

POLSKA AKADEMIA NAUK

INSTYTUT MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF
FLUID-FLOW MACHINERY

PRACE
INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

99



GDAŃSK 1995

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machines

*Wydanie publikacji dofinansowane zostało przez PAN ze środków
DOT uzyskanych z Komitetu Badań Naukowych*

RADA REDAKCYJNA – EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH * HENRYK JARZYNA * JERZY KRZYŻANOWSKI
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ * WŁODZIMIERZ J. PROSNAK
JÓZEF ŚMIGIELSKI * ZENON ZAKRZEWSKI

KOMITET REDAKCYJNY – EDITORIAL COMMITTEE

EUSTACHY S. BURKA (REDAKTOR NACZELNY – EDITOR-IN-CHIEF)
JAROSŁAW MIKIELEWICZ
EDWARD ŚLIWICKI (REDAKTOR – EXECUTIVE EDITOR) * ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA – EDITORIAL OFFICE

Wydawnictwo Instytutu Maszyn Przepływowych
Polskiej Akademii Nauk
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. poczt. 621,
☎ (0-58) 46-08-81 wew. 141, fax: (0-58) 41-61-44,
e-mail: tjan@imppan.imp.pg.gda.pl

ISBN 83-01-95102-2
ISSN 0079-3205

JÓZEF GOŚCIK¹, JAN ŁACH¹

Analiza procesów przenoszenia w prostopadłościennych magazynach energii z przemianą fazy typu faza ciekła ↔ faza stała

Część III. Opis cyklu ładowania²

W pracy kontynuowane są rozważania zainicjowane w [1,2], w których prezentuje się analizę aktualnego stanu wiedzy w zakresie ilościowego opisu procesów z przemianą fazy typu faza ciekła ↔ faza stała, przy czym jest ona ograniczona do opisu procesów topnienia. W poniższym przeglądzie wyseparowujemy się najbardziej istotne fakty z obszaru dostępnej wiedzy pozyskanej w wyniku badań eksperymentalnych oraz z tworzonych na tej podstawie prostych opisów ilościowych. Problematykę tę przedyskutowano w ścisłym powiązaniu z cyklem ładowania magazynów energii ze zmianą fazy typu faza ciekła ↔ faza stała. Przyjęto, że ustalającym modelem realnych magazynów jest jednostka idealizowana do postaci zasobnika prostopadłościennego. Przedstawione opracowanie jest podsumowaniem stanu wiedzy odnośnie procesów topnienia w wyidealizowanej jednostce magazynującej, przy czym wyodrębniono tu układy o konfiguracji zewnętrznej i wewnętrznej. W pracy abstrahuje się od analizy sformalizowanych matematycznie opisów wielowymiarowych przestrzennie procesów topnienia i metod konstrukcji ich rozwiązań.

Oznaczenia

a	- dyfuzyjność cieplna medium magazynu- jącego, m^2/s ,	g	- przyspieszenie ziemskie, m/s^2 ,
A	- (l_2/l_1) , stosunek wysokości do szerokości zasobnika,	$\vec{g}$	- wektor przyspieszenia ziemskiego,
c	- ciepło wł. medium akumul., $J/(kg \cdot K)$,	l_h	- charakterystyczny wymiar liniowy, m,
$\hat{c}$	- stała w korel. empirycz. (analog. $\hat{c}_1$ i $\hat{c}_2$),	l_i	- wymiar przekroju poprzecznego zasob- nika w kierunku osi O_i ($i = 1, 2$), m,
		t	- czas, s.

Symbole greckie

α	- współczynnik przejmowania (wnikania) ciepła, $W/(m^2 \cdot K)$,	Δh^*	- efekt cieplny przemiany fazowej, J/kg ,
α^*	- współczynnik α określony na granicy rozdziálu faz,	Θ	- temperatura, K,
β	- współczynnik rozszerz. termicz. $1/K$,	Θ_w	- temperatura powierzchni grzejnej, K,
		Θ^*	- teoretyczna temperatura przemiany fazowej, K,

¹Katedra Termodynamiki i Mechaniki Płynów, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, 15-351 Białystok, ul. Wiejska 45 C

²Praca wykonana w ramach grantu KBN nr 3 P402 024 05

$\Delta\Theta^H$ –	siła napędowa konwekcji natural. zorient. prostopadle do $\vec{g}$,	ρ –	gęstość medium magazynującego, kg/m^3 ,
$\Delta\Theta^V$ –	siła napędowa procesu konwekcji natural. zorient. równoległe do $\vec{g}$,	τ –	czas w ujęciu bezwymiarowym (najczęściej definiowany jako $\tau = Fo \cdot Ste$),
λ –	przewodność cieplna medium magazynującego, W/m ,	X_V –	udział objętościowy nowej fazy,
ν –	lepkość kinematyczna medium magazynującego, m^2/s ,	ψ –	funkcja opisująca położenie granicy rozdziału faz.

Zasadnicze wielkości bezwymiarowe

Fo –	$(= a \cdot t / l_h^2)$, liczba Fouriera, przy czym ustala się, że np. $Fo_{(j),i}$ oznacza liczbę Fouriera zdefiniowaną na bazie dyfuzyjności cieplnej (j) -tej fazy oraz charakterystycznym wymiarze liniowym l_i ,	Ra –	$= g \cdot \beta \cdot \Delta\Theta \cdot l_h^3 / (\nu \cdot a)$, liczba Rayleigha, przy czym dolny indeks przy Ra precyzuje charakterystyczny wymiar liniowy,
Nu –	$(= \alpha \cdot l_h / \lambda)$, liczba Nusselta ($Nu(x)$ – lokalna liczba Nusselta; $\overline{Nu}^{(x)}$, $\overline{Nu}$ – liczba Nusselta uśredniona w przestrzeni),	Ra_c –	krytyczna liczba Rayleigha,
Pr –	$(= \nu / a)$, liczba Prandtla,	Ste –	liczba Stefana, $Ste() = c() \cdot \Delta\Theta() / \Delta h^*$,
		S_c –	parametr przechłodzenia, definiow. analogicznie jak liczba Stefana tzn. $S_c = Ste_{(1)}$.

Indeksy

(1) –	dotyczy fazy stałej medium magazynującego,	$\langle \rangle$ –	dotyczy wielkości w określonym reżimie przenoszenia,
(2) –	dotyczy fazy ciekłej medium magazynującego,	$W(R)$ –	dotyczy prawej ścianki zasobnika,
		$W(L)$ –	dotyczy lewej ścianki zasobnika.

1. Wstęp

W pracy kontynuowane są rozważania zainicjowane w [1] i [2], w których podjęto analizę aktualnego stanu wiedzy w zakresie ilościowego opisu procesów z przemianą fazy typu faza ciekła $\leftrightarrow$ faza stała. Poniższy przegląd stanowi uzupełnienie dyskusji zaprezentowanej w [2] i obejmującej problematykę modelowania przenoszenia energii w procesie topnienia.

Problematyka ta – podobnie jak w [2] – dyskutowana jest w ścisłym powiązaniu z cyklem ładowania magazynu energii ze zmianą fazy. Powierzchnia grzejna wymiennika kontaktuje się wtedy z fazą ciekłą, w której w sposób naturalny może inicjować się konwekcyjny transport energii, silnie oddziaływujący na rozkład temperatury w pobliżu granicy rozdziału faz.

W [2] zaznaczono, że metody analizy ilościowej procesów przenoszenia w układach z przemianą fazy typu faza ciekła $\leftrightarrow$ faza stała, w których istotną rolę odgrywa konwekcja naturalna, bazują na dwóch podejściach. O ich zróżnicowaniu decyduje znajomość bądź nieznanie współczynnika konwekcyjnej wymiany ciepła na granicy rozdziału faz. Zagadnienia są więc formułowane dwojako:

- należy określić położenie i ruch granicy rozdziału fazy ciekłej i stałej dla danych warunków wymiany ciepła oraz współczynników wymiany konwekcyjnej;

- należy określić: rozkłady temperatury w obrębie fazy ciekłej i stałej, położenie i prędkość granicy rozdziału faz oraz wartości lokalnych współczynników wymiany energii na granicy rozdziału i powierzchni wymiany przy założeniu, że dana jest geometria układu oraz warunki początkowo-brzegowe.

Takiemu właśnie spojrzeniu na opis topnienia, który przyjęto także w [2], podporządkowano zamieszczony poniżej przegląd aktualnego stanu wiedzy. Przedstawia się w nim dostępne wyniki pozyskane głównie na gruncie badań eksperymentalnych, w których współczynnik konwekcyjnej wymiany na granicy rozdziału faz był wielkością znaną. Omawia się także rezultaty, siłą rzeczy bardziej skomplikowane, otrzymane w oparciu o podejścia lokalne. Należy nadmienić, że przedmiotem dyskusji jest topnienie jedynie w tych konfiguracjach, które nie były analizowane w [2].

W poniższych rozważaniach odwołano się tylko do tych publikacji, które uznano za najbardziej reprezentatywne, przy czym skupiono uwagę na analizie dostępnych danych odnośnie procesów przenoszenia w obszarach o geometrii prostokątnej. Tym samym wprowadzono rygorystycznie przestrzeganą "geometryczną" zasadę eliminacji dyskutowanych opracowań. Nie mniej istotnym uzasadnieniem dla dokonywanej selekcji publikacji jest także dążenie do zawężenia zakresu rozważań do analizy takich układów magazynowania, w których zachodzą procesy przenoszenia sprowadzające się do transportu energii wyłącznie na drodze przewodnictwa i konwekcji naturalnej.

2. Cykl ładowania magazynu – opis procesów transportowych podczas topnienia

Należy zaznaczyć, że aktualny stan wiedzy w zakresie ilościowego opisu zjawisk transportowych w magazynach z przemianą fazy typu faza ciekła $\leftrightarrow$ faza stała opiera się – w zdecydowanej większości przypadków – na właściwej interpretacji wyników badań eksperymentalnych, przy czym badaniom poddano nieomal wszystkie, dające się wyizolować, procesy jednostkowe zachodzące w najbardziej interesujących – z punktu widzenia zastosowań – wariantach magazynów. Dotyczy to tak wariantów określanych umownie mianem **konfiguracji zewnętrznych**, jak i **konfiguracji wewnętrznych** [1].

W poniższym przeglądzie przedstawia się aktualny stan wiedzy w zakresie opisu ilościowego, opartego na prostych formułach algebraicznych pozyskiwanych drogą wielowariantowych eksperymentów bądź też obliczeń numerycznych. Wiele miejsca poświęca się także ocenie dostępnej wiedzy o charakterze jakościowym, jak o że wciąż istnieją poważne luki w rozeznaniu rozważanego problemu.

Cyklom roboczym ładowania magazynu z przemianą fazy typu faza ciekła $\leftrightarrow$ faza stała właściwe są procesy topnienia medium magazynującego. Przeważająca część nadmiarowej energii dostarczanej ze źródła zewnętrznego może więc być efektywnie absorbowana przez czynnik roboczy, a to w związku z efektem cieplnym przemiany fazowej. Zakłada się więc milcząco, że absorpcja energii, na drodze

wykorzystania ciepła właściwego medium (w sytuacji, w której ma miejsce wzrost temperatury czynnika roboczego powyżej temperatury przemiany fazowej), odgrywa pomijalnie małą rolę w rozważanym procesie akumulacji.

Procesy topnienia zachodzą w wyniku oddziaływania siły napędowej, która powoduje wzrost temperatury elementów magazynu (aktywnych ze względu na wymianę energii) powyżej teoretycznej temperatury przemiany fazowej Θ^* . W konsekwencji po stronie obszaru wypełnionego medium akumulującym formuje się faza ciekła, która wypełnia obszar o zmiennej w czasie objętości i kształcie.

Istotnym utrudnieniem we wszelkich próbach analizy procesów topnienia jest przede wszystkim konieczność opisu procesów przenoszenia w obszarach o zmiennej i nieznannej a priori geometrii, przy czym w procesach tych dominuje transport mechanizmem konwekcji naturalnej.

Poniższe rozważania są więc poświęcone:

- wyseparowaniu najbardziej istotnych faktów z obszaru eksperymentalnie ugruntowanej wiedzy o charakterze jakościowym,
- analizie dostępnej wiedzy w zakresie prostych opisów ilościowych (w postaci możliwie najprostszych formuł algebraicznych) tworzonych w oparciu o interpretację danych doświadczalnych.

2.1. Zasobnik z aktywnymi ściankami pionowymi i idealnie zaizolowanymi cieplnie ściankami poziomymi

Aczkolwiek ostatnia z konfiguracji rozpatrywanych w [2] stanowi rodzaj zbliżenia się do geometrii realnego zasobnika wypełnionego medium zmieniającym fazę, to jednak w istocie ma się do czynienia z jego idealizacją do modelowego wariantu z $A \rightarrow 0$. Nie jest więc możliwe udzielenie odpowiedzi na pytanie: czy i w jakich warunkach pozostaje słuszna zależność determinująca $\overline{Nu}_{<cv>}$?

Wprowadzenie – jak to pokazano na schematycznym rys. 1 – ścianki pionowej o stałej, jednorodnej temperaturze $\Theta_{W(R)}$ prowadzi do konkretnej geometrii, której przyporządkowuje się miano konfiguracji wewnętrznej $M_{V(2)}$. W danym przypadku – w odróżnieniu od konfiguracji $M_{V(1)}$ [2] – jest rzeczą istotną, że jeśli:

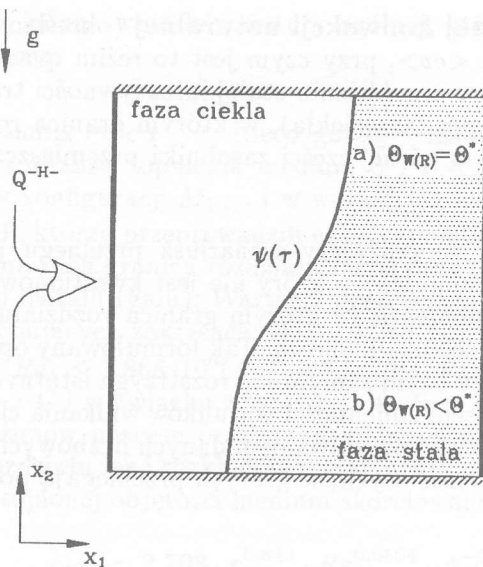
- $\Theta_{W(R)} = \Theta^*$, a zatem gdy nie ma przechłodzenia fazy stałej, to można przyjąć, iż procesy przenoszenia parametryzowane są następująco:

$$(\overline{Nu}; \overline{\chi}_{(2)})^{(x, \tau)} \rightarrow \mathfrak{F}(Ra, Pr, Ste, A), \quad (1)$$

albowiem w fazie stałej nie zachodzą procesy transportowe;

- $\Theta_{W(R)} < \Theta^*$, to wówczas w grę wchodzi przechłodzenie fazy stałej i zagadnienie parametryzowane jest następująco:

$$(\overline{Nu}; \overline{\chi}_{(2)})^{(x, \tau)} \rightarrow \mathfrak{F}(Ra, Pr, Sc, Ste, A, r_a, r_\lambda, r_\rho), \quad (2)$$


 Rys. 1. Topnienie w konfiguracji $M_{V(2)}$

albowiem – w możliwie ogólnym ujęciu – należy brać pod uwagę aspekt zróżnicowania wartości parametrów termofizycznych w poszczególnych stanach skupienia, co uwzględniono już w (2) poprzez wprowadzenie argumentów w postaci stosunków dyfuzyjności cieplnych, przewodności i gęstości:

$$r_a = a_{(1)}/a_{(2)}, \quad r_\lambda = \lambda_{(1)}/\lambda_{(2)}, \quad r_\rho = \rho_{(1)}/\rho_{(2)}.$$

2.1.1. Topnienie w konfiguracji $M_{V(2)}$ (w ujęciu jednofazowym)

Należy zaznaczyć, że jak dotychczas najlepiej rozpoznano problemy jednofazowe. Wyniki wczesnych [3-5] oraz późniejszych [6-8] prac eksperymentalnych, angażujących zaawansowany opis dwuwymiarowy przestrzennie, wskazują jednoznacznie na fakt, że jeśli $S_c = 0$, to proces topnienia na ścianie pionowej przebiega w sekwencji następujących trzech reżimów:

- **początkowego** (określanego dalej wymiennie mianem reżimu $\langle c \rangle$), w którym granica rozdziału faz przemieszcza się równolegle do ścianki pionowej, a przenoszeniem energii rządzi "czyste przewodzenie";
- **mieszanego** (określanego dalej wymiennie mianem reżimu $\langle c \rightarrow cv \rangle$), w którym granica rozdziału faz odznacza się silną krzywizną w górnym obszarze zasobnika i pionowym przebiegiem w jego części dolnej, przy czym reżim ten charakteryzuje się rozwojem konwekcji naturalnej w górnej części fazy ciekłej oraz przewodzeniem w części dolnej, a jego zakończenie znajduje odzwierciedlenie w lokalnym minimum funkcji określającej zmienność liczby Nusselta na powierzchni grzejnej [9];

- w pełni rozwiniętej konwekcji naturalnej (określanego dalej wymiennie mianem reżimu $\langle cv \rangle$, przy czym jest to reżim quasistacjonarnej konwekcji naturalnej o w przybliżeniu stałej intensywności transportu ciepła w obszarze wypełnionym fazą ciekłą), w którym granica rozdziału faz pozostaje zakrzywiona i w górnej części zasobnika przemieszcza się szybciej niż w jego części dolnej.

Godzi się podkreślić, że powyższy scenariusz przebiegu procesu topnienia (przy $S_c = 0$) w konfiguracji $M_{V(2)}$, który nie jest kwestionowany w żadnej publikacji, obowiązuje do momentu, w którym granica rozdziału faz zetknie się z przeciwległą, schładzaną ścianką pionową. Tak formułowany opis ma jednak charakter wybitnie jakościowy i tym samym nie rozstrzyga istotnych kwestii związanych np. z ilościowym opisem zmienności warunków wnikania ciepła w czasie oraz udziału fazy ciekłej, czy też z pozyskiwaniem danych liczbowych umożliwiających wyznaczenie przedziałów czasowych, w których przebiegają poszczególne reżimy procesu topnienia.

Media o liczbie Prandtla $Pr > 1$ Najistotniejsze charakterystyki transportu ciepła podczas topnienia n-oktadekanu na pionowej ściance grzejnej zasobnika (w konfiguracji $M_{V(2)}$) były przedmiotem eksperymentalnych i numerycznych badań Ho i Viskanty [7], którzy tym samym poszerzyli zakres wcześniejszych analiz Hale'a i Viskanty [4]. I tak, udział tworzącej się fazy ciekłej wyznaczono w oparciu o korelację

$$\chi_{2(0)}(\tau) = 0.523 \cdot \left[Ra_2^{0.25} \cdot Ste_{(2)} \cdot Fo_{(2)} \right]^{0.68}, \quad (3)$$

w której $\chi_{2(0)}$ oznacza udział fazy ciekłej odniesiony do objętości medium w chwili początkowej (czyli w stałym stanie skupienia). Istotny jest przy tym fakt, że korelacja ta, którą wyznaczono przy $S_c = 0$, obowiązuje dla $\chi_{2(0)} < 0.3$. Skonstruowano ją w oparciu o wyniki badań przeprowadzonych w warunkach, w których: $0.063 \leq Ste_{(2)} \leq 0.132$, $6.3 \cdot 10^7 \leq Ra_2 \leq 1.4 \cdot 10^8$.

Natomiast metodyka numerycznego ujęcia topnienia w konfiguracji $M_{V(2)}$ była przedmiotem analiz Gadgila i Gobina [8], w których badano intensywność procesu w zależności od liczby Rayleigha Ra i stosunku liniowych wymiarów przekroju poprzecznego zasobnika A . Ustalając liczbę Prandtla $Pr = 50$ oraz liczbę Stefana $Ste_{(2)} = 0.2$ stwierdzono, że tzw. krzywe topnienia silnie zależą od A . Okazało się bowiem, że jeśli stosunek liniowych wymiarów przekroju poprzecznego zasobnika zwiększa się od $A = 1.13$ do $A = 5.25$, to czas wytopienia 80% medium skraca się więcej niż 16-to krotnie, przy czym stosownych porównań dokonano przy ustalonej wartości stosunku $Ra_2/A^3 \cong 6.9 \cdot 10^6$. Wydaje się, że Gadgil i Gobin [8] przeprowadzili jako pierwsi szczegółową konfrontację wyników obliczeń numerycznych, które zrealizowano w oparciu o zaawansowany, lokalny opis dwuwymiarowy przestrzennie, z danymi eksperymentalnymi uzyskanymi przez Hale'a i Viskantę [4]. Pomimo ujawnienia najistotniejszych, jakościowych aspektów topnienia w konfiguracji $M_{V(2)}$, Gadgil i Gobin [8] – podobnie jak Ho i Viskanta

[7] – nie formułują jednak wniosków natury ogólnej, które mogłyby rzutować na ilościowy opis procesu.

Media o liczbie Prandtla $Pr < 1$ Nieco gorzej – historycznie rzecz ujmując – miała się sprawa z analizą topnienia medium o $Pr \ll 1$. Systematyczne badania tego procesu w konfiguracji $M_{V(2)}$ i w warunkach jednofazowych zainicjowali Gau i Viskanta [10], którzy przeprowadzili eksperymentalną analizę wpływu konwekcji naturalnej na ruch granicy rozdziału faz ψ oraz transport energii podczas topnienia czystego metalu (galu). Wartości poszczególnych parametrów procesu zmieniano w następujących zakresach: $A = \{0.286, 0.5, 0.714\}$, $0.009 \leq Ste_{(2)} \leq 0.083$, $1.716 \cdot 10^6 \leq Ra_1 \leq 1.866 \cdot 10^6$ ($Ra_2 \sim 6.5 \cdot 10^5$), $Pr = 0.0216$, $Sc = 0.0$ (przechłodzenie ok. $1 \div 2^\circ\text{C}$ i w związku z tym: $r_a = 0$, $r_\lambda = 0$, $r_\rho = 0$). Ilościowy opis poszczególnych reżimów procesu oraz struktur przepływu oparto na pomiarach położenia granicy rozdziału faz i rozkładów temperatury oraz ich fluktuacji. Pomierzone wartości wytopionej objętości medium skorelowano następującym wzorem:

$$\chi_{2(0)} = 2.708 \cdot \tau_{(2)}^{0.843} \cdot Ra_2^{0.0504} \cdot A^{-0.14} \quad (4)$$

oraz alternatywnie

$$\chi_{2(0)}(\tau) = 6.278 \cdot \tau_{(2)}^{0.842} \cdot Ste_{(2)}^{0.0393} \cdot A^{0.0137}. \quad (5)$$

Z korelacji (4) i (5) wynika, że wykazują one niewielką zależność od parametru A , przy czym – co ciekawe – nie pojawia się tu relacja $\chi_{2(0)} \sim \tau^{0.8}$ dla $\tau = Ste \cdot Fo$, aczkolwiek wiadomo, iż w reżimie $\langle c \rangle$: $\chi_{2(0)} \sim \tau^{0.5}$.

Znajomość funkcji określającej zmiany udziału fazy ciekłej w czasie umożliwiła opracowanie całkowitej miary intensywności wymiany ciepła, której nadano następującą postać:

$$\overline{Nu}^{(x,\tau)} = \frac{\overline{\alpha}^{(x,\tau)} \cdot l_2}{\lambda_{(2)}} = \chi_{2(0)}(\tau) \cdot (1 + 0.5 \cdot Ste)/(A \cdot \tau_{(2)}), \quad (6)$$

przy czym $\overline{\alpha}^{x,\tau}$ jest uśrednionym – dla całego cyklu ładowania – współczynnikiem przejmowania ciepła na ścianie zasobnika. Opis stosownej procedury uśredniania można znaleźć w [10] i [11]. Gau i Viskanta [10] sformułowali również alternatywną zależność

$$\overline{Nu}_{\psi}^{(x,\tau)} = \frac{\overline{\alpha}^{(x,\tau)} \cdot \overline{\psi}}{\lambda_{(2)}} = 0.0631 \cdot (Ra_{\overline{\psi}}/Ste_{(2)})^{0.274}, \quad (7)$$

przy czym dla jednoznacznej identyfikacji wielkości, które stanowiły bazę dla definicyjnego ujęcia liczby Nusselta i Rayleigha, wprowadzono tu stosowny indeks dolny (symbolizujący uśrednione w przestrzeni położenie granicy rozdziału faz). Należy zaznaczyć, że aczkolwiek wachlarz badań prezentowanych w [10] jest nader szeroki, to jednak nie formułuje się tam uogólnień.

2.1.2. Topnienie w konfiguracji $M_{V(2)}$ (w ujęciu dwufazowym)

Jeśli schładzana prawa ścianka zasobnika (rys. 1) utrzymywana jest w temperaturze $\Theta_{W(R)} < \Theta^*$ (a zatem $S_c \neq 0$), to przechłodzenie fazy stałej może – zgodnie z wynikami analiz prezentowanych np. w [7], [9] czy [12] – w sposób istotny oddziaływać na przebieg procesów przenoszenia energii, albowiem odnotowywuje się znaczny spadek intensywności topnienia. Jest to zrozumiałe, bo tylko część energii transportowanej do granicy rozdziału fazy ciekłej i stałej uczestniczy w procesie wytopiania materiału, a to z uwagi na jej przewodzenie w fazie stałej. Skutkuje to bezpośrednio opóźnieniem w inicjacji i rozwoju transportu na drodze konwekcji naturalnej. W granicznym przypadku można mieć do czynienia z całkowitym zahamowaniem procesu, a wtedy układ osiąga stan stacjonarny, w którym konwekcyjne przenoszenie od fazy ciekłej do granicy rozdziału faz jest całkowicie bilansowane przez przewodzenie w fazie stałej.

Mimo tego, iż wiele aspektów topnienia z przechłodzeniem wydaje się być wspólnych dla płynów o małych i dużych liczbach Prandtla, to jednak obserwowane są istotne różnice w lokalnych strukturach przepływu oraz mechanizmach wymiany (transportu) ciepła.

Media o liczbie Prandtla $Pr > 1$ Problem przechłodzenia, a ściślej: nałożenia się procesów transportowych w fazie stałej, jest istotny z uwagi na zróżnicowanie mediów pod względem wartości ich przewodności cieplnej. Media o liczbie Prandtla $Pr > 1$ charakteryzują się bowiem niewielkim przewodnictwem cieplnym, a media o $Pr < 1$ mają znacznie większą przewodność cieplną. Wpływ przechłodzenia na proces topnienia substancji organicznych ($Pr \gg 1$) został szczegółowo przeanalizowany przez Benarda i in. [12], którzy stosowali medium robocze w postaci n-oktadekanu ($Pr = 52.14$). Badania przeprowadzono w warunkach, w których: $A = 2.57$, $Ste = 0.069$, $Ra_2 = 8.460 \cdot 10^8$ ($Ra_1 = 4.984 \cdot 10^7$), $S_c = 2.4000$, $r_\lambda = 2.4800$, $r_\rho = 1.0800$, $r_a = 2.6700$. Potwierdziły one nadzwyczajną wiarygodność obliczeń, czyli poprawność numerycznej analizy procesów z przemianą fazy z uwzględnieniem konwekcji naturalnej. Za interesujące należy także uznać spostrzeżenie, że – niezależnie od stopnia przechłodzenia S_c – możliwe jest stosowanie korelacji

$$\overline{Nu}_{<cv>} = 0.33 \cdot Ra^{0.25}, \quad (8)$$

którą wcześniej zapostulowano w [6]. Odczuwalny jest jednak brak takich badań, w których przechłodzenie S_c podlegałoby wariantowaniu. Fakt ten dezawuuje nieco wyniki przedstawione w [12]. Wydaje się, że najistotniejszy jest przy tym brak komentarza Benarda i in. odnośnie możliwości zaistnienia w pełni rozwiniętej konwekcji naturalnej (czyli reżimu $<cv>$). W [12] nie zawarto też uogólnień, przy czym ten stan rzeczy dla topnienia mediów (o liczbie Prandtla $Pr > 1$ i przechłodzeniu $S_c > 0$) w konfiguracji $M_{V(2)}$ zdaje się wciąż utrzymywać.

Media o liczbie Prandtla $Pr < 1$ Wpływ przechłodzenia na proces topnienia był dość szeroko analizowany przez Beckermanna i Viskantę [9], którzy zrealizowali

badania eksperymentalne i numeryczne dla zasobnika o przekroju kwadratowym ($A = 1$). Badania te przeprowadzono w warunkach, w których: $0.026 \leq Ste_{(2)} \leq 0.076$, $1.67 \cdot 10^5 \leq Ra \leq 4.88 \cdot 10^5$, $Pr = 0.0208$ (gal o czystości 99.99%), $r_\lambda = 1.0$, $r_\rho = 0.9690$, $r_a = 1.1050$. Jako miarę przechłodzenia przyjęto następujący stosunek:

$$S_c \rightarrow S_c^\Theta = \frac{\Theta^* - \Theta_{W(R)}}{\Theta_{W(L)} - \Theta^*}, \quad \text{przy czym} \quad 0.468 \leq S_c^\Theta \leq 2.831. \quad (9)$$

Szerokie zakresy zmienności parametrów umożliwiły Beckermannowi i Viskancie [9] sformułowanie dwóch nader istotnych zależności. Pierwsza z nich, która ma postać

$$\overline{\psi}_{<cv>}^{\tau \rightarrow \infty} = 1.0 - \frac{1.19 \cdot r_\lambda \cdot S_c^\Theta}{\overline{Nu}_{W(H)} |_{\tau \rightarrow \infty}}, \quad (10)$$

określa uśrednioną w przestrzeni zajętość fazy ciekłej w warunkach ustalonych (tzn. dla $\tau \rightarrow \infty$). Natomiast druga zależność, to:

$$\overline{Nu}_{W(H)} |_{\tau \rightarrow \infty} = 0.5 \cdot (Ra \cdot Pr)^{0.25}, \quad (11)$$

przy czym jest ona słuszna dla mediów o liczbie Prandtla $Pr < 1$.

Warto zauważyć, że jeśli (11) uwzględni się w (10), to do wyznaczenia uśrednionej w przestrzeni zajętości fazy ciekłej w stanie ustalonym wystarcza znajomość liczby podobieństwa Rayleigha i Prandtla. Jest to jednak wykonalne w sytuacji, gdy znana jest stała, która – w konkretnym przypadku – "najlepiej skoreluje" $\overline{\psi}_{<cv>}^{\tau \rightarrow \infty}$. W formule (10) przyjęto, że stała ta wynosi 1.19, ale wartość tę określono w oparciu o wyniki badań, w których: $10^5 < Ra < 5 \cdot 10^5$, $0.01 < Ste < 0.09$, $Pr < 1$. W [9] stwierdzono, że $\overline{\psi}_{<cv>}^{\tau \rightarrow \infty}$ obarczone jest błędem, którego wielkość zależy od stopnia przechłodzenia medium S_c , przy czym jeśli:

- $S_c < 1.0$, to błąd ten szacuje się na około 0.5%,
- $S_c = 2.0$, to wielkość błędu wzrasta do około 3.0%,
- $S_c > 2.0$, to formuła (10) nie może już być stosowana, albowiem nie rozwinęła się w pełni konwekcja naturalna.

Jak do tej pory nie odnotowano jednak dostatecznie ogólnych zależności, które korelowałyby uśrednioną liczbę Nusselta oraz natężenie topnienia w funkcji takich bezwymiarowych parametrów, jak: stosunek liniowych wymiarów przekroju poprzecznego zasobnika A (prawdopodobna jest tu słaba zależność od A , którą sygnalizowano już we wcześniej omawianych publikacjach), czy też liczba Rayleigha Ra , przy czym chodzi tu o $Ra > 10$. W gruncie rzeczy nie jest także znana graniczna (progowa) wartość S_c , do której obowiązuje powyżej przytoczona formuła (10).

Znaczące – w tym kontekście – są rezultaty analiz Beckermanna [13]. Zaprezentował on bowiem prosty model topnienia w konfiguracji $M_{V(2)}$, w którym w

sposób szczególnie uwzględnił przechłodzenie fazy stałej. Scalkowanie tego modelu, przy założeniu:

- zanedbywalnie małej bezwładności cieplnej obszarów wypełnionych fazą ciekłą i stałą,
- podziału ewolucji procesu na powyżej omówione trzy reżimy przenoszenia,

dostarcza prostych zależności algebraicznych określających przemieszczanie się granicy rozdziału faz. Korelacja zaproponowana przez Beckermanna umożliwia – w odróżnieniu od wcześniej przytaczanych formuł – wyznaczenie zmian udziału fazy ciekłej w czasie, a ponadto obowiązuje dla topnienia tak z jak i bez przewodzenia w fazie stałej. Ma ona postać:

- dla reżimu $\langle c \rangle$:

$$\tau = -\bar{\psi} \cdot \bar{\psi}_{\langle c \rangle}^{\tau \rightarrow \infty} - (\bar{\psi}_{\langle c \rangle}^{\tau \rightarrow \infty})^2 \cdot \ln\left(1 - \frac{\bar{\psi}}{\bar{\psi}_{\langle c \rangle}^{\tau \rightarrow \infty}}\right) + (\bar{\psi}_{\langle c \rangle}^{\tau \rightarrow \infty})^3 \cdot [1.5 + 0.5 \cdot \left(1 - \frac{\bar{\psi}}{\bar{\psi}_{\langle c \rangle}^{\tau \rightarrow \infty}}\right)^2 - 2 \cdot \left(1 - \frac{\bar{\psi}}{\bar{\psi}_{\langle c \rangle}^{\tau \rightarrow \infty}}\right) + \ln\left(1 - \frac{\bar{\psi}}{\bar{\psi}_{\langle c \rangle}^{\tau \rightarrow \infty}}\right)], \quad (12)$$

gdzie $\bar{\psi}_{\langle c \rangle}^{\tau \rightarrow \infty}$ jest uśrednioną wielkością wytopionego obszaru w stanie ustalonym (przy założeniu, że proces topnienia przebiegałby całkowicie w reżimie "czystego przewodzenia"), która – według Beckermanna – jest dana wzorem

$$\bar{\psi}_{\langle c \rangle}^{\tau \rightarrow \infty} = \frac{1}{1 + S_c^\lambda}, \quad (13)$$

przy czym

$$S_c \rightarrow S_c^\lambda = \frac{\lambda_{(1)} \cdot (\Theta^* - \Theta_{W(R)})}{\lambda_{(2)} \cdot (\Theta_{W(L)} - \Theta^*)} > 0, \quad (14)$$

a jeśli $S_c^\lambda = 0$, to równanie (12) redukuje się do dobrze znanej formuły

$$\bar{\psi} = (2\tau)^{0.5}; \quad (15)$$

- dla reżimu $\langle cv \rangle$:

$$(\psi - \bar{\psi}_{\langle c \rangle}^*) - (1 - \bar{\psi}_{\langle cv \rangle}^*) \cdot \ln\left(\frac{\bar{\psi} - \bar{\psi}_{\langle cv \rangle}^*}{\bar{\psi}_{\langle c \rangle}^* - \bar{\psi}_{\langle cv \rangle}^*}\right) = \overline{Nu}_{\langle cv \rangle} \cdot (\tau - \tau_{\langle c \rangle}^*), \quad (16)$$

gdzie:

- $\bar{\psi}_{\langle cv \rangle}^*$ oznacza udział fazy ciekłej wyznaczony np. w oparciu o zależność (10), a zatem dla warunków, w których proces topnienia ulegnie całkowitemu wyhamowaniu,

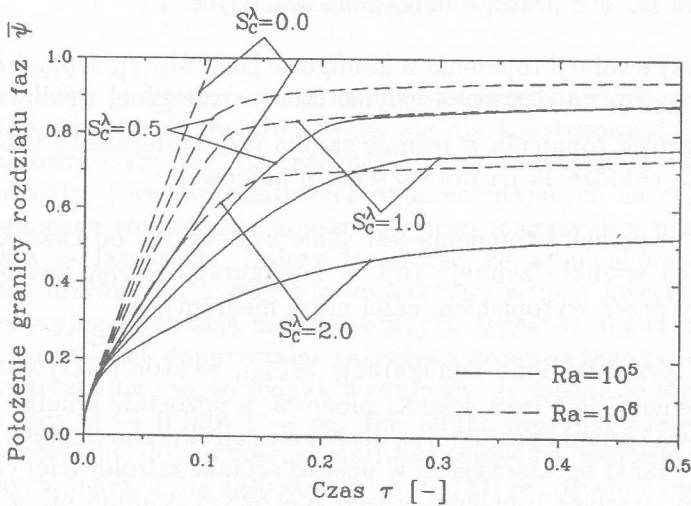
- $\bar{\psi}_{<c>}^*$ oznacza zaś położenie granicy rozdziału faz dla $\tau = \tau_{<c>}^*$ przy czym jeśli $S_c^\lambda = 0$, to równanie (16) redukuje się do formuły

$$\bar{\psi} - \bar{\psi}_{<c>}^* = \overline{Nu}_{<cv>} \cdot (\tau - \tau_{<cv>}^*). \quad (17)$$

Wyrażenia (12)÷(15) i (16)÷(17) są godne uwagi, albowiem w istocie rzeczy nie zależą one od bezwymiarowych parametrów rozważanego problemu. Mogą być zatem stosowane do opisu topnienia w zasobnikach przy różnych warunkach doprowadzania energii, ale przy założeniu, że znana jest – dla reżimu $<cv>$ – uśredniona liczba Nusselta na ścianie grzejnej. Beckermann [13] uważa, że takie liczby Nusselta mogą być pozyskiwane ze standardowych korelacji dla "czystej" konwekcji (tzn. bez topnienia).

Wpływ przechłodzenia na ewolucję procesu topnienia w konfiguracji $M_{V(2)}$, bazujący na korelacjach (12)÷(17) – pokazano na rys. 2. Widoczne jest asymptotyczne zdążanie do zahamowania topnienia, przy czym tendencja ta jest możliwa do wykazania jedynie dla $Pr \ll 1$.

W podsumowaniu należy podkreślić, że proces topnienia w warunkach prze-



Rys. 2. Wpływ przechłodzenia na ewolucję procesu topnienia w konfiguracji $M_{V(2)}$ ($Pr = 0.1$)

chłodzenia fazy stałej przebiega w sekwencji czterech reżimów, przy czym osiąga on ewentualnie stan ustalony. Jeśli przechłodzenie jest małe, to trzy pierwsze reżimy przebiegają podobnie jak poszczególne stadia topnienia w przypadku braku przechłodzenia. Jeśli zaś przechłodzenie jest umiarkowane ($S_c \cong 1$), to po wystąpieniu reżimu $<c>$ i $<c \rightarrow cv>$ można obserwować istotne różnice w dalszym przebiegu procesu w stosunku do topnienia bez przechłodzenia fazy stałej. Natomiast duże przechłodzenia ($S_c > 2$) powodują wczesne zatrzymanie topnienia, a to oznacza, że mogą w ogóle nie wystąpić dwa ostatnie reżimy. Wydaje się jednak,

że problem ten nie został jeszcze na tyle rozpoznany, aby można było sformułować szczegółowe wnioski o charakterze ilościowym.

2.2. Zasobnik z jedną aktywną ścianką pionową i pozostałymi ściankami idealnie zaizolowanymi cieplnie

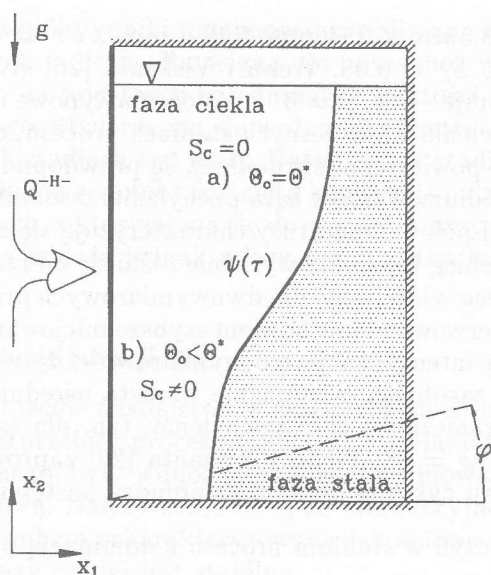
Z powyższych rozważań wynika, że charakterystycznym elementem w konfiguracji $M_{V(2)}$ jest ścianka ograniczająca, którą utrzymuje się w stałej temperaturze $\Theta_{W(R)} < \Theta^*$. Fakt ten w sposób istotny rzutuje na przebieg topnienia, albowiem implikuje istnienie tzw. punktu krytycznego, który odpowiada zetknięciu się granicy rozdziału faz ψ ze wspomnianą ścianką. W związku z tym uzasadnione staje się wprowadzenie czwartego (specyficznego dla konkretnej geometrii) reżimu, określanego mianem zaniku fazy stałej. Reżim ten jest także nazywany dalej reżimem $\langle sh \rangle$.

Należy tu wyraźnie zaznaczyć, że jeśli:

- $S_c = 0$, to wszystkie rozpatrywane dotąd korelacje obowiązują do charakterystycznego punktu na osi czasu, który odpowiada zetknięciu się granicy rozdziału faz ψ z prawą ścianką pionową, czyli:
 - opisy ewolucji topnienia w konfiguracjach: $M_{V(1)}$, $M_{V(2)}$ i $M_{V(3)}$ (rys. 3) mogą być utożsamiane jedynie do tej szczególnej chwili czasowej,
 - przebieg topnienia w reżimie zaniku fazy stałej zależy silnie od warunków chłodzenia na prawej ściance pionowej;
- $S_c \neq 0$, to przebieg topnienia jest silnie uzależniony od charakteru odbioru energii ze ścianki "zimnej" (np. w konfiguracji $M_{V(2)}$ jest osiągany stan ustalony przed wytopieniem całej masy medium).

Na rys. 3 przedstawiono konfigurację $M_{V(3)}$, w której aktywną ze względu na wymianę energii jest lewa ścianka pionowa, a pozostałe ścianki (czyli: prawa ścianka pionowa i ścianki poziome) są doskonale zaizolowane cieplnie. Wprowadzenie pionowej ścianki ograniczającej w postaci ścianki zaizolowanej cieplnie powoduje odmienny przebieg topnienia w jego końcowym stadium niż w rozważanych uprzednio konfiguracjach. Z analizy skal [14] wynika, że w układzie z $S_c = 0$ faza stała zanika (w reżimie $\langle sh \rangle$) w przedziale czasu $\Delta\tau_{\langle sh \rangle}$ rzędu $Ra^{0.2 \div 0.25}$, przy czym wartościami tymi można operować jedynie w kategorii oszacowania. Analogicznie przedstawia się kwestia stosownego opisu intensywności wymiany ciepła w reżimie zaniku fazy stałej. Analiza przebiegu topnienia w reżimie $\langle sh \rangle$ była przedmiotem eksperymentów numerycznych Gościaka i Łacha [15], którzy określili zmienność w czasie:

- uśrednionej (po wysokości ścianki grzejnej) liczby Nusselta $\overline{Nu}$,
- udziału fazy ciekłej χ (czyli pośrednio: położenia granicy rozdziału faz).



Rys. 3. Topnienie w konfiguracji $M_{V(3)}$

W tym kontekście warto zwrócić uwagę na sugestie przedstawione w [16-19]. Wydaje się, że stanowią one dobrą propozycję, ale dla konstruowania jedynie tzw. przybliżenia zerowego, czy też dla realizacji – usztywnionych w odniesieniu do konkretnego obiektu – wielowariantowych obliczeń mających na celu, np. optymalizację określonego rozwiązania konstrukcyjnego magazynu z przemianą fazy typu faza ciekła $\leftrightarrow$ faza stała. Należy zaznaczyć, że wymienione tu podejścia miały charakter inżynierski, a więc nie podnoszono w nich kwestii związanych z możliwie precyzyjną symulacją najistotniejszych aspektów rozważanych procesów topnienia. Aczkolwiek dopuszczalne zakresy zastosowań tego typu podejść nie są wyraźnie wyartykułowane, to jednak wydaje się, że można je wykorzystywać jedynie wtedy, gdy $A \rightarrow 0$ lub $A \rightarrow \infty$. Ten punkt widzenia zdaje się w pełni potwierdzać pogorszenie dokładności scenariusza topnienia opartego na wynikach tak realizowanych obliczeń dla zasobnika o $A = 1$, które zostało zasygnalizowane przez Henze'a i Humphrey'a [19].

2.2.1. Topnienie w konfiguracji $M_{V(3)}$ z uwzględnieniem zmian kąta φ

W większości skomentowanych dotychczas publikacji analizowano proces topnienia w zasobnikach, których aktywne ścianki (podgrzewane do temperatury wyższej od θ^*) były usytuowane pionowo.

Webb i Viskanta [20] zrealizowali zaś szereg eksperymentalnych badań procesów topnienia zachodzących w zasobnikach o przekroju prostokątnym, które były usytuowane pod kątem φ ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$) względem poziomu (rys. 3). Badania te obejmowały następujące zakresy zmienności poszczególnych pa-

rametrów: $A = 4.0(63.5\text{ mm} \times 254\text{ mm} \times 40.6\text{ mm})$, $Pr = 50.0$ (n-oktadekan), $Ste = 0.105$, $0.0018 < S_c < 0.08$. Webb i Viskanta [20] stwierdzili, że granica rozdziału faz φ przyjmuje – dla $\varphi = 0^\circ$ – położenia typowe dla topnienia w 2D. Nieznaczące jej zakrzywienia we wczesnych stadiach procesu, obserwowane w bezpośrednim sąsiedztwie powierzchni swobodnej, są prawdopodobnie spowodowane ekspansją objętości medium. Wzrost kąta pochylenia zasobnika φ sprawia, że tak przepływ medium jak i pole temperatury charakteryzują się coraz bardziej skomplikowaną naturą. Przebieg topnienia wyraźnie różni się od rządzonego przez warstwę przysścienną procesu właściwego dla dwuwymiarowych przestrzennie układów recyrkulacyjnych. Obserwowane jest bowiem szybsze inicjowanie się konwekcji naturalnej z jednoczesną intensyfikacją trójwymiarowości zjawiska. Wraz ze wzrostem kąta pochylenia zasobnika φ wyraźnie wzrasta uśredniona liczba Nusselta $\overline{Nu}$, przy czym dla granicznego kąta pochylenia, tzn. dla $\varphi = 90^\circ$, jest ona o 250% większa niż dla $\varphi = 0^\circ$. Webb i Viskanta [20] zaproponowali także opis intensywności przebiegu cyklu ładowania za pomocą następujących zależności:

- w reżimie $\langle c \rangle$ (czyli w stadium procesu z dominacją przewodzenia):

$$\chi_{2(c)}(\tau) = A \cdot [2 \cdot \tau \cdot r_\rho^{-1} \cdot (1 + S_c + 0.5 \cdot Ste)]^{0.5}; \quad (18)$$

- w reżimie $\langle cv \rangle$ (czyli w warunkach z w pełni rozwiniętą konwekcją naturalną):

$$\chi_{2(c)}(\tau) = 35.4 \cdot \tau^{0.77} \cdot (\cos\varphi)^{-0.4}, \quad (19)$$

gdzie $\chi_{2(c)}$ oznacza udział objętościowy fazy ciekłej (definiowany jako stosunek objętości fazy ciekłej do całkowitej objętości zasobnika).

Powyższe formuły zweryfikowano i udokumentowano na wykresie $\chi_{2(c)} = \chi_{2(c)}(\tau)$, przy czym $0 \leq \chi_{2(c)} \leq 0.5$. Można więc domniemywać, że być może jest to właściwy zakres zastosowania zależności (18) i (19). Jednak z uwagi na sposób definicyjnego ujęcia χ trudno jest określić, jaką graniczną objętość wytopionego medium brano tu pod uwagę, albowiem nie zamieszczono danych odnośnie stopnia zapelnienia zasobnika substancją w chwili początkowej ($\tau = 0$).

Jeśli przyjąć, że słuszne są formuły (18) i (19), a to oznacza, że średnia temperatura fazy ciekłej medium wynosi $\Theta_2 = 0.5 \cdot (\Theta_0 + \Theta^*)$ a fazy stałej - $\Theta_1 = 0.5 \cdot (\Theta_H + \Theta^*)$, to uśrednioną w przestrzeni liczbę Nusselta $\overline{Nu}$ da się wówczas wyznaczyć z następującej zależności:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{A \cdot \tau} [\chi_{2(c)}(\tau) \cdot (1 + 0.5 \cdot Ste_{(2)}) + 0.5 \cdot r_\rho \cdot S_c [1 - \chi_{2(c)}(\tau)]] \quad (20)$$

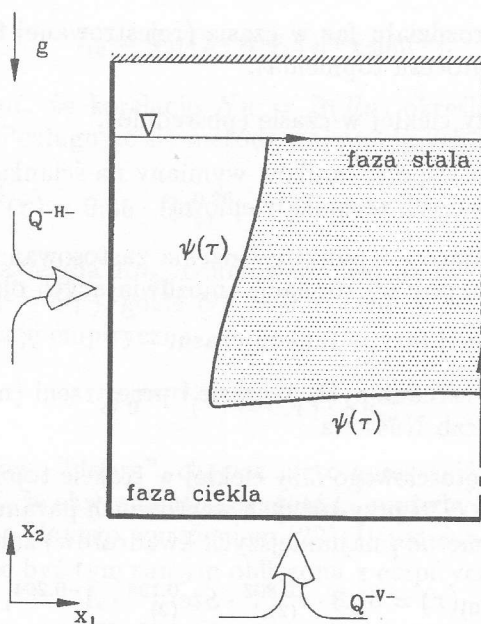
Jeśli $S_c \rightarrow 0$, to globalny współczynnik wymiany może być wyznaczony w oparciu o dostępne korelacje opisujące przejmowanie ciepła w warunkach w pełni rozwiniętej konwekcji naturalnej w zasobnikach usytuowanych pod dowolnym kątem φ względem kierunku oddziaływania sił ciężenia. Fakt ten posłużył Webbowi i Viskancie za punkt wyjścia do opracowania jednowymiarowego przestrzennie

modelu, w którym współczynniki przejmowania obliczane były z korelacji dla zasobników pochyłonych, a liczbę Rayleigha Ra i stosunek wymiarów geometrycznych A wyznaczano na podstawie uśrednionych wartości chwilowych szerokości obszaru prostokątnego. Stwierdzono, że wpływ parametru S_c na przebieg topnienia w jego wczesnych stadiach jest mały. Natomiast w stadiach późniejszych, tzn. wtedy, gdy występuje już w pełni rozwinięta konwekcja naturalna, liczby Nusselta są już mniejsze od tych, z którymi ma się do czynienia przy braku przechłodzenia. Webb i Viskanta nie podają jednak miary tego spadku intensywności procesów przenoszenia.

2.3. Topnienie w konfiguracji M_{V-H}

Powyżej skomentowane następstwo w czasie kolejnych reżimów przenoszenia i ich oddziaływanie na przebieg procesu topnienia, a zwłaszcza oddziaływanie przenoszenia konwekcyjnego, były jednoznacznie zdeterminowane przez zorientowaną poziomo siłę napędową. Należy stwierdzić, że konwekcyjne przenoszenie przejawia się jedną, dość dobrze scharakteryzowaną jakościowo strefą recyrkulacyjną, w której przepływ fazy ciekłej jest stabilny.

Z całkowicie odmienną sytuacją ma się do czynienia w przypadku topnienia w konfiguracji pokazanej na rys. 4, której przyporządkowano symboliczne oznaczenie M_{V-H} . Jest to zasobnik z dwiema ściankami aktywnymi ze względu na wymianę energii (lewą pionową i dolną poziomą). Jego pozostałe ścianki są zaś



Rys. 4. Topnienie w konfiguracji M_{V-H}

doskonale zaizolowane cieplnie (prawa pionowa – warunek symetrii, górna po-

zioma – powierzchnia swobodna). Oddziaływanie układu zewnętrznego przejawia się więc poprzez poziomo i pionowo zorientowane siły napędowe procesu. Obiekt ten (o jednorodnej i ustalonej temperaturze ścianek pionowych i ścianki dolnej) był przedmiotem szczegółowych badań eksperymentalnych zrealizowanych przez Ho i Viskantę [11]. Doświadczenia przeprowadzono w warunkach, w których: $A = [0.75, 1.0, 1.5]$, przy czym: $A = l_2/(2 \cdot l_1)$, $0.064 \leq Ste_{(2)} \leq 0.192$ oraz $1.7 \cdot 10^6 \leq Ra_{eq} \leq 5.1 \cdot 10^6$, gdzie liczbę Rayleigha Ra_{eq} zdefiniowano na bazie charakterystycznego wymiaru liniowego

$$l_{eq} = [l_2/(2 \cdot A + 1)], \quad (21)$$

a zatem w taki sposób, aby uzyskać zgodność z ekwiwalentnym problemem topnienia, dla którego można wyróżnić jednoznacznie zdefiniowaną siłę napędową w jednym z kierunków w przestrzeni (np. topnienie w konfiguracjach $M_{V(i)}$, $i = 1, 2, 3$).

Dla ustalenia jednoznacznego poziomu odniesienia podjęto szczególne starania, aby utrzymywać fazę stałą w określonej i jednorodnej temperaturze bliskiej Θ^* . W ten sposób ograniczono do minimum trudne do wyeliminowania wstępne przechłodzenie S_c .

Wynikiem badań Ho i Viskanty było przedstawienie szeregu informacji o charakterze jakościowym, które dotyczyły przede wszystkim:

- struktur przepływu (wizualizowanych przy użyciu niewielkiej ilości znacznika w postaci proszku aluminiowego),
- ewolucji granicy rozdziału faz w czasie (rejestrowanej fotograficznie w kolejnych stadiach procesu topnienia),
- zmian udziału fazy ciekłej w czasie (pośrednio),
- wartości lokalnych współczynników wymiany na ściankach pionowych i poziomych (wyznaczanych techniką cieniową).

Najbardziej interesujące – z punktu widzenia zastosowań – było opracowanie wyników doświadczeń w postaci korelacji umożliwiających określenie:

- objętości wytopionej fazy w funkcji czasu,
- chwilowych i/lub uśrednionych w czasie i przestrzeni (na aktywnych ściankach grzejnych) liczb Nusselta.

Zmiany udziału objętościowego fazy ciekłej w trakcie topnienia n-oktadekanu w temperaturze bliskiej Θ^* i przy różnych wartościach parametru A skorelowano (poprzez dopasowanie metodą najmniejszych kwadratów) zależnością

$$\chi_{2(0)}(\tau) = 51.3 \cdot \tau_{(2),1}^{0.802} \cdot Ste_{(2)}^{0.198} \cdot A^{-0.264}, \quad (22)$$

w której $\tau_{(2),1} = Ste_{(2)} \cdot Fo_{(2),1}$. Nieco odmienny wzór

$$\chi_{2(max)}(\tau) = 51.3 \cdot \tau^{0.824} \cdot Ste_{(2)}^{0.184} \cdot A^{-0.264} \quad (23)$$

przedstawił Viskanta [21]. O zróżnicowaniu formuł (22) i (23) decyduje definicyjne ujęcie udziału objętościowego fazy ciekłej, przy czym:

- w zależności (22) udział ten jest odniesiony do objętości medium w chwili początkowej,
- w zależności (23) jest on zaś odniesiony do maksymalnej objętości wypełnionej substancją akumulującą.

Z powyższych wyrażen jasno wynika, że wzrost wartości parametru A powoduje spadek natężenia topnienia substancji. Oznacza to, że mniejsze wartości A mogłyby zintensyfikować przebieg cykli ładowania w konfiguracji M_{V-H} . Ho i Viskanta nie formułują jednak istotnych dla praktyki inżynierskiej sugestii odnośnie określonego manipulowania geometrią zasobnika.

Chwilowe wartości liczb Nusselta (uśrednionych po całej powierzchni grzejnej) wyznaczono w oparciu o zmiany objętości wytopionego medium i ujęto następującą zależnością:

$$\overline{Nu}^{(x,\tau)} = \bar{\alpha} \cdot l_{eq} / \lambda = 2 \cdot \left(\frac{A}{2A+1} \right)^2 \cdot \chi_{2(0)}^2(\tau) [1 + 0.5 \cdot (Ste - S_c)] / \tau, \quad (24)$$

a zatem w ścisłym powiązaniu z przeskalowywanym na bieżąco charakterystycznym wymiarem liniowym

$$l_{eq} = [l_2 / (2 \cdot A + 1)] \cdot \chi_{2(0)}(\tau). \quad (25)$$

Należy nadmienić, że korelację $Nu = \mathfrak{S}(Ra)$ określono także w oparciu o wartości chwilowe. Posługując się metodą najmniejszych kwadratów otrzymano:

$$\overline{Nu}^{(x,\tau)}(\tau) = 0.36 \cdot Ra_{eq}^{0.26}, \quad 2.0 \cdot 10^3 \leq Ra_{eq} \leq 6.0 \cdot 10^6, \quad (26)$$

przy czym liczba Rayleigha Ra_{eq} definiowana jest na bazie l_{eq} oraz różnicy temperatur $\Delta\theta = (\theta_W - \theta_F)$, gdzie $\theta_F = 0.5 \cdot (\theta_W + \theta^*)$. Viskanta [21] podaje alternatywną korelację empiryczną

$$\overline{Nu}^{(x,\tau)}(\tau) = 0.43 \cdot Ra_{eq}^{0.25}, \quad (27)$$

która jest według niego "dobra", chociaż nieco gorsza niż formuła (26).

Warto zaznaczyć, że ekwiwalentna długość l_{eq} może być wyznaczona w oparciu o znajomość np. $\chi_{2(0)}$ danego wyrażeniem (22). Uśredniona w czasie i przestrzeni liczba Nusselta może być tym samym obliczona z empirycznej zależności (26) lub (27).

Wyniki eksperymentów Ho i Viskanty jeszcze raz potwierdziły znaczny wpływ konwekcji naturalnej w fazie ciekłej na:

- kształt i dynamikę granicy rozdziału faz,

- wartości współczynników wnikania na ściankach grzejnych,
- intensyfikację topnienia (w przypadku tak słabo przewodzących mediów, jak n-oktadekan).

Z dużą wyrazistością ujawniły się zarazem poważne trudności w konstruowaniu odpowiednich korelacji. Próby skorelowania np. $\chi_{2(0)}$ z $(\tau \cdot Ra_{eq}^{0.25})$ i innymi parametrami bezwymiarowymi lub grupami tych parametrów, bądź też manipulacje z charakterystycznym wymiarem liniowym (wysokością l_2 lub ekwiwalentną wysokością grzania l_{eq}) w definicji liczby Nusselta Nu i liczby Rayleigha Ra , nie doprowadziły bowiem do przedstawienia wyników eksperymentów w postaci jednej krzywej.

Topnienie w konfiguracji M_{V-H} jest – niestety – przedmiotem nielicznych publikacji, przy czym oprócz powyżej wymienionych prac należy jeszcze zwrócić uwagę na wyniki zaprezentowane przez Henze’a i Humphrey’a [19]. Rozpatrywali oni zasobnik w konfiguracji M_{V-H} , ale z modyfikacją polegającą na zastąpieniu zaizolowanych cieplnie ścianek poziomych ściankami wykonanymi z dobrze przewodzącego materiału. Zabieg taki ma swoje szczególne uzasadnienie – zwłaszcza w przypadku układów z $A \rightarrow 0$ – z uwagi na fakt, że media magazynujące charakteryzują się niską przewodnością cieplną (zbliżoną wręcz do przewodności cieplnej materiałów izolacyjnych). Gradienty temperatury w kierunku pionowym w konfiguracji analizowanej przez Henze’a i Humphrey’a powstają więc na skutek przewodzenia przez poziome ścianki ograniczające. W [19] przedstawiono uproszczony model matematyczny takiego magazynu, przy czym równania bilansowe sformulowano w oparciu o quasiliniowe, niestacjonarne równanie zachowania energii cienkiego żebra. Podejście to umożliwiło dostatecznie dokładne (z dokładnością wystarczającą dla zastosowań inżynierskich) określenie udziału wytopionej fazy oraz kształtu granicy rozdziału faz w funkcji czasu. Wyniki obliczeniowe zostały przy tym zweryfikowane na drodze eksperymentalnej. Szczególnie dobrą zgodność porównywanych rezultatów uzyskano dla $A \rightarrow 0$. Stwierdzono także, że w celu zapewnienia wysokiej intensywności topnienia (przy założeniu stałej ilości materiału zmieniającego fazę i materiału żebra) należy raczej dążyć do takiej realizacji procesu, aby przebiegał on wyłącznie w reżimie przewodzenia, a nie w warunkach, w których istotny staje się wpływ konwekcji naturalnej. Oznacza to, że wskazane jest gęste rozlokowanie cienkich żeber, a nie stosowanie grubych żeber umieszczonych w znacznych od siebie odległościach.

3. Podsumowanie wyników badań procesu topnienia

Wyniki badań dotyczących cykli ładowania magazynu z przemianą fazy typu faza stała $\leftrightarrow$ faza ciekła dowodzą jednoznacznie, że – w przeciwieństwie do analizowanych w [1] cykli rozładowania – poprawny opis procesu topnienia wymaga uwzględnienia konwekcyjnego przenoszenia w fazie ciekłej medium zmieniającego fazę. O przebiegu topnienia w przeważającej liczbie rozpatrywanych konfiguracji

decyduje bowiem – poza wstępnym stadium procesu (rządzonym przez przewodzenie) – konwekcja naturalna. Stabilna konwekcyjnie konfiguracja omówiona w [2] jest oczywiście wyjątkiem, który nie jest obserwowany w magazynach o innej geometrii powierzchni grzejnej [12].

Taki przebieg topnienia sprawia, że każdy z analizowanych przypadków szczególnych wnosi charakterystyczne dla niego osobliwości, które stanowią o specyficznym zachowaniu się magazynu o określonej konfiguracji. Należy zaznaczyć, że nawet skrótowe omówienie wszelkich aspektów procesowych, właściwych przenoszeniu konwekcyjnemu (np. struktur przepływu), przekraczałoby zdecydowanie ramy niniejszego przeglądu, w którym skupiono uwagę na:

- wydzieleniu konfiguracji ze wspólnym elementem w postaci określonego oddziaływania z otoczeniem,
- przedstawieniu wszelkich dostępnych danych w postaci prostych formuł, przydatnych do ilościowego opisu niestacjonarnych procesów wymiany ciepła.

Najbardziej interesującymi wielkościami są tu:

- liczba Nusselta Nu ,
- objętościowy udział powstającej fazy ciekłej χ_v .

Z analizy przytoczonych formuł wynika, że wielkości te przedstawiane są w postaci zależności funkcyjnych typu:

$$Nu = Nu(x, \tau, Ra, Pr, S_c, Ste, A), \quad (28)$$

$$\chi_v = \chi_v(x, \tau, Ra, Pr, S_c, Ste, A). \quad (29)$$

Powyższe formuły, niezależnie od możliwego podobieństwa formalnego, reprezentują odmienne aspekty przebiegu topnienia w konkretnej konfiguracji cieplno-przepływowej.

Przedstawione rozważania (oraz te, które zaprezentowano w [2]) pozwalają na sformułowanie następujących wniosków o charakterze ogólnym:

- transport konwekcyjny, którego miarą jest liczba Rayleigha Ra , znacznie (nawet 5÷6-krotnie, jak to się niekiedy sygnalizuje) intensyfikuje proces wymiany ciepła, a liczba Prandtla Pr nie wywiera (w grupie mediów stanowiących potencjalne media magazynujące, czyli dla $Pr > 50$) znaczącego wpływu na przebieg badanego zjawiska;
- wstępne przechłodzenie, którego miarą jest parametr S_c , znacznie opóźnia przebieg procesu topnienia.

Natomiast geometria układów magazynujących nie stwarza możliwości poczynienia uogólnień. Obserwowane jest bowiem silne sprzężenie inicjacji poszczególnych stadiów topnienia z geometrią magazynu, przy czym dające się wyodrębnić stadia, to:

- reżim $\langle c \rangle$, czyli stadium początkowe ($0 < \tau < \tau_{\langle c \rangle}^*$), w którym przenoszeniem energii rządzi "czyste przewodzenie" (stąd: **reżim przewodzenia**);
- reżim mieszany $\langle c \rightarrow cv \rangle$, czyli stadium przejściowe ($\tau_{\langle c \rangle}^* < \tau < \tau_{\langle c \rightarrow cv \rangle}^*$), w którym współlistnieją dwa mechanizmy transportu: przewodzenie i konwekcja naturalna;
- reżim $\langle cv \rangle$, czyli stadium ($\tau_{\langle c \rightarrow cv \rangle}^* < \tau < \tau_{\langle cv \rangle}^* = \tau_{(k)}$), w którym dominuje konwekcja naturalna w warunkach w pełni rozwiniętej warstwy przyściennej;
- reżim $\langle sh \rangle$, czyli stadium zaniku fazy stałej ($\tau_{(k)} < \tau < \tau_{(e)}$).

W związku z tym:

$$Nu = Nu(\langle c \rangle, \langle c \rightarrow cv \rangle, \langle cv \rangle, \langle sh \rangle), \quad (30)$$

$$\chi_v = \chi_v(\langle c \rangle, \langle c \rightarrow cv \rangle, \langle cv \rangle, \langle sh \rangle). \quad (31)$$

Niestety, oprócz kilku przytoczonych powyżej formuł hybrydowych, wiążących przestrzenno-czasową zmienność Nu i χ ze specyfiką poszczególnych reżimów przenoszenia, niewiele jest równie dobrych przykładów zależności o dużej przydatności w praktyce inżynierskiej.

Najbardziej rozległą i wnikliwą analizę konstrukcji ujednoliconej korelacji opisującej wymianę ciepła i natężenie topnienia w zasobnikach przedstawili Webb i Viskanta [22], którzy próbowali kilku metod aproksymacji danych, przy czym bazowali na charakterystycznych wymiarach liniowych w postaci wysokości zasobnika i uśrednionej grubości strefy wypełnionej fazą ciekłą. W efekcie stwierdzono, że klasyczne metody korelowania wyników nie są przydatne do kompleksowego opisu wymiany ciepła we wszystkich reżimach topnienia (czyli w przedziale czasu $0 < \tau < \tau_{(e)}$). Główną przyczyną tego niepowodzenia doszukiwano się przede wszystkim w niewłaściwym doborze skal geometrycznych.

W podsumowaniu warto podkreślić, że celem niniejszego przeglądu (i analiz zamieszczonych w [2]) było wyczerpujące przedstawienie aktualnego stanu wiedzy w zakresie opisu procesu topnienia. Wyraźnie postrzegalny jest znaczny wciąż niedostatek dostatecznie poprawnych formuł stanowiących o ilościowym rozeznaniu przemiany fazowej typu faza stała $\rightarrow$ faza ciekła.

Należy zaznaczyć, że powyższe analizy – zgodnie z przyjętym kryterium – obejmowały jedynie układy magazynujące z elementami grzejnymi o geometrii prostokątnej, przy czym:

- przeważającą liczbę zagadnień, w istocie trójwymiarowych przestrzennie, potraktowano z założenia jako zagadnienia dwuwymiarowe, albowiem – jak do tej pory – nie odnotowano znaczących propozycji eksponujących praktyczne efekty trójwymiarowości opisu;

- pominięto przemieszczanie się fazy stałej pod wpływem jej ciężaru własnego, a to oznacza, że rozpatrywano zagadnienia, w których niewytopiona część medium (bądź to w wyniku określonego rozwiązania konstrukcyjnego magazynu bądź też z powodu dostatecznie dużych sił adhezji) nie zajmuje w kolejnych chwilach czasowych najbardziej stabilnego położenia, właściwego dla nieutwardzonej fazy cięższej od otaczającego ją medium (opis zjawisk inicjowanych przez takie przemieszczanie się fazy stałej, czyli tzw. "topnienie w bliskim kontakcie", podjęto bowiem stosunkowo niedawno [23]).

Pracę zgłoszono 94.05.06

Literatura

- [1] Gościk J., Łach J.: *Analiza procesów przenoszenia w prostopadłościennych magazynach energii z przemianą fazy typu faza ciekła $\leftrightarrow$ faza stała, Cz. I. Opis cyklu rozładowania*, Prace IMP, 97(1994), 111-135.
- [2] Gościk J., Łach J.: *Analiza procesów przenoszenia w prostopadłościennych magazynach energii z przemianą fazy typu faza ciekła $\leftrightarrow$ faza stała, Cz. II. Opis cyklu ładowania*, Prace IMP, 98(1995), 33-52
- [3] Van Buren P. D., Viskanta R.: *Interferometric measurement of heat transfer during melting from a vertical surface*, Int. J. Heat Mass Transfer, 23(1980), 568-571.
- [4] Hale N. W., Viskanta R.: *Photographic observation of the solid-liquid interface motion during melting of a solid heated from an isothermal vertical wall*, Lett. in Heat and Mass Transfer, 5(1978), 329-337.
- [5] Bareiss M., Beer H.: *Experimental investigation of melting heat transfer with regard to different geometrical arrangements*, Int. Commun. Heat Mass Transfer, 11(1984), 323-333.
- [6] Benard C., Gobin D., Martinez F.: *Melting in rectangular enclosures: experiments and numerical simulations*, J. Heat Transfer, 107(1985), 794-803.
- [7] Ho C. J., Viskanta R.: *Heat transfer during melting from a vertical wall*, J. Heat Transfer, 106(1984), No. 1, 12-19.
- [8] Gadgil A., Gobin D.: *Analysis of two-dimensional melting in rectangular enclosures in presence of convection*, J. Heat Transfer, 106(1984), No.1, 20-26.
- [9] Beckermann C., Viskanta R.: *Effect of solid subcooling on natural convection during melting of a pure metal*, J. Heat Transfer, 111(1989), 416-424.

- [10] Gau C., Viskanta R.: *Melting and solidification of pure metal on a vertical wall*, J. Heat Transfer, 108(1986), No. 1, 174-181.
- [11] Ho J. C., Viskanta R.: *Experimental study of melting in a rectangular cavity*, Proceedings of the Seventh International Heat Transfer Conference, München, HEAT TRANSFER - 1982, Vol. 2, NC 44, 369-374.
- [12] Benard C., Gobin D., Zanolli A.: *Moving boundary problem: heat conduction in the solid phase of a phase-change material during melting driven by natural convection in the liquid*, Int. J. Heat Mass Transfer, 29(1986), No.11, 1669-1681.
- [13] Beckermann C.: *A general correlation for melting in rectangular enclosures*, J. Heat Transfer, 111(1989), No. 4, 1111-1115.
- [14] Jany P., Bejan A.: *Scaling theory of melting with natural convection in an enclosure*, Int. J. Heat Mass Transfer, 31(1988), No. 6, 1221-1235.
- [15] Gościak J., Łach J.: *The application of the enthalpy method to analysis of a latent heat storage unit*, Proceedings of The Eighth International Conference, Swansea, Wales on July 12-16th, 1993, NUMERICAL METHODS IN THERMAL PROBLEMS, Pineridge Press Ltd, 1993, Vol. VIII, Part 1, 80-91.
- [16] Andrieu J., Bressat R.: *Comportement dynamique d'un accumulateur thermique à chaleur latent à bas niveau de température*, Rev. Gen. Therm. Fr., No. 242, Fevrier 1982, 115-124.
- [17] Delaunay D., Bransier J., Bardon J. P.: *Experimental study and numerical model for a phase-change thermal energy storage unit*, Proceedings of the Seventh International Heat Transfer Conference, München, HEAT TRANSFER - 1982, Vol. 6, No. EU1, 449-454.
- [18] Yeung W. S.: *Engineering analysis of heat transfer during melting in vertical rectangular enclosures*, Int. J. Heat Mass Transfer, 32(1989), No.4, 689-696.
- [19] Henze R. H., Humphrey J. A. C.: *Enhanced heat conduction in phase change thermal energy storage devices*, Int. J. Heat Mass Transfer, 24(1981), No.3, 459-474.
- [20] Webb B. W., Viskanta R.: *Natural-convection-dominated melting heat transfer in an inclined rectangular enclosure*, Int. J. Heat Mass Transfer, 29(1986), No. 2, 183-192.
- [21] Viskanta R.: *Natural convection in melting and solidification*, in: Natural Convection Fundamentals and Applications, edited by Kakac S., Aung W. and Viskanta R., Advanced Study Institute Book, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1985.

- [22] Webb B. W., Viskanta R.: *On the characteristics length scale for correlating melting heat transfer data*, Int. Comm. Heat Mass Transfer, 12(1985), 637-646.
- [23] Hirata T., Makino Y., Kaneko Y.: *Analysis of close-contact melting for octadecane and ice inside isothermally heated horizontal rectangular capsule*, Int. J. Heat Mass Transfer, 34(1991), No. 12, 3097-3106.

Analysis of transport phenomena occurring in rectangular latent heat storage units

Part III. Description of the storage cycle

Summary

The paper is devoted to the presentation of the state of art of both the quantitative and qualitative descriptions of the storage cycle in latent heat storage units. The main attention has been paid to both the selection of the most important conclusions resulting from available experimental data and quantitative description of the storage cycle by means of some simple formulae being useful in engineering practice. It was assumed that all the family of latent heat storage recuperators can be exemplified by a rectangular unit. For the lack of significant review-works referring to such geometry of latent heat storage units, certain general classification of this type systems has been proposed. In the paper neither sophisticated analysis of mathematical descriptions of multidimensional melting processes nor the construction of their solutions have been discussed.