 mm.

Z Załącznika A wynika ponadto, że przegrzanie cieczy wynosi $\Delta T_o = 0.28$ K, skąd $T'_o = 30.28^\circ\text{C}$.

W Załączniku B obliczono średnicę pęcherzyka w chwili oderwania, D_o , oraz liczbę oporu Fanninga f . Otrzymano mianowicie $D_o = 0.18$ mm, $f = 0.03653$, przy czym dla $G = 3540$ kg/m²s było $Re = 1.411 \cdot 10^4$, skąd $f_o = 0.00706$, oraz przy założonym przykładowo $\varepsilon = 0.5$ wypadło $\bar{f} = 0.01443$ według (15).

Przyjmujemy następujący tok postępowania. Dzielimy rurę na odcinki i obliczamy gradient ciśnienia według wzoru (29) na początku danego odcinka. Na wlocie do pierwszego odcinka mamy przepływ jednofazowy oraz $\bar{\varphi} = 0$. W środku tego odcinka przyjmujemy $z = z_o = D$, wobec tego jeśli długość odcinka przyjmujemy jako $\Delta z = 0.0212$ m, to $\bar{\varphi} = 0$ w zakresie od $z = -\Delta z/2$ do $z = \Delta z/2$. W miejscu $z = \Delta z$ działa już następny zarodek, a więc tam będzie $\bar{\varphi} > 0$. Jednakże na początku stopnie zapełnienia będą bardzo małe, dlatego wzór (29) dla $\bar{\varphi} = 0$ można użyć dla większej długości, a więc od $z = 0$ do $z = k\Delta z = z_k$, gdzie k jest liczbą całkowitą.

Korzystając więc ze wzoru (29) mamy w tym zakresie

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{G^2}{\rho'} \cdot \frac{2\bar{f}}{d} = \frac{3540^2}{1293} \cdot \frac{2 \cdot 0.01443}{0.001} = 2.797 \cdot 10^5 \text{ Pa/m} = 0.2797 \text{ MPa/m}.$$

Przyjmując $k = 5$, $z_5 = 5 \cdot 0.0212 = 0.106$ m, mamy w tym miejscu $p = 0.7433 - 0.106 \cdot 0.2797 = 0.7137$ MPa, co odpowiada temperaturze nasycenia $T_s = 28.5^\circ\text{C}$.

Zakładamy następnie, że na każdym odcinku temperatura nasycenia cieczy nie ulega zmianie. Tę zmianę obliczamy dopiero na końcu odcinka. A zatem na pierwszym odcinku jest $T' = T'_o = 30.28^\circ\text{C}$, co daje na końcu tego odcinka $\Delta T = 30.28 - 28.5 = 1.78$ K.

Korzystając z tablic (Załącznik C), gdzie podano wartości $p'_s = (dp/dT)_{T=T'_s}$ przy czym dla $T_s = 30^\circ\text{C}$ jest $p'_s = 0.01941$ MPa/K, można od razu obliczyć gradient temperatury nasycenia

$$\frac{dT_s}{dz} = \frac{1}{p'_s} \cdot \frac{dp}{dz} = -\frac{0.2797}{0.01941} = -14.41 \text{ K/m},$$

skąd dla $k = 5$ otrzymujemy $T_s = 28.47^\circ\text{C} \approx 28.5^\circ\text{C}$, jak poprzednio. Jeśli przez i oznaczymy numer zarodka ($i = 0$ dla $z = 0$, $i = k$ dla $z = z_k$), to temperatura nasycenia w tym miejscu wyniesie

$$T_{s,i} = 30 - i \cdot 0.0212 \cdot 14.41 = 30 - 0.3055 \cdot i,$$

a przegrzanie cieczy

$$\Delta T_i = 30.28 - T_{s,i} = 0.28 + 0.3055 \cdot i. \quad (40)$$

Jak wspomniano średnica pęcherzyka w chwili oderwania wynosi $D_o = 0.18$ mm, wobec czego jego objętość $V_o = \pi D_o^3/6 = 3.054 \cdot 10^{-12}$ m³. Czas pracy zarodka obliczamy ze wzoru (7), który daje

$$\Delta t = \frac{1}{\pi \cdot 6.256 \cdot 10^{-8}} \left(\frac{0.18 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0.2185 \cdot 0.28} \right)^2 = 11.01 \text{ s} = \Delta t_o$$

dla przegrzania $\Delta T = 0.28 \text{ K} = \Delta T_o$, zaś dla przegrzania ΔT_i w miejscu $z = i\Delta z$ mamy

$$\Delta t = 11.01 \cdot \left(\frac{0.28}{0.28 + 0.3055 \cdot i} \right)^2 = 0.863(0.28 + 0.3055 \cdot i)^{-2}. \quad (41)$$

Z zależności (4) obliczamy promień zarodka uaktywnionego przy przegrzaniu ΔT_i . Mianowicie

$$R_{C,i} = \frac{1.064}{\Delta T_i} \mu\text{m} = \frac{1.064 \cdot 10^{-6}}{0.28 + 0.3055 \cdot i} \text{ m}. \quad (42)$$

Podstawiamy ten wynik do wzoru (A1) Załącznika A, otrzymując populację aktywnych pęcherzyków w miejscu $z_i = i\Delta z$, a mianowicie

$$n_i = 0.057 \cdot \frac{0.28 + 0.3055 \cdot i}{1.6064 \cdot 10^{-6}}. \quad (43)$$

Okazuje się, że populacja ta rośnie od $n = n_o = 1.5 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}$ do $n_k = 9.683 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}$ dla $i = k = 5$.

W ten sposób na odcinku $\Delta z = z_i - z_{i-1}$ populacja zarodków aktywnych wzrasta o

$$\Delta n_i = n_i - n_{i-1}, \quad i > 1, \quad (44)$$

przy czym ze wzoru (43) wynika

$$\Delta n_i = 1.637 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}. \quad (45)$$

Obliczymy teraz ilość pęcherzyków odrywających się od zarodków na odcinku Δz w czasie Δt_i , określonym przez wzór (41).

Wynosi ona

$$N_i = \Delta n_i \cdot \Delta z \cdot \pi d = 1.627 \cdot 10^4 \cdot 0.0212 \cdot \pi 10^{-3} = 1.090,$$

wobec czego wydatek liczbowy wynosi

$$\dot{N}_i = \frac{N_i}{\Delta t_i} = \frac{1.090}{0.863} \cdot (0.28 + 0.3055 \cdot i)^2 = 1.263(0.28 + 0.3055 \cdot i)^2 \text{ s}^{-1}. \quad (46)$$

Wzór ten obowiązuje dla $i > 1$, gdyż przy $N_o = 1$ i $\Delta t_o = 11.01$ s mamy

$$\dot{N}_o = \frac{1}{11.01} = 0.0908 \text{ s}^{-1}.$$

Ze wzoru (46) wynika, że $\dot{N}_1 = 0.4330 \text{ s}^{-1}$, $\dot{N}_2 = 1.0027 \text{ s}^{-1}$, $\dot{N}_3 = 1.8082 \text{ s}^{-1}$, $\dot{N}_4 = 2.8494 \text{ s}^{-1}$, $\dot{N}_5 = 4.1264 \text{ s}^{-1}$. Wszystkie te pęcherzyki mają w miejscu oderwania średnicę $D_o = 0.18 \cdot 10^{-3}$ m oraz objętość $V_o = 3.054 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3$. Rosną one podczas ruchu w cieczy, której przegrzanie wzrasta.

Na każdym elementarnym odcinku Δz panuje inne przegrzanie, a zatem inna liczba Jakoba, więc rozwiązanie (5) można użyć tylko dla elementarnego czasu. Różniczkując (5) mamy

$$\frac{dD}{dt} = Ja \sqrt{\frac{\pi a'}{t}}, \quad a' = \lambda' / (c'_p \rho'), \quad (47)$$

a biorąc pod uwagę, że czynnik porusza się początkowo ze stałą prędkością liniową G/ρ' , mamy

$$z = (G/\rho')t, \quad (48)$$

co daje

$$\frac{dD}{dz} = Ja \sqrt{\frac{\pi \lambda'}{c'_p G z}},$$

lub

$$\frac{dD}{dz} = \frac{c'_p \rho' \Delta T}{\rho'' \Delta h} \cdot \sqrt{\frac{\pi \lambda'}{c'_p G z}}. \quad (49)$$

Wyraz $c'_p \rho' / \Delta h$ jest bardzo mało zmienny (vide Załącznik C, pozycja 17). Podobnie rzecz się ma z wyrazem $\sqrt{\lambda' / c'_p}$. W rezultacie wielkość

$$\gamma_* = \frac{c'_p \rho'}{\Delta h} \sqrt{\frac{\lambda'}{c'_p}} \quad (50)$$

zmienia się od 0.0808 przy $T_s = 30^\circ\text{C}$ do 0.0819 przy $T_s = 20^\circ\text{C}$, tj. o 1.4%. W związku z tym dla całego odcinka $0 \leq z \leq k\Delta z$ można przyjąć

$$\frac{dD}{dz} = \frac{\gamma \Delta T}{\rho'' \sqrt{z}}, \quad (51)$$

gdzie

$$\gamma = \frac{c'_p \rho'}{\Delta h} \sqrt{\frac{\pi \lambda'}{c'_p G}}, \quad \text{kg/K} \cdot \text{m}^{5/2}. \quad (52)$$

Zastępując pochodną w (51) przez iloraz różnicowy otrzymujemy

$$\frac{\Delta D}{\Delta z} = \frac{\gamma \Delta T}{\rho'' \sqrt{z}}. \quad (53)$$

Dla $z = 0$ mamy $D = D_o$, oraz $\gamma = \gamma_o$, $\rho'' = \rho''_o$, $\Delta T = \Delta T_o$. Dla $z = \Delta z$ będziemy mieli $D = D_1^* = D_o + \Delta D_1$, czyli

$$\frac{\Delta D_1}{\Delta z} = \frac{\gamma_o \Delta T_o}{\rho''_o \sqrt{\Delta z}}, \quad \Delta D_1 = \frac{\gamma_o \Delta T_o}{\rho''_o} \sqrt{\Delta z}, \quad D_1^* = D_o + \frac{\gamma_o \Delta T_o}{\rho''_o} \sqrt{\Delta z}, \quad (54)$$

przy czym znak * dodano dla zaznaczenia, że ta wielkość dotyczy gęstości ρ''_o , gdy w rzeczywistości w miejscu $z = \Delta z$ gęstość wynosi $\rho''_1 < \rho''_o$. Należy więc „ekspandować” pęcherzyk zwiększając jego objętość w stosunku ρ''_o/ρ''_1 . Tak więc

$$D_1^3 = D_1^{*3} \cdot \frac{\rho''_o}{\rho''_1}, \quad D_1 = D_1^* \cdot (\rho''_o/\rho''_1)^{1/3}, \quad (55)$$

wobec czego

$$D_1 = \left(\frac{\rho''_o}{\rho''_1} \right)^{1/3} \cdot \left(D_o + \frac{\gamma_o \Delta T_o}{\rho''_o} \sqrt{\Delta z} \right). \quad (56)$$

Dla $z = 2\Delta z$ mamy podobnie

$$\Delta D_2 = \frac{\gamma_o \Delta T_1}{\rho''_1 \sqrt{2}} \cdot \sqrt{\Delta z}, \quad D_2^* = D_1 + \frac{\gamma_o \Delta T_1}{\rho''_1 \sqrt{2}} \sqrt{\Delta z},$$

$$D_2 = \left(\frac{\rho''_1}{\rho''_2} \right)^{1/3} \left(D_1 + \frac{\gamma_o \Delta T_1}{\rho''_1 \sqrt{2}} \sqrt{\Delta z} \right).$$

Ogólnie dla $z = i\Delta z$ będzie

$$\Delta D_i = \frac{\gamma_o \Delta T_{i-1}}{\rho''_{i-1} \sqrt{i}} \cdot \sqrt{\Delta z}, \quad D_i^* = D_{i-1} + \frac{\gamma_o \Delta T_{i-1}}{\rho''_{i-1} \sqrt{i}} \cdot \sqrt{\Delta z},$$

$$D_i = \left(\frac{\rho''_{i-1}}{\rho''_i} \right)^{1/3} \left(D_{i-1} + \frac{\gamma_o \Delta T_{i-1}}{\rho''_{i-1} \sqrt{i}} \cdot \sqrt{\Delta z} \right). \quad (57)$$

Wszystko to dotyczy pęcherzyka, który wystartował z miejsca $z = 0$. Ogólnie rzecz biorąc, oznaczmy przez $D_{j,k}$ średnicę pęcherzyka, który wystartował z miejsca $z_j = j\Delta z$, w miejscu $z_k = k\Delta z$.

W ten sposób średnica pęcherzyka, startującego z miejsca $z = 0$, czyli $j = 0$, w miejscu $z_k = k\Delta z$ wynosi zgodnie z wzorem (57)

$$D_{0,5} = \frac{\gamma_o \sqrt{\Delta z}}{\rho_5^{1/3}} \cdot \left(\frac{\Delta T_4}{\rho_4^{1/2/3} \sqrt{5}} + \frac{\Delta T_3}{\rho_3^{1/2/3} \sqrt{4}} + \frac{\Delta T_2}{\rho_2^{1/2/3} \sqrt{3}} + \frac{\Delta T_1}{\rho_1^{1/2/3} \sqrt{2}} + \frac{\Delta T_0}{\rho_0^{1/2/3}} \right) + \left(\frac{\rho_o''}{\rho_5''} \right)^{1/3} D_o, \quad (58)$$

jego objętość wynosi $\pi D_{0,5}^3/6$, masa $\rho_5'' \cdot D_{0,5}^3/6$, a wydatek masowy $\dot{N}_o \rho_5'' \cdot \pi D_{0,5}^3/6$. Pęcherzyk, który oderwał się w miejscu $j = 1$, ma w miejscu $i = k = 5$ średnicę

$$D_{1,5} = \frac{\gamma_o \sqrt{\Delta z}}{\rho_5^{1/3}} \cdot \left(\frac{\Delta T_4}{\rho_4^{1/2/3} \sqrt{4}} + \frac{\Delta T_3}{\rho_4^{1/2/3} \sqrt{3}} + \frac{\Delta T_2}{\rho_4^{1/2/3} \sqrt{2}} + \frac{\Delta T_1}{\rho_4^{1/2/3}} \right) + \left(\frac{\rho_1''}{\rho_5''} \right)^{1/3} D_o. \quad (59)$$

Podobnie

$$\left. \begin{aligned} D_{2,5} &= \frac{\gamma_o \sqrt{\Delta z}}{\rho_5^{1/3}} \cdot \left(\frac{\Delta T_4}{\rho_4^{1/2/3} \sqrt{3}} + \frac{\Delta T_3}{\rho_3^{1/2/3} \sqrt{2}} + \frac{\Delta T_2}{\rho_2^{1/2/3}} \right) + \left(\frac{\rho_2''}{\rho_5''} \right)^{1/3} D_o; \\ D_{3,5} &= \frac{\gamma_o \sqrt{\Delta z}}{\rho_5^{1/3}} \cdot \left(\frac{\Delta T_4}{\rho_4^{1/2/3} \sqrt{2}} + \frac{\Delta T_3}{\rho_4^{1/2/3}} \right) + \left(\frac{\rho_3''}{\rho_5''} \right)^{1/3} D_o; \\ D_{4,5} &= \frac{\gamma_o \sqrt{\Delta z}}{\rho_5^{1/3}} \cdot \frac{\Delta T_4}{\rho_4^{1/2/3}} + \left(\frac{\rho_4''}{\rho_5''} \right)^{1/3} D_o; \\ D_{5,5} &= D_o. \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

Wydatek masowy pary w miejscu $z = 5\Delta z$ wynosi

$$\dot{m}'' = \rho_5'' \cdot \frac{\pi}{6} \sum_{i=0}^5 \dot{N}_i \cdot D_{i,5}^3 = \sum_{i=0}^5 \dot{m}_i'', \quad (61)$$

wobec czego jakość wynosi

$$x = \dot{m}''/(GA), \quad (62)$$

a ze wzoru (33) można obliczyć stopień zapełnienia, co umożliwia obliczenie temperatury cieczy T' według wzoru (39).

Z obliczeń, wykonanych dla $\gamma_o = 0.002407 \text{ kg/K} \cdot \text{m}^{5/2}$, wynika, że w miejscu $z = 5\Delta z = 0.106 \text{ m}$ stopień zapełnienia jest bardzo mały, rzędu 10^{-5} . Stąd wniosek, że badany zakres nukleacji powierzchniowej można powiększyć przy tych samych wartościach $\gamma = \gamma_o$ oraz f .

Należy najpierw zbadać, czy ten zakres może być zwiększony aż do miejsca, w którym nastąpi uaktywnienie zarodków w głębi cieczy. Promień tych zarodków

ma wynosić $R_c = 0,25\mu\text{m}$.

Korzystamy ze wzorów

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_i &= 0.28 + 0.3055i = 0.28 + 14.41 \cdot z, \\ T_{s,i} &= 30 - 0.3055i = 30 - 14.41z \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

oraz z pozycji 18 w tablicy Załącznika C. Dla $z = 0$ mamy $T_s = 30^\circ\text{C}$, $\Delta T = 0.28\text{ K}$, co daje $R_c\Delta T = 0.25 \cdot 0.28 = 0.07\mu\text{m}\cdot\text{K}$, gdy z tablicy wynika $R_c\Delta T = 1.064\mu\text{m} \cdot \text{K}$. Dla $T_s = 20^\circ\text{C}$ wypada $z = 0.694\text{ m}$, oraz $\Delta T = 10.28\text{ K}$, skąd $R_c\Delta T = 2.57\mu\text{m} \cdot \text{K}$, podczas gdy z tablic $R_c\Delta T = 1.454\mu\text{m} \cdot \text{K}$. Wobec tego nukleacja objętościowa zacznie się gdzieś w przedziale temperatur nasycenia $20 < T_s < 30^\circ\text{C}$. Otrzymuje się $T_s = 25.4^\circ\text{C}$, $\Delta T = 4.88\text{ K}$, $R_c\Delta T = 1.22\mu\text{m} \cdot \text{K}$, $z = 0.319$, czyli $i = z/\Delta z = 15.05 \approx 15$. Tak więc zakres nukleacji powierzchniowej można zwiększyć do $k = 15$. Podkreślamy, że w tych warunkach temperatura cieczy T' prawie nie ulega zmianie, wielkości γ_o i $\bar{f}$ są stałe, oraz stopnie zapełnienia bardzo małe, co umożliwia nieco prostsze podejście do zagadnienia.

Z poprzednio podanych wzorów wynika, że ogólnie jest

$$D_{i,k} = \frac{\gamma_o \sqrt{\Delta z}}{\rho_k^{1/3}} \sum_{j=i}^{k-1} \frac{\Delta T_j}{\rho_j^{2/3} \sqrt{j-i+1}} + \left(\frac{\rho_i''}{\rho_k''} \right)^{1/3} D_o, \quad (64)$$

lub

$$D_{i,k} = \frac{\gamma_o}{\rho_k^{1/3}} \sum_{j=i}^{k-1} \frac{\Delta T_j \Delta z}{\rho_j^{2/3} \sqrt{j\Delta z - i\Delta z + \Delta z}} + \left(\frac{\rho_i''}{\rho_k''} \right)^{1/3} D_o. \quad (65)$$

Sumę można przedstawić w sposób następujący

$$\sum_{j=i}^{k-1} \frac{\Delta T_j \cdot \Delta z}{\rho_j^{2/3} \sqrt{j\Delta z - i\Delta z + \Delta z}} = \sum_{z_i}^{z_k - \Delta z} \frac{\Delta T \cdot \Delta z}{\rho^{2/3} \sqrt{z - z_i + \Delta z}},$$

gdyż $j\Delta z = z$, $i\Delta z = z_i$. Przechodząc do granicy $\Delta z \rightarrow dz$, otrzymujemy całkę

$$\int_{z_i}^{z_k} \frac{\Delta T \cdot dz}{\rho^{2/3} \sqrt{z - z_i}},$$

przy czym zgodnie z (63) jest

$$\Delta T = 0.28 + 14.41z.$$

Wyraz $\rho''^{-2/3}$ można w danym zakresie temperatur przedstawić zależnością liniową

$$\rho''^{-2/3} = 0.1329 - 1.630 \cdot 10^{-3} T_s. \quad (66)$$

Podstawiając T_s ze wzoru (63) otrzymujemy

$$\rho''^{-2/3} = 0.0840 + 0.02349 \cdot z. \quad (67)$$

Tak więc

$$\begin{aligned} \int_{z_i}^{z_k} \frac{\Delta T \cdot dz}{\rho''^{2/3} \sqrt{z - z_i}} &= \int_{z_i}^{z_k} \frac{dz}{\sqrt{z - z_i}} \cdot (0.28 + 14.41z)(0.084 + 0.02349z) = \\ &= \int_{z_i}^{z_k} \frac{dz}{\sqrt{z - z_i}} \cdot (0.02352 + 1.217z + 0.3385z^2) = \\ &= 0.02352 \cdot 2\sqrt{z_k - z_i} + 1.217 \cdot \frac{2}{3}(z_k + 2z_i)\sqrt{z_k - z_i} + \\ &+ 0.3385 \cdot \frac{2}{15}(3z_k^2 + 4z_k z_i + 8z_i^2)\sqrt{z_k - z_i}. \end{aligned} \quad (68)$$

W rezultacie otrzymujemy

$$\begin{aligned} D_{i,k} &= \frac{\gamma_o \sqrt{z_k - z_i}}{\rho_k^{1/3}} \cdot [0.0470 + 0.8113(z_k + 2z_i) + \\ &+ 0.0451(3z_k^2 + 4z_k z_i + 8z_i^2)] + \left(\frac{\rho_i''}{\rho_k''} \right)^{1/3} D_o \end{aligned} \quad (69)$$

przy czym $\gamma_o = 0.002407$, $z_k = 0.318$, $\rho_k'' = 36.16$, $D_o = 1.8 \cdot 10^{-4}$.

Tablica 1 zawiera wyniki obliczeń, przy czym

$$\dot{m}_i'' = \rho_k'' \cdot \frac{\pi}{6} D_{i,k}^3 \cdot \dot{N}_i, \quad (70)$$

oraz

$$\dot{m}'' = \sum_{i=0}^k \dot{m}_i'', \quad (71)$$

przy czym

$$\dot{N}_i = 1.263(0.28 + 14.41z_i)^2 \quad (72)$$

stosownie do wzoru (46), przy czym $\dot{N}_o = 0.0908 \text{ s}^{-1}$.

Otrzymaliśmy w ten sposób wydatek masowy pary $\dot{m}'' = 0.9759 \cdot 10^{-7} \text{ kg/s}$, co daje jakość $x = 0.9759 \cdot 10^{-7} / (3540 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 10^{-6}) = 0.351 \cdot 10^{-3}$ w warunkach $T_s = 25.4^\circ\text{C}$, $p = 0.6532 \text{ MPa}$, $\rho' = 1309 \text{ kg/m}^3$, $\rho'' = 36.16 \text{ kg/m}^3$. Stopień zapełnienia wyniósł $\bar{\varphi} = 0.01255$, a przy $c_p' = 963 \text{ J/kgK}$, $\Delta h = 0.1414 \text{ MJ/kg}$ było $\Delta T_o = 4.88 \text{ K}$, $\Delta T = 4.83 \text{ K}$, stąd $T' = 30.23^\circ\text{C}$. A zatem temperatura cieczy w obszarze nukleacji powierzchniowej zmniejszyła się zaledwie o 0.05 K , co potwierdza uczynione wcześniej założenia upraszczające.

Z analizy tej można wyciągnąć wniosek, że podczas nukleacji powierzchniowej kształtuje się liczba oporu Fanninga $\bar{f}$, natomiast odparowanie jest słabe, skutkiem czego prędkość cieczy w' i jej temperatura T' prawie się nie zmieniają.

Zobaczymy, że w przypadku nukleacji objętościowej rzecz się ma inaczej.

Tablica 1.

i	$z_{i,m}$	$D_{i,k} \cdot 10^4, \text{ m}$	$\dot{N}_i, \text{ s}^{-1}$	$\dot{m}_i'' \cdot 10^9, \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$
0	0	3.186	0.0908	0.0556
1	0.0212	3.278	0.4330	0.2888
2	0.0424	3.360	1.0027	0.7201
3	0.0636	3.429	1.8082	1.3805
4	0.0848	3.486	2.8494	2.2862
5	0.1060	3.529	4.1264	3.4338
6	0.1272	3.557	5.6387	4.8042
7	0.1484	3.566	7.3871	6.3445
8	0.1696	3.557	9.3712	7.8925
9	0.1908	3.523	11.5910	9.5986
10	0.2120	3.462	14.0467	11.0397
11	0.2332	3.367	16.738	12.0993
12	0.2544	3.227	19.665	12.5092
13	0.2756	3.022	22.828	11.9295
14	0.2968	2.705	26.226	9.8232
15	0.3180	1.800	29.861	3.2963

7. Wyznaczenie stopnia zapełnienia podczas nukleacji objętościowej

W elemencie objętości $A\Delta z$ ciecz zajmuje objętość $(1 - \bar{\varphi})A\Delta z$. Jeśli gęstość uaktywnionych zarodków jest $n_V \text{ m}^{-3}$, to w owej objętości jest $n_V(1 - \bar{\varphi})A\Delta z$ zarodków, które zaczynają rosnąć w myśl prawa (5). Po upływie czasu Δt objętość pojedynczego pęcherzyka wzrasta o $\Delta(\pi D^3/6)$, a masa wszystkich pęcherzyków wzrasta o

$$\rho'' n_V (1 - \bar{\varphi}) A \Delta z \cdot \Delta(\pi D^3/6).$$

Przyrost wydatku masowego pary wynosi więc

$$\rho'' n_V (1 - \bar{\varphi}) A \frac{\Delta z}{\Delta t} \Delta \left(\frac{\pi D^3}{6} \right);$$

powoduje on przyrost jakości o Δx . Mamy zatem

$$\rho'' n_V (1 - \bar{\varphi}) A \frac{\Delta z}{\Delta t} \cdot \Delta \left(\frac{\pi D^3}{6} \right) = \Delta x \cdot GA.$$

Zastępując różnice skończone przez różniczki otrzymujemy

$$\frac{dx}{dz} = \rho'' n_V (1 - \bar{\varphi}) \cdot \frac{1}{G} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\pi D^3}{6} \right). \quad (73)$$

Ze wzoru (5) wynika

$$\frac{\pi D^3}{6} = \frac{4\pi}{3} J a^3 (\pi a' t)^{3/2},$$

wobec czego

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\pi D^3}{6} \right) = 2\pi J a^3 (\pi a')^{3/2} \cdot \sqrt{t}. \quad (74)$$

Czas zastępujemy przez współrzędną z , albowiem

$$dz/dt = w' = G/\bar{\rho}, \quad (75)$$

skąd

$$t = \int_0^z \frac{dz}{w'} = \frac{\bar{\rho} dz}{G}, \quad (76)$$

przy czym współrzędną z liczymy od miejsca, oznaczonego poprzednio $z_k = 0.318$ m, gdyż właśnie w tym miejscu pęcherzyki zaczynają wzrastać. Objętość pary w chwili uaktywnienia zarodka pomijamy, pamiętając, że jest to zarodek obcy.

Podstawiamy (74) i (76) do (73), co daje równanie

$$\frac{dx}{dz} = 2\pi n_V \rho'' (1 - \bar{\varphi}) J a^3 (\pi a' / G)^{3/2} \sqrt{\int_0^z \bar{\rho} dz}. \quad (77)$$

Ze wzoru (33) wynika, że dla małych stopni wypełnienia można przyjąć

$$\bar{\rho} \approx \rho' (1 - \bar{\varphi}), \quad x = \frac{\bar{\varphi}}{1 - \bar{\varphi}} \cdot \frac{\rho''}{\rho'}. \quad (78)$$

Stąd

$$\int_0^z \bar{\rho} dz = \rho' \int_0^z (1 - \bar{\varphi}) dz = \rho' z_*, \quad \frac{dx}{d\bar{\varphi}} = \frac{\rho''}{\rho'} \cdot (1 - \bar{\varphi})^{-2}, \quad (79)$$

wobec czego mamy

$$\frac{d\bar{\varphi}}{dz} = 2\pi n_V (1 - \bar{\varphi})^3 J a^3 (\pi a' \rho' / G)^{3/2} \sqrt{\int_0^z (1 - \bar{\varphi}) dz}, \quad (80)$$

lub

$$\frac{d\bar{\varphi}}{dz_*} = 2\pi n_V (1 - \bar{\varphi})^2 J a^3 (\pi a' \rho' / G)^{3/2} \sqrt{z_*}. \quad (81)$$

Następnie wykorzystujemy równanie (29), które przy użyciu zmiennej

$$z_* = \int_0^z (1 - \bar{\varphi}) dz, \quad dz = \frac{dz_*}{1 - \bar{\varphi}} \quad (82)$$

zapisuje się w sposób następujący

$$-\frac{dp}{dz_*} = \frac{G^2}{\rho'} \cdot \frac{1}{(1 - \bar{\varphi})^3} \left[\frac{2\bar{f}}{d} + (1 - \bar{\varphi}) \frac{d\bar{\varphi}}{dz_*} \right], \quad (83)$$

a po podstawieniu (81) mamy

$$-\frac{dp}{dz_*} = \frac{G^2}{\rho'} \cdot \frac{1}{(1 - \bar{\varphi})^3} \left[\frac{2\bar{f}}{d} + 2\pi n_V \cdot (1 - \bar{\varphi})^3 Ja^3 (\pi a' \rho' / G)^{3/2} \sqrt{z_*} \right]. \quad (84)$$

Temperaturę nasycenia znajdziemy ze wzoru

$$\frac{dT_s}{dz_*} = \frac{1}{p'_s} \cdot \frac{dp}{dz_*}, \quad (85)$$

co umożliwi obliczenie przegrzania cieczy na podstawie wzoru (39), który w uproszczonej postaci zapisze się w sposób następujący:

$$\Delta T = T' - T_s = T'_o - T_s - \frac{\rho'' \Delta h}{\rho' c'_p} \cdot \frac{\bar{\varphi}}{1 - \bar{\varphi}}. \quad (86)$$

Stąd liczba Jakoba wynosi

$$Ja = \frac{c'_p \rho' \Delta T}{\rho'' \Delta h} = \frac{c'_p \rho' (T'_o - T_s)}{\rho'' \Delta h} - \frac{\bar{\varphi}}{1 - \bar{\varphi}}. \quad (87)$$

Tok obliczeń będzie następujący. Dla każdego kroku Δz_* można równanie (81) zapisać tak:

$$\frac{d\bar{\varphi}}{dz_*} = C \cdot (1 - \bar{\varphi})^2 \sqrt{z_*}, \quad (88)$$

gdzie

$$C = 2\pi n_V \cdot C_1 \left(C_2 - \frac{\bar{\varphi}}{1 - \bar{\varphi}} \right)^3, \quad (89)$$

$$C_1 = (\pi a' \rho' / G)^{3/2}, \quad C_2 = c'_p \rho' (T'_o - T_s) / (\rho'' \Delta h). \quad (90)$$

Wielkości te obliczamy na początku kroku i następnie traktujemy je jako stałe. Równanie (88) całkujemy przez rozdzielenie zmiennych przy $C = \text{const}$. Otrzymujemy

$$\frac{1}{1 - \bar{\varphi}} = \frac{2}{3} C z_*^{3/2} + \text{const}. \quad (91)$$

Tablica 2.

p , MPa	0.6532	0.5668	0.4227	0.3089	0.2187	0.1510	0.1000
T_s , °C	25.4	20	10	0	-10	-20	-30
$C_1 \cdot 10^{11}$, m ^{3/2}	2.008	2.100	2.355	2.641	2.894	3.122	3.402
C_2	1.179	2.871	7.317	15.275	25.546	44.559	77.456
$10^3 G^2 / \rho'$, MPa	9.573	9.444	9.208	8.990	8.788	8.601	8.433
$2\bar{f}G^2 / (\rho'd)$, MPa/m	0.2763	0.2725	0.2657	0.2594	0.2536	0.2482	0.2434
$1/p'_s$, K/MPa	56.17	62.81	80.65	105.26	127.88	170.36	233.64
$c'_p \rho / (\rho'' \Delta h)$, K ⁻¹	0.2440	0.2826	0.3617	0.5053	0.6350	0.8871	1.2836

Rozpatrując krok numer i mamy na jego początku, tj. dla $z_* = z_{*,i}$ stopień zapełnienia $\bar{\varphi}_i$. Na końcu kroku będzie $z_* = z_{*,i+1}$ oraz $\bar{\varphi}_{i+1}$, którą to wartość obliczamy z równania

$$\frac{1}{1 - \bar{\varphi}_{i+1}} = \frac{1}{1 - \bar{\varphi}_i} + \frac{2}{3} C_i (z_{*,i+1}^{3/2} - z_{*,i}^{3/2}), \quad (92)$$

przy czym

$$z_{*,i+1} = z_{*,i} + \Delta z_*. \quad (93)$$

Krok Δz_* może być zmieniany, a w szczególności zmniejszany, gdy gradient ciśnienia staje się bardzo duży co do bezwzględnej wartości.

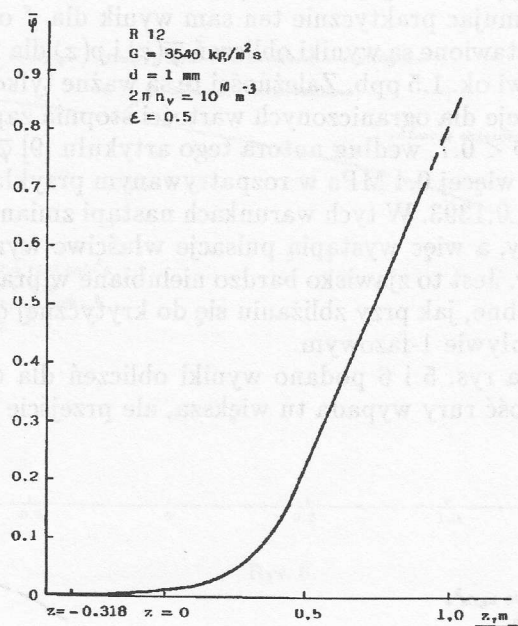
Wielkości $C_{1,i}$ oraz $C_{2,i}$ zależą od temperatury nasycenia, a więc od ciśnienia. Z równania (84) mamy dla kroku numer i :

$$-\left(\frac{dp}{dz_*}\right)_i = \frac{G^2}{\rho'_i} \cdot \left[\frac{2\bar{f}}{(1 - \bar{\varphi})^3 d} + C_i \sqrt{z_{*,i}} \right], \quad (94)$$

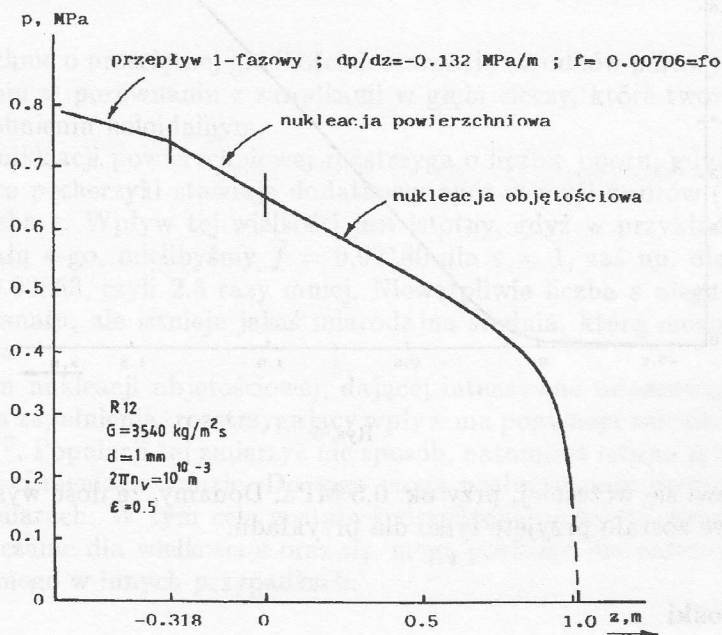
przy czym uwzględniono (88). Stąd otrzymamy

$$p_{i+1} = p_i + \Delta z_* \left(\frac{dp}{dz_*} \right)_i, \quad T_{s,i+1} = T_{s,i} + \frac{\Delta z_*}{p'_{s,i}} \left(\frac{dp}{dz_*} \right)_i, \quad (95)$$

co pozwala obliczyć stałe C_1 i C_2 oraz C w następnym kroku. Tablica 2 zawiera wartości stałych dla $G = 3540$ kg/m²s, $d = 1$ mm, $\bar{f} = 0.01443$ przy następujących znamionach stanu początkowego przy $i = 0$: $T'_o = 30.23^\circ\text{C}$, $p_o = 0.6532$ MPa, $\rho'_o = 1309$ kg/m³, $\rho''_o = 36.16$ kg/m³, $c'_{p,o} = 963$ J/kgK, $\Delta h_o = 0.1414$ MJ/kg, $\bar{\varphi}_o = 0.01255$. Dane te wynikają z końca analizowanego poprzednio stadium nukleacji powierzchniowej, która aczkolwiek działa nadal obok nukleacji objętościowej, jednak jej wpływ na odparowanie jest nieistotny. Co do liczby oporu, to przyjęto ją taką samą jak w stadium nukleacji powierzchniowej, jakkolwiek powinna być ona nieco większa. Założenie to sprawdzono obliczając liczbę f dla



Rys. 3.

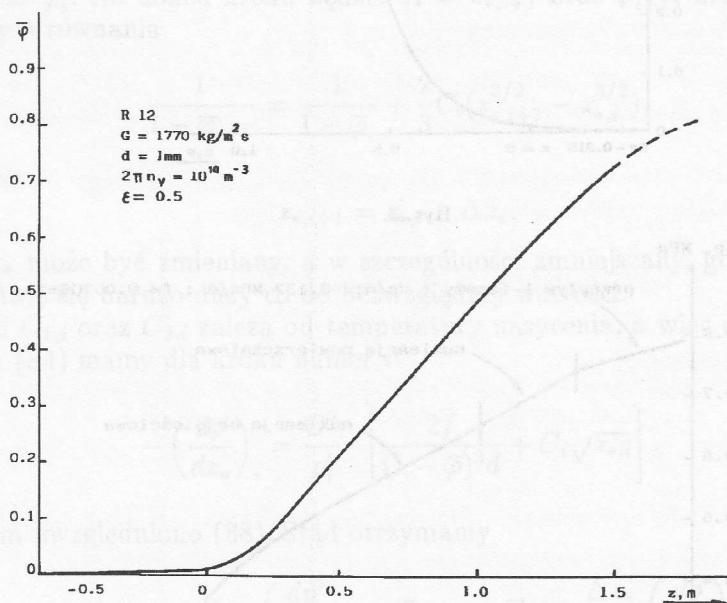


Rys. 4.

początku nukleacji objętościowej, przyjmując przesadzoną wartość stopnia zapełnienia $\bar{\varphi} = 0.1$ i otrzymując praktycznie ten sam wynik dla f oraz $\bar{f}$.

Na rys. 3 i 4 przedstawione są wyniki obliczeń $\bar{\varphi}(z)$ i $p(z)$ dla $2\pi n_V = 10^{10} \text{ m}^{-3}$, co odpowiada udziałowi ok. 1.5 ppb. Zależności te są ważne tylko w ustroju pęcherzykowym, który istnieje dla ograniczonych wartości stopnia zapełnienia. Według Wallisa [8] musi być $\bar{\varphi} < 0.7$, według autora tego artykułu [9] $\bar{\varphi} < 0.63$, co odpowiada ciśnieniu mniej więcej 0.4 MPa w rozpatrywanym przykładzie, oraz jakości $x = 0.0270$ przy $x_{eq} = 0.1393$. W tych warunkach nastąpi zmiana ustroju z pęcherzykowego na korkowy, a więc wystąpią pulsacje właściwe wyrzucaniu z wylotu kapilary korków cieczy. Jest to zjawisko bardzo nie lubiane w praktyce chłodniczej, a jego objawy są podobne, jak przy zbliżaniu się do krytycznej długości rurociągu w subsonicznym przepływie 1-fazowym.

Dla porównania na rys. 5 i 6 podano wyniki obliczeń dla $G = 1770 \text{ kg/m}^2\text{s}$ *ceteris paribus*. Długość rury wypada tu większa, ale przejście do ustroju korko-

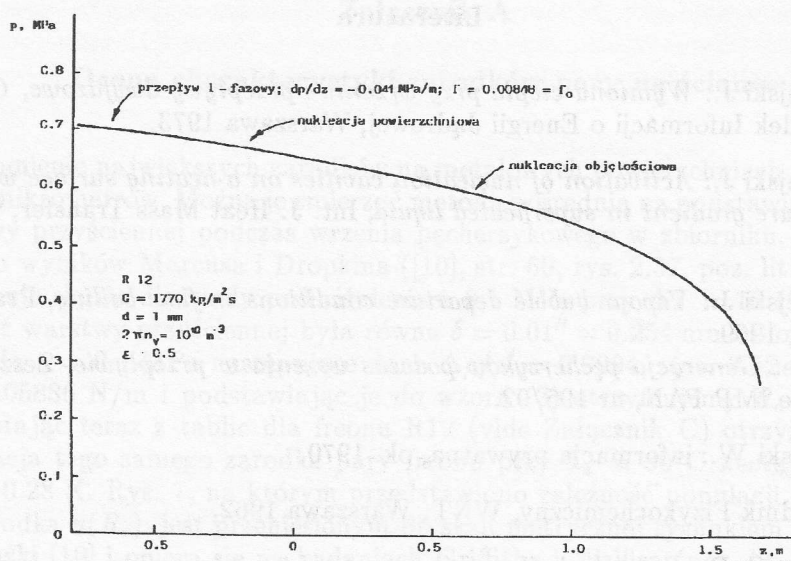


Rys. 5.

wego pojawi się wcześniej, przy ok. 0.5 MPa. Dodamy, że dość wysokie ciśnienie początkowe zostało przyjęte tylko dla przykładu.

8. Wnioski

W odparowaniu rozprężnym biorą udział dwa mechanizmy: nukleacja powierzchniowa i nukleacja objętościowa. Pierwszy mechanizm występuje wcześniej,



Rys. 6.

gdyż powierzchnie o przeciętnej gładkości dostarczają zarodków parowych o większym promieniu w porównaniu z zarodkami w głębi cieczy, które tworzą cząstki stałe o rozdrobnieniu koloidalnym.

Stadium nukleacji powierzchniowej rozstrzyga o liczbie oporu, gdyż wzrastające na ścianie pęcherzyki stawiają dodatkowy opór w myśl wzorów (22), gdzie występuje liczba ε . Wpływ tej wielkości jest istotny, gdyż w przykładzie, wziętym z rozdziału 4-go, mielibyśmy $\bar{f} = 0.02180$ dla $\varepsilon = 1$, zaś np. dla $\varepsilon = 0.1$, byłoby $\bar{f} = 0.00853$, czyli 2.5 razy mniej. Niewątpliwie liczba ε ulega zmianom na długości kanału, ale istnieje jakaś miarodajna średnia, którą można określić doświadczalnie.

W stadium nukleacji objętościowej, dającej intensywne odparowanie i silny wzrost stopnia zapełnienia, rozstrzygający wpływ ma populacja zarodków w głębi cieczy, $n_v \text{ m}^{-3}$. Populacji tej zmierzyć nie sposób, natomiast można ją oszacować na podstawie ciśnienia w kanale. Do tego mogą posłużyć dość proste eksperymenty na kapilarach. W tym celu zostało sporządzone niniejsze opracowanie, a dane doświadczalne dla wielkości ε oraz n_v mogą posłużyć dla obliczeń odparowania rozprężnego w innych przypadkach.

Literatura

- [1] Madejski J.: *Wymiana ciepła przy wrzeniu i przepływy dwufazowe, Część II*, Ośrodek Informacji o Energii Jądrowej, Warszawa 1973.
- [2] Madejski J.: *Activation of nucleation cavities on a heating surface with temperature gradient in superheated liquid*, Int. J. Heat Mass Transfer, 9(1966), 295.
- [3] Madejski J.: *Vapour bubble departure conditions in flow boiling*, Prace IMP PAN, 1969.
Także: *Generacja pęcherzyków podczas wrzenia w przepływie*, Zeszyty Naukowe IMP PAN, nr 195/92.
- [4] Jasiński W.: informacja prywatna, ok. 1970.
- [5] Poradnik Fizykochemiczny, WNT, Warszawa 1962.
- [6] Wallis G. B.: *Some hydrodynamic aspects of two-phase flow and boiling*, Int. Developments in Heat Transfer, Int. Heat Transfer Conf., Colorado, vol.II, p. 319, 1961.
- [7] Staub F. W.: *The void fraction in subcooled boiling - Prediction of the initial point of net vapour generation*, Trans. ASME, J. of Heat Transfer, Febr. 1968, p. 151.
- [8] Wallis G. B.: *One-dimensional two-phase flow*, McGraw-Hill, 1969.
- [9] Madejski J.: *Koalescencja pęcherzyków we wrzących systemach dwufazowych*, Zeszyty Naukowe IMP PAN, nr 383/1336/93.
- [10] Madejski J., Staniszewski B.: *Wymiana ciepła przy wrzeniu i przepływy dwufazowe, Część I*, Ośrodek Informacji o Energii Jądrowej, Warszawa 1971.

Flashing in capillary tubes

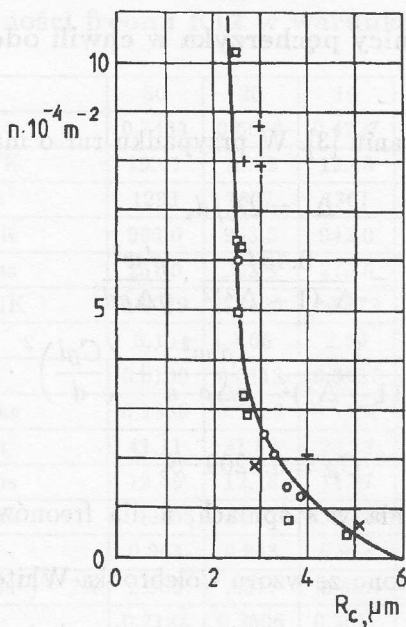
Summary

There are two kinds of active vapour nuclei in the phenomenon of flashing, namely those situated in cavities on the wall surface, and those present in the bulk of liquid. The former are responsible for the surface nucleation, having in effect the growth of the skin friction factor; the latter cause intensive evaporation within the liquid thus effectuating in rapid increase of velocity. This report is devoted to the study of flashing in tubes of constant diameter, having in view the calculation of pressure drop in long capillary tubes used in refrigeration units as throttling devices.

Załącznik A

Ocena charakterystyki zarodków pary na ścianie

Promienie największych zarodków na metalowych powierzchniach gładkich są rzędu mikrometrów. Można je zmierzyć metodą pośrednią na podstawie pomiarów warstwy przyściennej podczas wrzenia pęcherzykowego w zbiorniku. Z przykładowych wyników Marcusa i Dropkina ([10], str. 60, rys. 2.37, poz. lit. 36 w [10]) otrzymuje się, że dla wody pod ciśnieniem 0,1 MPa przy $\Delta T = 16.1^\circ\text{F} = 8.94\text{ K}$ grubość warstwy przyściennej była równa $\delta = 0.01'' = 0.254\text{ mm}$. Biorąc z tablic H_2O dla $p = 0.1\text{ MPa}$ następujące dane $\Delta\rho/\rho' = 0.9994$, $p'_s = 3.52 \cdot 10^3\text{ Pa/K}$, $\sigma = 0.05886\text{ N/m}$ i podstawiając je do wzoru (3) otrzymujemy $R_c = 3.8\text{ }\mu\text{m}$. Korzystając teraz z tablic dla freonu R12 (vide Załącznik C) otrzymujemy, że aktywacja tego samego zarodka pary freonu przy $T_s = 30^\circ\text{C}$ nastąpi już przy $\Delta T = 0.28\text{ K}$. Rys. 7, na którym przedstawiono zależność populacji od promienia zarodka $n(R_c)$, jest przeniesionym do skali metrycznej rysunkiem 2.19 ze str. 36 książki [10] i opiera się na badaniach Griffitha i Wallisa (poz. lit. 33 w [10]). Wynika z niego, że dla $R_c = 3.8\text{ }\mu\text{m}$ jest $n = 15000\text{ m}^{-2}$. Wobec tego wzór (2)



Rys. 7.

ma w danym przypadku postać następującą:

$$n = 0.057 \cdot R_c^{-1} \quad (A1)$$



W celu zorientowania się, jakie najmniejsze promienie zarodków pary wchodzi w rachubę, rozpatrzono kryzys wrzenia pęcherzykowego freonu R12 w temperaturze 0°C. Zastosowano wzory

$$q_{kr,1} = 0.15 \Delta h (g \rho'' \Delta \rho l)^{1/2}, \quad l = (\sigma / g \Delta \rho)^{1/2} \quad (A2)$$

oraz

$$\alpha = \frac{q}{\Delta T} = C_{1*} \cdot q^{2/3}, \quad q = q_{kr,1}, \quad (A3)$$

przy czym wartość współczynnika C_{1*} znajduje się w tablicy w Załączniku C i wynosi $C_{1*} = 2.384 \text{ (W/m}^2\text{)}^{1/3}/\text{K}$. Otrzymano $\Delta T = \Delta T_{kr,1} = 24.46 \text{ K}$, a ze wzoru

$$\delta = \lambda' \frac{\Delta T_{kr,1}}{q_{kr,1}} \quad (A4)$$

obliczono $\delta = 6.38 \text{ }\mu\text{m}$. Po podstawieniu do wzoru (3) otrzymano $R_c = 0.128 \text{ }\mu\text{m}$, a więc wartość dwa razy mniejszą od promienia największych cząstek koloidalnych $R_c = 0.25 \text{ }\mu\text{m}$.

Załącznik B

Obliczenie średnicy pęcherzyka w chwili oderwania

Opieramy się na opracowaniu [3]. W przypadku rur o małej średnicy postępujemy się wzorami

$$\Delta_o = D_o / d, \quad (B1)$$

$$P_o = \frac{0.45 f}{\Delta_o (1 - \Delta_o^2)^2} \cdot \frac{\rho' w^2}{g \Delta \rho d}, \quad (B2)$$

$$N_o = \frac{9}{32} \cdot \frac{1}{\Delta_o (1 - \Delta_o^2)^2} \cdot \frac{\rho' w^2}{g \Delta \rho \cdot d} + \left(\frac{C_\beta l}{d} \right)^2 \cdot \frac{1}{\Delta_o^2}, \quad (B3)$$

przy czym

$$C_\beta = 0.0209 \cdot \beta, \quad (B4)$$

gdzie β jest kątem przylegania w stopniach, a dla freonów $\beta = 20^\circ$, co daje $C_\beta = 0.418$.

Liczbę oporu Fanninga obliczono ze wzoru Colebrooka-White'a

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4 \log_{10} \left(\frac{\Delta_o}{3.7} + \frac{1.255}{Re} \cdot \frac{1 + \Delta_o}{\sqrt{f}} \right), \quad (B5)$$

przy

$$Re = Gd / \mu = \rho' w d / \mu'. \quad (B6)$$

Kapilary chłodnicze są zwykle zwinęte śrubowo, więc trudno przewidzieć położenie zarodka na obwodzie rury. Przyjęto więc, że zarodek aktywny położony jest na odcinku poziomym w miejscu pionowym, gdzie średnice oderwania są zwykle najmniejsze.

W tej sytuacji między wielkościami P_o i N_o istnieje związek

$$N_o = 17.170(1 + P_o^2)^{1/2}. \quad (B7)$$

Przyjmując dla R12 $p = 0.7433$ MPa, oraz $G = 3540$ kg/m²s przy $\rho' = 1293$ kg/m³, co daje $w = G/\rho' = 2.738$ m/s, otrzymano dla $d = 1$ mm liczbę oporu Fanninga $f = 0.03653$ oraz $\Delta_o = 0.18$, czyli $D_o = 0.18$ mm.

Nadmienimy, że liczbę oporu Darcy-Weisbacha można by obliczyć obliczyć ze wzoru Nikuradsego dla rur chropowatych

$$\zeta = 4f = (2\log_{10} \frac{1}{2\Delta_o} + 1.74)^{-2}, \quad (B8)$$

co dałoby (dla $\Delta_o = 0.18$) $\zeta = 0.1449$ oraz $f = 0.03622$.

Załącznik C

Własności freonu R12 w warunkach nasycenia

1	T_s	°C	30	20	10	0	-10	-20	-30
2	p	MPa	0.7433	0.5668	0.4227	0.3089	0.2187	0.1510	0.1000
3	p'_s	kPa/K	19.41	15.92	12.40	9.50	7.82	5.87	4.28
4	ρ'	kg/m ³	1293	1327	1361	1394	1426	1457	1486
5	c'_p	J/kgK	963.0	963.0	942.0	929.5	908.5	904.4	896.0
6	$10^6 \mu'$	kg/ms	251.0	262.8	276.5	294.2	315.8	336.4	374.6
7	λ'	W/mK	0.0779	0.0826	0.0872	0.0919	0.0965	0.101	0.106
8	Pr'	-	3.10	3.06	2.80	2.98	3.01	3.01	3.29
9	σ	N/m	0.0100	0.0113	0.0127	0.0144	0.0162	0.0176	0.0196
10	Δh	MJ/kg	0.1386	0.1446	0.1490	0.1540	0.1594	0.1645	0.1673
11	ρ''	kg/m ³	41.11	31.50	23.79	16.65	12.80	9.03	6.20
12	$10^6 \mu''$	kg/ms	12.45	12.16	11.87	11.67	11.33	11.08	10.79
13	λ''	W/mk	0.00965	0.00925	0.00884	0.00837	0.00814	0.00777	0.00727
14	$10^3 l$	m	0.903	0.943	0.984	1.033	1.081	1.113	1.162
15	C_{1*}	(W/m ²) ^{1/3} /K	2.386	2.377	2.357	2.384	2.370	2.339	2.334
16	$c'_p \rho' / \rho'' \Delta h$	K ⁻¹	0.2185	0.2806	0.3617	0.5053	0.6350	0.8871	1.2836
17	$c'_p \rho' / \Delta h$	kg/m ³ K	8.984	8.839	8.605	8.413	8.128	8.011	7.958
18	$2\sigma \rho' / \Delta \rho \cdot p'_s$	μm · K	1.064	1.454	2.085	3.068	4.176	5.995	9.197
19	$10^8 a'$	m ² /s	6.256	6.464	6.802	7.168	7.449	7.668	7.961
20	$10^6 \nu'$	m ² /s	0.194	0.198	0.203	0.211	0.221	0.231	0.252

