

POLSKA AKADEMIA NAUK

INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

95



GDAŃSK 1993

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machines

RADA REDAKCYJNA – EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH * HENRYK JARZYNA * JERZY KRZYŻANOWSKI
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ * WŁODZIMIERZ J. PROSNAK
JÓZEF ŚMIGIELSKI * ZENON ZAKRZEWSKI

KOMITET REDAKCYJNY – EDITORIAL COMMITTEE

EUSTACHY S. BURKA (REDAKTOR NACZELNY – EDITOR-IN-CHIEF)
JAROSŁAW MIKIELEWICZ
EDWARD ŚLIWICKI (REDAKTOR – EXECUTIVE EDITOR) * ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA – EDITORIAL OFFICE

Wydawnictwo Instytutu Maszyn Przepływowych
Polskiej Akademii Nauk
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. poczt. 621,
tel. (0-58) 41-12-71 wew. 141, fax: (0-58) 41-61-44,
e-mail: tjan@imppan.imp.pg.gda.pl

ISBN 83-01-93121-1
ISSN 0079-3205

BRUNON GROCHAL ¹

O jednowymiarowym opisie przewodzenia ciepła w złożach.

Konfrontacja przewidywań według modelu z danymi eksperymentalnymi

Przedstawiono konfrontację zależności wyprowadzonych w I części pracy z wziętymi z literatury i doświadczenia. Konfrontacja ta z jednej strony potwierdziła w pełni prawidłowość nowego modelu przewodzenia ciepła w złożach, z drugiej strony pozwoliła rzucić nowe światło na udziały poszczególnych mechanizmów transportu energii w złożach. Stwierdzono niewiarygodność wielu opublikowanych danych ze względu na nieuwzględnianie efektów brzegowych i pomijanie lub nieprawidłowe oszacowanie transportu radiacyjnego. Zmusza to w konsekwencji do zanegowania modeli przewodzenia ciepła w złożach opartych na takich danych i potraktowania wywiedzionych na ich podstawie formuł opisujących przewodzenie jedynie jako zależności empirycznych słusznych w bardzo nieraz ograniczonym zakresie parametrów. Dokonana pozytywna weryfikacja nowego modelu stwarza podstawy do budowy nowego, w pełni racjonalnego modelu sprzężonego transportu energii w złożach.

Oznaczenia

- | | |
|--|--|
| - średnica elementu złoża (kuli), $D = 2R$, | L - efektywna długość drogi przewodzenia ciepła (odcinka przewodzącego), |
| - porowatość, | q - gęstość strumienia ciepła, |
| - stosunek pól przekroju elementu, (koła - dla kuli) i przynależnego elementu płaszczyzny (wielokąta opisanego na przekroju elementu), $f_S = \frac{F_S}{F_E}$, | T - temperatura, |
| - współczynnik przewodzenia ciepła złoża, $k_C = k_C(k_F, k_S)$ lub $k_C^+ = k_C^+(k_S)$, | β - współczynnik określający zastępczą grubość warstwy ze względu na przewodzenie w odniesieniu do średnicy elementu D , |
| - efektywny współczynnik przewodzenia ciepła, $k_E(k_C, k_R)$ lub $k_E(k_C^+, k_R)$, | γ - k_F/k_S , |
| - współczynnik przewodzenia ciepła płynu wypełniającego złożo, | θ - spadek (różnica) temperatury, |
| - składowa radiacyjna efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła k_E , | Λ - stosunek pól łącznej powierzchni kontaktów i przekroju elementu, |
| - współczynnik przewodzenia ciepła materiału elementów złoża, | Λ_1 - stosunek pól powierzchni pojedynczego kontaktu i przekroju elementu, |
| | φ - kąt, współrzędna kątowna, |
| | χ - k_C/k_S . |

¹Zakład Termodynamiki i Wymiany Ciepła, Instytut Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk

Wskaźniki

C	- przewodzenie, kontakt,	S	- materiał elementów (solid),
G	- szczelina z kontaktami (między jednoelementowymi warstwami),	T	- wielkość sumaryczna, całkowita
i	- powierzchnia dopływu ciepła (o wyższej temperaturze),	V	- luka między elementami w jednoelementowej warstwie (vo)
L	- efektywna geometryczna grubość jednoelementowej warstwy złoża,	$+$	- (indeks górny) transport energii w złożu ewakuowanym (złożę z próżnią).
o	- powierzchnia odpływu ciepła (o niższej temperaturze),		

1. Wstęp

Można próbować wyróżnić pewne charakterystyczne obszary zastosowań technicznych złóż upakowanych, każdy o własnej specyfice, określonej występującym najczęściej zakresem wartości parametrów procesu przenoszenia energii. Te wartości parametrów z kolei decydują o istotnej przewadze jednego czy dwóch z trzech mechanizmów transportu energii – przewodzenia, radiacji, konwekcji – i o wypływającej stąd możliwości uproszczenia opisu transportu. Zwykle, badacze usiłowali opracować, na podstawie doświadczeń, zależności uniwersalne obejmujące przynajmniej dwa z trzech mechanizmów transportu energii. Przykładami takich usiłowań mogą być prace Baddoura i Yoona [2], ze starszych czy Beveridge’a i Haughey’a [3] oraz Prasada i in. [21], z nowszych. Ich cechą znaną jest stosowanie arbitralnych uproszczeń w odniesieniu do mechanizmów transportu energii uznanych za mniej ważne w rozważanym przez autorów obszarze zastosowań technicznych albo zakresie pomiarów.

Najczęściej przyjmowanym kryterium wyodrębniania charakterystycznych obszarów zastosowań jest temperatura złoża. Przy znacznych różnicach temperatury w złożu i wysokich temperaturach jest to temperatura lokalna, w przeciwnym przypadku przyjmuje się na ogół średnią temperaturę złoża. Poniżej przedstawiono przykłady charakteryzujące poszczególne typy zastosowania pod względem wartości występujących w nich parametrów, w szczególności właśnie temperatury, poczynając od temperatur wysokich.

Najlepszym przykładem złoża *wysokotemperaturowego* jest sfluidyzowane złożę w komorze spalania (palenisku) kotła fluidalnego. Występują tam temperatury rzędu 1000 K i więcej, za najważniejsze mechanizmy transportu energii uznaje się konwekcję i radiację [4]. W wysokotemperaturowym złożu *upakowanym* trzeba jednak uwzględnić także przewodzenie, co jest oczywiste w przypadku braku konwekcji [3], ale okazuje się konieczne także w jej obecności [5].

Warto tu wspomnieć o możliwości wystąpienia – w odpowiednich warunkach – konwekcji naturalnej w złożu upakowanym [6]. W zakresie *średniotemperaturowym*, którego górna granica jest bardzo rozmaicie określana w literaturze, na przykład od około 200°C w [5] do około 600°C w [4], według prezentowanych w literaturze poglądów radiacja może zostać pominięta w odniesieniu do pozostałych mechanizmów transportu energii. Dolna granica tego zakresu temperaturowego

0 K dla złożeń wypełnionych płynem lub gazem – o złożeń ewakuowanych (to jest w próżni) powiemy poniżej.

Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na ogromne rozbieżności dotyczące pro-
wej wartości temperatury, poniżej której można nie uwzględniać radiacji. Z
niskim trzeba podkreślić przy tym, że te graniczne wartości zostały określone
według nieprawidłowych modeli radiacyjnej wymiany, co jednoznacznie zostało
wiedzione w [7].

Trzeci zakres – *niskotemperaturowy* – obejmuje przede wszystkim złożeń ewa-
nuowane, t.j. o obniżonym ciśnieniu gazu wypełniającego przestrzenie między ele-
mentami (ziarnami) złożeń. Chodzi tu przede wszystkim o izolacje kriogeniczne,
i więc o temperatury *azotowe* (rzędu $80 \div 200 K$), ale także, jak się okazuje, o
temperatury znacznie wyższe. Rzecz w tym, że wobec braku gazu przewodzenie
chodzi tylko przez powierzchnie kontaktów – bardzo małe – między elementami
oczywiście nie ma mowy o konwekcji. Udział radiacji w transporcie energii sięga
kilkudziesięciu procent nawet przy temperaturach kriogenicznych [8], [9] i
rośnie z temperaturą proporcjonalnie do jej trzeciej potęgi.

W zasadzie nie ma dla złożeń ewakuowanych górnej granicy temperatury, po-
niej której można by pominąć radiację – zawsze występuje sprzężony transport
energii, radiacyjno-kondukcyjny.

Nie do przyjęcia wobec tego jest na przykład interpretacja wyników pomiarów
przedstawiona w [10], gdzie z założenia pominięto radiację w warunkach wysokiej
ciężkości – i to dla przezroczystego materiału elementów złożeń (szkła). Do pracy
powróćmy nieco później szczegółowo, ponieważ zebrano w niej wiele danych
świadczających dotyczących przewodzenia przez kontakty w próżni i stanowi
na – to jest podane w niej wnioski i oszacowania – bazę odniesienia dla innych
prac, np. [3].

Wyprowadzone w I części tej pracy, [1], formuły określające współczynniki
przewodzenia ciepła, k_C w złożeń upakowanym wypełnionym płynem ((59) w [1])
i k_C^+ w złożeń upakowanym ewakuowanym (t.j. w próżni, (61) w [1]), w których
zastosowano termo-geometryczne współczynniki określające zastępcze grubości
warstw ze względu na przewodzenie, dotyczą czysto kondukcyjnego transportu
energii w złożeń, to znaczy przy braku radiacji i konwekcji. Ogranicza to mocno
skala prac eksperymentalnych, które mogą zostać wykorzystane do weryfikacji
nowego opisu przewodzenia ciepła w złożeń. Tym niemniej możliwe jest – jak się
okazuje – przeprowadzenie bardzo ważnych oszacowań na podstawie porówna-
nia dostępnego materiału eksperymentalnego z przewidywaniami według formuł
wynikających z nowego modelu :

– dla złożeń upakowanego wypełnionego płynem ((59) w [1]),

$$k_C = \frac{\left(\frac{N_C \beta_L}{\beta_G}\right) f \left[N_C \Lambda_1 (k_S - k_F) + k_F \left(1 + \left(\frac{1-f}{f} \right) \left(\frac{\beta_G}{N_C \beta_L} \right) \left(\frac{\beta_L}{\beta_L - \beta_V} \right) \right) \right]}{1 + \left(\frac{N_C \beta_L}{\beta_G} \right) \left(\frac{\beta \beta_V}{\beta_L} \right) \frac{N_C \Lambda_1 (k_S - k_F) + k_F \left(1 + \left(\frac{1-f}{f} \right) \left(\frac{\beta_G}{N_C \beta_L} \right) \left(\frac{\beta_L}{\beta_L - \beta_V} \right) \right)}{\beta_V k_S + \left(\frac{1-f}{f} \right) \beta k_F}} \quad (1)$$

– dla złoża upakowanego ewakuowanego (w próżni, (61) w [1]),

$$k_C^+ = \frac{\beta_L f N_C \Lambda_1}{(\beta_{G0}/N_C) + N_C \Lambda_1 \beta} k_S. \quad (2)$$

Do weryfikacji nowego modelu wybrano wyniki eksperymentalne uzyskane dla warunków, w których nie występuje radiacyjny i konwekcyjny transport energii. Praktyczna realizacja takiego eksperymentu polega na przeprowadzeniu pomiarów przy malejących wartościach gęstości strumienia przenoszanej energii q – innymi słowy przy malejących różnicach temperatur θ – i ekstrapolowaniu następnie otrzymanych krzywych $k_E(q)$ lub $k_E(\theta)$ aż do wartości $q = 0$ lub $\theta = 0$, przy których odczytuje się czysto przewodnościowe wartości $k_E = k_C$. Okazuje się, że prawie wszystkie pomiary przewodnictwa cieplnego złożów nie spełniają tego warunku, to znaczy zwykle określano k_C przy $q > 0$ czy $\theta > 0$. Nie ma przy tym znaczenia fakt przeprowadzenia pomiarów przy niskich temperaturach, na przykład pokojowych – udział radiacji w transporcie energii w złożach ewakuowanych, jak już wspomniano wyżej, nawet przy temperaturach azotowych (200 K, w próżni) może przekraczać 40 % [9]. Tak więc wszystkie dane dotyczące wartości współczynnika przewodzenia ciepła wyznaczonego z pomiarów przy istnieniu gradientu temperatury w złożu, na przykład [2], [3], [7], [11-13], [17], w zasadzie nie nadają się do weryfikacji modeli czysto przewodnościowego transportu energii w złożu, który jest przedmiotem rozważań w tej pracy.

Autorowi udało się znaleźć tylko 2 prace spełniające wymieniony wyżej warunek – to jest [20] i [22]. Pierwsza z tych prac ma jednak zasadniczą wadę, mianowicie należy liczyć się z całą pewnością z bardzo dużym wpływem efektu przyściennego na prezentowane w tej pracy wyniki (jeden tylko kontakt ze ścianą – większa zastępcza grubość szczeliny przy ścianie). Wpływ ten wyraża się silną zależnością wyników od średnicy kul – kule o średnicach 1.3, 2.15 oraz 2.93 mm wypełniały warstwę złoża o grubości zaledwie 10 mm, tak więc przy średnicach kul 2.15 mm oraz 2.93 mm złoże zawierało tylko (4÷5) warstw! Złoże w badaniach opisanych w [22] zawierało około 33 warstw. Za najmniej obciążone efektami przyściennymi wypada uznać pomiary z [20] dla najmniejszych kul. Pozostałe dane mogą ewentualnie zostać wykorzystane właśnie do oszacowania efektu przyściennego, co wykracza jednak poza zamierzony zakres tej pracy.

Weryfikację bezpośrednią nowego modelu przeprowadzono zatem z konieczności jedynie przy wykorzystaniu pracy Klinga [22]. Okazało się jednak, że możliwa jest weryfikacja pośrednia przy wykorzystaniu fragmentów informacji zawartych w innych pracach, czasem ilościowa, a czasem niestety tylko jakościowa ze względu na niekompletność niezbędnych do weryfikacji danych.

Na podstawie nowego modelu można poza tym wyciągnąć szereg wniosków co do interpretacji danych doświadczalnych, co pokazano na tle dostępnych rezultatów eksperymentów.

2. Wartości liczbowe parametrów nowego modelu

Podstawowe znaczenie mają oczywiście parametry związane ze strukturą geometryczną złoża, to jest f, β_L i N .

W odniesieniu do N_C będziemy korzystać z liniowej zależności wiążącej ten parametr z porowatością złoża e_V , opartej na wartościach krańcowych, to jest $f = 0,2595$ dla $N_C = 3$ oraz $e_V = 0,4764$ dla $N_C = 1$ (por. (67) w [1])

$$\begin{aligned} N_C &= 5,393 - 9,22e_V & \text{dla } 0,2595 < e_V < 0,4764, \\ N_C &= 3 & \text{dla } e_V \leq 0,2595, \\ N_C &\approx 1 & \text{dla } e_V \geq 0,4764, \end{aligned} \quad (3)$$

Wartości parametrów f i β_L dla których przeprowadzimy porównanie przewidywanych wartości k_C bądź k_C^+ z danymi określonymi z pomiarów, przyjmujemy na podstawie następującego oszacowania.

Określimy najpierw średnie arytmetyczne z wartości krańcowych tych parametrów, to jest odpowiadających strukturze sześcienną przy $N_C = 1$ i strukturze oktaedrycznej przy $N_C = 3$. Tak więc jest

$$f = \frac{1}{2}(0,78 + 0,91) = 0,85; \quad \beta_L = \frac{1}{2}(1,0 + 0,82) = 0,91. \quad (4)$$

Dla wartości krańcowych według struktury sześcienną ($N_C = 1$) oraz struktury oktaedrycznej ($N_C = 4$) jest, odpowiednio,

$$f = \frac{1}{2}(0,78 + 0,91) = 0,85; \quad \beta_L = \frac{1}{2}(1,0 + 0,70) = 0,85. \quad (5)$$

Wartość f to zorientować się w zakresie wartości wchodzących w grę, jest jednak trudne. Struktury modelowe są bowiem w zasadzie strukturami sztucznymi, jedynie wyjątkowo występującymi w rzeczywistości w złożach nasypowych. Odnosi się to zwłaszcza do struktury sześcienną. Z tego powodu przyjęte zostaną do obliczeń – tam, gdzie brak będzie odpowiednich informacji – nieco inne wartości parametrów niż wynikające z uśrednienia według (5), a mianowicie

$$f = 0,86; \quad \beta_L = 0,84. \quad (6)$$

Naturalnie w przypadkach wystąpienia struktur modelowych (na ogół uzyskiwanych sztucznie) stosować trzeba odpowiadające im wartości parametrów f, β_L i N_C .

Można spodziewać się, że przy większej liczbie kontaktów – w złożu rzeczywistym, dla $N_C > 1$ – część powierzchni elementu o stałej temperaturze jest

ograniczona kątem $\varphi_1 \geq 60^\circ$ (por. tabela 3 i rys. 5 w [1]). Przyjmiemy wobec tego do obliczeń wartości kolejnych parametrów dla $\varphi_1 = 60^\circ$, to znaczy

$$\beta = 0,33; \quad \beta_V = 0,5. \quad (7)$$

Trzeba podkreślić, że przyjęta wartość β jest co najmniej dwukrotnie mniejsza od wartości rekomendowanych w literaturze (tj. z zakresu $0,7 \leq \beta \leq 1,0$).

Pozostały jeszcze do określenia dwa parametry, to jest β_G i Λ_1 . Są one związane ze sobą, jak pokazano to w rozdz. 4.1 w [1]. Zależność $\beta_G(\Lambda_1)$ dla struktury sześcienniej – a więc z jednym kontaktem w szczelinie – przedstawia rys. 10 w [1]. Zwrócimy uwagę przede wszystkim na rząd wielkości β_G , tzn. że jest według obliczeń teoretycznych $\beta_G \approx 0,05$, a następnie na dwie istotne okoliczności:

- należy określić właściwie wartość wielkości β_G/N_C , a nie samego współczynnika β_G ,
- interesuje nas właściwie nie wielkość Λ_1 , a $\Lambda = \Lambda_1 N_C$.

Stosunek pola powierzchni kontaktów do pola powierzchni przekroju elementu, to jest $\Lambda = F_C/(\Pi D^2/4)$, jest różnie oceniany w różnych pracach. I tak z [14] (z podanego tam rys. 6) wynika rząd wielkości $1 \cdot 10^{-6} \leq \Lambda \leq 1 \cdot 10^{-4}$, w [15] określono na podstawie danych eksperymentalnych wziętych z [16] zakres wartości $2 \cdot 10^{-6} \leq \Lambda \leq 7 \cdot 10^{-6}$, w [3] przedstawiono – obliczone pośrednio – dane sugerujące występowanie wartości $0 \leq \Lambda \leq 150 \cdot 10^{-4}$, a wreszcie w obliczeniach numerycznych przedstawionych w [8] przyjęto $\Lambda \leq 25 \cdot 10^{-4}$. Wydaje się, że dla normalnych warunków – to jest bez zewnętrznego nacisku wywieranego na złoże oraz przy temperaturach na tyle niskich, aby nie występowało mięknięcie elementów – można liczyć się z występowaniem wartości $\Lambda \leq (10 \cdot 10^{-4} = 1 \cdot 10^{-3})$.

Określenie względnej wielkości pola powierzchni pojedynczego kontaktu Λ_1 oraz liczby kontaktów N_C jest istotne o tyle, że ta ostatnia wielkość wpływa zasadniczo na zastępczą grubość szczeliny (tzn. jest β_G/N_C zamiast β_G). Próby wyznaczenia pola powierzchni pojedynczego kontaktu w złożach o przypadkowej strukturze napotyka na trudności, praktycznie uniemożliwiające wykorzystanie znanej zależności Hertza dla stykających się kul (por. np. [8], [14]). Przyczyną tych trudności jest przypadkowe usytuowanie kontaktów na powierzchni kuli, które to usytuowanie decyduje o kierunku działania i wielkości sił ściskających – a od siły ściskającej zależy przecież pole powierzchni kontaktu.

Do naszych dalszych rozważań założymy dla prostoty, że wszystkie kontakty – niezależnie od ich liczby – mają identyczne pola powierzchni Λ_1 .

W odniesieniu do współczynnika β_G zadowolimy się na razie oszacowaniem według rys.10 w [1], z którego wynika, że dla $\Lambda_1 \approx 1 \cdot 10^{-4}$ jest $\beta_G \approx 0,05$ – według obliczeń teoretycznych uwzględniających postulowany charakter (postać, kształt) rozkładu temperatury wokół kontaktu.

3. Weryfikacja modelu – porównanie przewidywań według niego z danymi eksperymentalnymi

Weryfikację modelu całościowego poprzedzimy weryfikacją jego elementów

doświadczalnych, co pozwoli – jak się okaże – dokonać krytycznej analizy danych doświadczalnych zawartych w literaturze. Wybranie sprawdzonych danych doświadczalnych do weryfikacji pełnego modelu ma oczywiście decydujące znaczenie.

11. Weryfikacja termo-geometrycznego współczynnika zastępczej efektywnej grubości szczeliny płynu wokół kontaktu β_G

Skorzystamy w tym celu przede wszystkim z danych zawartych w [13], gdzie zgromadzono i przeanalizowano wyniki dużej liczby badań doświadczalnych transportu energii w złożach. Między innymi w [13] podano zastępcze grubości warstwy płynu wokół kontaktów w szczelinie między jednoelementowymi warstwami. Grubości te obliczono dla kilkudziesięciu pomiarów – z prac różnych autorów, co ważne – i podano w postaci zbioru punktów we współrzędnych $\beta_G = \beta_G(e_V)$, przez który to zbiór pociągnięto linię prostą. Wyznaczono w ten sposób czysto empiryczną zależność, którą zarekomendowano do obliczeń praktycznych (Fig. 9 w [13]).

Jest sprawą zupełnie oczywistą, że poszczególne punkty wyznaczone w [13] odpowiadają faktycznie wartościom (β_G/N_C) , ponieważ zastępcza grubość warstwy płynu w szczelinie między jednoelementowymi warstwami zależy od liczby kontaktów w szczelinie. Wykorzystując (3) można skalę e_V zastąpić skalą N_C , i dla postulowanego w [1] możliwie najprostszego związku między $\beta_G(N_C = 1) = \beta_{G1}$ oraz $\beta_G(N_C > 1) = \beta_{GN}$, o postaci

$$\beta_{GN} = \beta_{G1}/N_C(e_V), \quad (8)$$

można wyznaczyć na podstawie danych z [13] wartość β_{G1} – w celu porównania tej wartości z przewidywaną teoretycznie, to jest rzędu $\beta_{G1} \approx 0,05$.

Wyniki obliczeń według formuły (8) dla modelowych struktur złoża oraz struktury "pośredniej" – charakteryzującej się porowatością $e_V = 0.4$ – przedstawia tabela 1 poniżej.

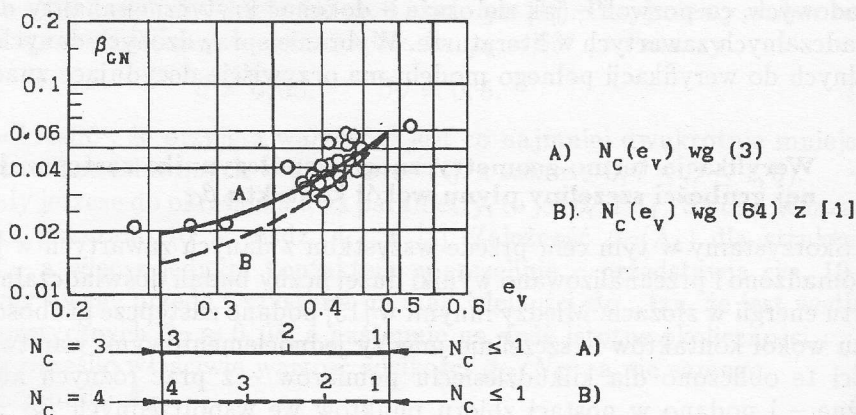
Tabela 1

Wyniki obliczeń zastępczej grubości szczeliny według zależności(8) dla różnych struktur złoża

e_V	0,4764	0,4000		0,2595		
struktura	sześcienne	wg tetr.	wg oktA.	tetraedr.	oktaedr.	
N_C	1,000	1,705*	2,057**	3,000	4,0000	
β_{GN}	0,050	0,029	0,024	0,017	0,0125	$\beta_{G1} = 0,050$
β_{GN}	0,058	0,034	0,028	0,019	0,0145	$\beta_{G1} = 0,058$

* obliczone z (3)

** obliczone z (68) w [1]



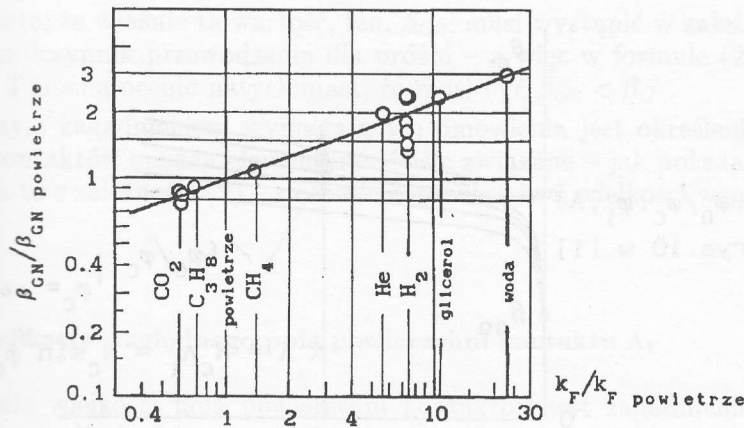
Rys. 1. Porównanie teoretycznie przewidywanej grubości szczeliny z kontaktami między jednoelementowymi warstwami złoża według (8) z danymi doświadczalnymi różnych autorów (dla powietrza jako płynu wypełniającego złożo, dane z [13])

Wyniki obliczeń według (8) dla $\beta_{G1} = 0,058$ zawarte w ostatnim wierszu tabeli 1 – dla struktury tetraedrycznej złoża – pokazane są w postaci krzywej (z przyporządkowaną skalą liczby kontaktów N_C na osi odciętych) na tle rysunku wziętego z [13], rys.1. Osiągnięta w przedstawiony powyżej sposób doskonała zgodność między danymi doświadczalnymi różnych autorów i przewidywaniami teoretycznymi, widoczna na rys.1, mówi sama za siebie i nie wymaga komentarza.

W całej rozciągłości została potwierdzona tym samym racjonalność koncepcji termo-geometrycznego współczynnika β_G określającego zastępczą grubość warstwy gazu w szczelinie ze względu na przewodzenie – całkowicie empiryczne dane znalazły dzięki tej koncepcji pełne uzasadnienie teoretyczne.

Trzeba natomiast podkreślić, że dane empiryczne wykorzystane w [13] – jak i w tej pracy – obarczone są pewną minimalną składową radiacyjną transportu energii, ponieważ radiację w [13] przy obróbce danych uwzględniano w sposób uproszczony bądź w ogóle pomijano. Z tego powodu – jakkolwiek mały byłby udział radiacji – przedstawione dane (oraz zgodna z nimi przy $\beta_{G1} = 0,058$ formuła (8)) mogą być traktowane jako górne ograniczenie zastępczej grubości szczeliny między jednoelementowymi warstwami ze względu na przewodzenie.

Ten ostatni wniosek stawia pod znakiem zapytania oszacowanie wielkości pola powierzchni kontaktów, przeprowadzone w [10] na podstawie rezultatów własnych pomiarów autorów pracy oraz zgromadzonego przez nich obszernego materiału eksperymentalnego z prac innych autorów. W tabeli 2 zebrano wartości β_G wyznaczone w [10] i – w wyniku zastosowanego tam sposobu opracowania rezultatów pomiarów (por. Table 1 w [10]) – potwierdzone doświadczalnie. Jak widać z tabeli 2 (i rys. 1), rozbieżności między danymi [10] i [13] (tj. (8)) są bardzo znaczne, i w tej sytuacji dane dotyczące β_G pochodzące z [10] muszą zostać odrzucone – wraz ze sposobem ich wyznaczania !



rys. 2. Zależność współczynnika $\beta_G(k_F)$, wyrażona w wielkościach względnych (odniesionych do wartości β_G dla powietrza), wzięta z [13].

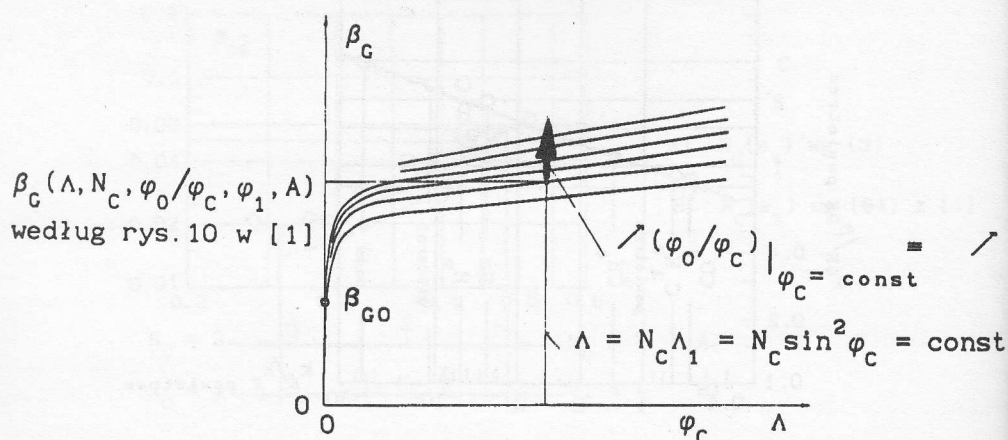
Bardzo ważną sprawą jest, jak się okazuje, zależność współczynnika β_{G1} – to jest $\beta_G(N_C = 1)$ – od współczynnika przewodzenia płynu k_F wokół kontaktu. Dane na ten temat zostały zgromadzone również w [13], w postaci zbioru punktów w współrzędnych $(\beta_G/\beta_{G \text{ powietrze}}) = f(k_F/k_{F \text{ powietrze}})$, rys.2. Dane do tego wykresu zostały m.in. wzięte (do [13]) z [22]. Wybiegając nieco naprzód można

Tabela 2

Wartości współczynnika β_G wyznaczone w [10] w zestawieniu z wyznaczonymi według (8) dla wziętych z [10] wartości e_V

materiał, k_S W/mK		z [10]				z (3)	z (8)
		D μm	e_V	β_{GN} obl.	β_{GN} "eksp."	N_C	β_{GN} obl.
szkło	1,044	29	0,380	0,1138	0,1438	1,8894	0.0307
		80	0,380	0,1150	0,1375		
		200	0,380	0,1150	0,1150		
		470	0,380	0,1150	0,1234		
MgO	24.220	204	0,420	0,1422	0,1618	1,5206	0,0381
stal(śrut)	16,255	71	0,265	0,0761	0,0817	2,9497	0,0197
stal(śrut)	26,100	127	0,365	0,0945	0,0945	2,0297	0,0286

tutaj stwierdzić, że konfrontacja pełnej formuły (1) z wynikami badań Klinga (por. rozdz.4) wykazała, iż warunkiem uzyskania dokładnej zgodności jest wprowadzenie zmiennej, to jest zależnej od k_F wartości β_G w (1).



Rys. 3. Szkic ilustrujący tezę, że wzrost β_G (wynikający ze wzrostu k_F) przy stałym polu powierzchni kontaktów Λ jest rezultatem zmiany rozkładu różnicy temperatur w pobliżu kontaktu: wzrost k_F wymusza wzrost wartości stosunku φ_0/φ_C (por. rys.10 oraz rys.9 w [1])

Kling przeprowadził badania na tym samym złożu, napełniając je coraz to innym gazem (por. rys.2 w [1]), otrzymał więc dane dotyczące współczynnika przewodzenia ciepła złoża k_C przy warunku $\Lambda = \text{const}$, czyli także $\Lambda_1 = \text{const}$. Spostrzeżenie to pozwala na podanie jednoznacznej fizycznej interpretacji obserwowanej zmienności $\beta_G(k_F)$. Przedstawiono ją na rys.3, z którego wynika, że dla płynów (gazu, cieczy) lepiej przewodzących rozkład temperatury powierzchni elementu wokół kontaktu zmienia się w kierunku większych wartości stosunku φ_0/φ_C . Można ten efekt określić jako wzrost zasięgu oddziaływania kontaktu na temperaturę powierzchni elementu ze wzrostem współczynnika przewodzenia k_F płynu w otoczeniu kontaktu.

Jak widać, efekt ten został zauważony już dość dawno temu i z konieczności – wobec braku odpowiedniego modelu – zaproponowano posługiwanie się wykresami opracowanymi na podstawie analizy danych doświadczalnych, [13]. Przedstawiona w [1] nowa koncepcja określania współczynnika β_G pozwala omawiany efekt racjonalnie opisać i stwarza możliwości jego analizowania, jednak sprawa nie jest prosta, ponieważ jest to efekt całkowity. Jest to osobne zagadnienie badawcze, do którego należałoby raczej zastosować opis wielowymiarowy, zwłaszcza w przypadku rozważania kilku kontaktów na powierzchni półsfery. Do naszych celów ograniczymy się do ujęcia jednowymiarowego. Jak się okazuje, pozwala to – mimo prostoty – prawidłowo uwzględnić omawiane zjawisko (do uzyskania bardzo dobrej zgodności wartości k_F przewidywanych według (1) i wyznaczonych doświadczalnie przez Klinga [22] wystarczyło wprowadzenie do (1) liniowej zależności $\beta_G(k_F)$).

Rys. 3 jest przedstawiony we współrzędnych logarytmicznych. Jeśli dane dotyczące zależności $\beta_G(k_F)$ zostałyby przedstawione we współrzędnych ze skalą liniową na osi odciętych, to dla $k_F = 0$ możnaby odczytać wartość $\beta_{G0} = \beta_G(0)$.

jest oczywiste, że właśnie ta wartość, tzn. β_{G0} , musi wystąpić w zależności określającej współczynnik przewodzenia dla próżni – a więc w formule (2). Na podstawie rys. 3 można ocenić natychmiast, że musi być $\beta_{G0} < \beta_G$.

Następnym zagadnieniem wymagającym omówienia jest określenie pola powierzchni kontaktów między elementami, ściśle związane – jak pokazano to w [1] – z zależnościami (2) – z określeniem właściwej wielkości współczynnika

1.2. Weryfikacja względnego pola powierzchni kontaktu Λ_1

Określenie wielkości pola powierzchni kontaktów jest zagadnieniem ogólnie ważnym dla budowy prawidłowego modelu transportu energii w złożu, a szczególnie ważnym dla złóż ewakuowanych. Z tego powodu, a także ponieważ macowania przedstawione w [10] są często przywoływane w literaturze przedmiotu (np. [3]), sprawę tę rozważymy tutaj nieco bliżej.

Dysponując sprawdzonymi wartościami $\beta_G(e_V) \equiv \beta_G(N_C)$ można wyznaczyć powierzchnie kontaktów między elementami z (2), wykorzystując rezultaty badań przewodzenia ciepła w złożach ewakuowanych. Po przekształceniu (2), oznaczając $\chi^+ = (k_C/k_S)$, otrzymuje się zależność,

$$\Lambda_1 = \beta_{G0} / \{[(f\beta_L/\chi^+) - \beta]N_C^2\}, \quad (9)$$

korzystając z (3), można wyznaczyć pole powierzchni pojedynczego kontaktu dla znanych wartości χ^+ i e_V . Następnie można wyznaczyć także wartość $\varphi_C = \arcsin\sqrt{\Lambda_1}$ (por rys. 8, rys. 9) i (39) w [1]). Analogiczne obliczenia można wykonać naturalnie także dla złoża wypełnionego powietrzem, wykorzystując odpowiednio przekształconą zależność (1), jeśli znane są wartości e_V oraz $\chi^+ = (k_C/k_S)$ w miejsce χ^+ . Obszerne dane tego rodzaju zgromadzone są w [10], co pozwoliło przeprowadzić obliczenia Λ_1 i φ_C według – wyprowadzonych w [1] – przedstawionych zależności. Wyniki tych obliczeń, zawarte w tabeli 1, zawierają kilka bardzo interesujących spostrzeżeń, ważnych dla interpretacji danych doświadczalnych. Po pierwsze, uszeregowanie danych według wzrastającej porowatości złoża ujawnia – najwyraźniej dla stali i ołowiu, dla których mamy więcej danych, wzrost sumarycznego pola powierzchni kontaktów $\Lambda = \Lambda_1 N_C$ z porowatością, mimo zmniejszania się liczby kontaktów. Maleje jednak jednocześnie efektywny współczynnik przewodzenia złoża, tzn. $\chi^+(\chi^+ \text{ dla stopu Cu-Sn})$, i spadek ten jest wyraźny także dla złoża Cu-Sn, dla którego w przybliżeniu $\Lambda \approx \text{const.}$

Widzimy, niebywale miękkimi materiałami okazują się szkło i kwarc, i to w niskiej temperaturze!

Tabela 3

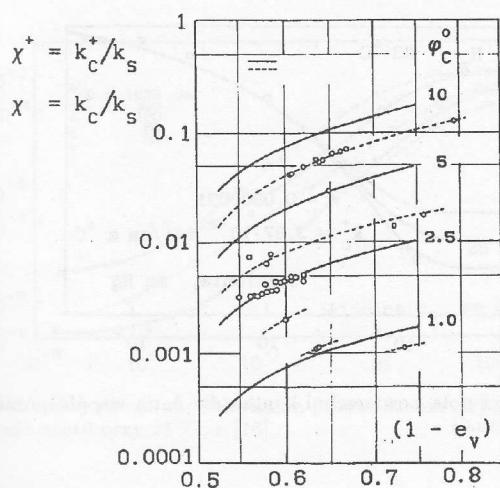
Wyniki obliczeń pola pojedynczego kontaktu Λ_1 i kąta kontaktu φ_C dla danych doświadczalnych zebranych w [10] dla ewakuowanych złoź kul

material, k_S W/mK	e_V	D μm	$x^+ \cdot 10^3$	N_C	$\Lambda_1 \cdot 10^4$	φ_C°	$\Lambda \cdot 10^4$
SiC, 17,985	0,410		3,58	1,6128	1,1068	0,6028	1,785
	0,425		3,40	1,4745	1,2575	0,6425	1,854
	0,429		3,44	1,4376	1,3385	0,6629	1,924
szkło, 1,044	0,380	0,029	50,00			0,6028	
	0,380	0,080	50,00			0,6028	
	0,380	0,200	50,00	1,8894	11,5082	1,9441	21,744
	0,380	0,470	50,00			0,6028	
kwarc, 10,981	0,241		17,50	3,0000	1,5737	0,7188	4,721
	0,296		13,90	2,6639	1,5827	0,7208	4,216
	0,416		7,98	1,5575	2,6508	0,9329	4,129
	0,438		7,60	1,3546	3,3370	1,0467	4,520
stal 44,7889	0,380	4,75	5,05	1,8894	1,1384	0,6113	2,151
	0,390	6,35	4,83	1,7880	1,2157	0,6317	2,174
	0,391	5,53	4,83	1,7880	1,2157	0,6317	2,745
	0,394	4,75	4,76	1,7603	1,2360	0,6370	2,765
	0,394	4,75	4,76	1,7603	1,2360	0,6370	2,176
	0,402	3,96	4,55	1,6866	1,2870	0,6500	2,171
	0,406	3,18	4,47	1,6497	1,3214	0,6586	2,180
	0,413	3,18	4,36	1,5851	1,3960	0,6770	2,213
	0,423	7,91	4,16	1,4429	1,5104	0,7071	2,241
stal, 38,3900	0,380	3,18	4,40	1,8894	0,9916	0,5705	1,873
stal, 26,1000 (śrut)	0,365	0,127	1,11	2,0277	0,2169	0,2668	0,440
	0,366	0,127	1,11	2,0185	0,2188	0,2680	0,442
stal 16,2550 (nierdzewna, śrut)	0,265	0,071	1,00	2,9497	0,0923	0,1741	0,272
ołów, 34,2400	0,416	3,180	3,63	1,5575	1,2034	0,6285	1,874
	0,420	1,590	3,58	1,5206	1,2451	0,6394	1,893
	0,433	6,350	3,43	1,4007	1,4058	0,6794	1,969
	0,439	2,380	3,38	1,3454	1,5015	0,7021	2,020
	0,450	7,940	3,26	1,2440	1,6938	0,7457	2,107
ołów 35,2780	0,400	0,262	2,00	1,7050	0,5529	0,4260	0,943
szkło 1,0860	0,350		29,20	2,1660	5,0646	1,2895	10,970
MgO, 24,220	0,420	0,204	6,43	1,5206	2,2393	0,8574	3,405
Cu-Sn*, 207,516 (spiekany stop)	0,206		126,0	3,0000	11,9215	1,9787	35,764
	0,333	0,049	18,5	2,3227	2,7764	0,9547	61,449
	0,338	0,400	66,5	2,2766	10,6214	1,8676	24,181
	0,345	0,400	63,6	2,2121	10,7450	1,8785	23,769
	0,356	0,211	58,5	2,1107	10,8302	1,8859	22,859
	0,364	0,128	54,4	2,0369	10,7932	1,8827	21,985
	0,365	0,400	55,0	2,0277	11,0148	1,9019	22,335
	0,392	0,128	42,3	1,7788	10,9438	1,9858	19,466
	0,395	0,211	40,3	1,7511	10,7484	1,8788	18,822

* wyniki nie dla próżni, lecz w powietrzu o ciśnieniu 1 atm

Uwaga: obliczenia do tabeli 2 wykonano przyjmując $\beta_{G0} = 0,058$, tj. zawyżone!

Obydwa te spostrzeżenia prowadzą nieuchronnie do tego samego wniosku, że jedynym logicznym wyjaśnieniem obserwowanych faktów jest oddziaływanie radiacyjnego transportu energii – mimo zapewnień autorów danych o pomijalności



rys. 4 Współczynnik przewodzenia ciepła złóż ewakuowanych odniesiony do współczynnika przewodzenia ciepła materiału elementów w zależności od porowatości złoża, według [10] (por. wartości φ_c z tabeli 2)

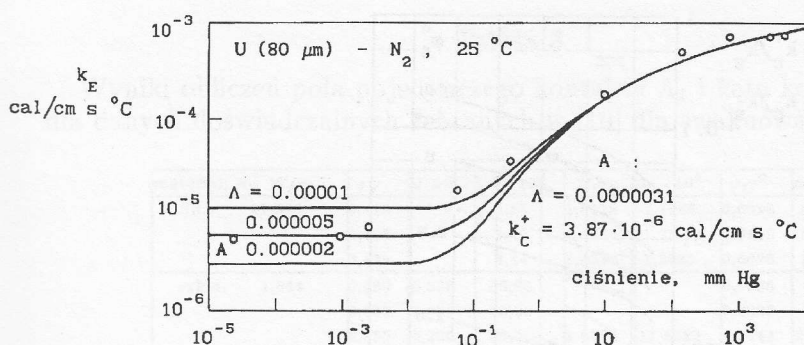
Obrazowo można powiedzieć, że radiacyjny transport energii jest zaliczany na dobro przewodzenia, w próżni – przez kontakty. Nic dziwnego, że w takim modelu (t.j. pomijającego radiację) pole powierzchni kontaktów musi wypaść bardzo duże – zwłaszcza przy nieprawidłowo określonych przy tym wartościach β_G ! Pozostawiając zagadnienie oszacowania udziału radiacji do następnego podrozdziału niniejszej pracy można tutaj jedynie stwierdzić, że podane w tabeli wartości – Λ_1 wyznaczone z (9) i $\varphi_c = \arcsin \sqrt{\Lambda_1}$ – są i tak znacznie mniejsze niż podane w [10], co jasno widać z porównania wartości φ_c z tabeli 3 oraz z rys. 4 (wziętego z [10]).

Oszacowanie pola powierzchni kontaktów przeprowadzili także Wakao i Vortmer [15] wykorzystując niektóre dane doświadczalne Swifta [16], a to w celu weryfikacji własnego modelu transportu energii w złożach w zakresie obniżonych ciśnień gazu. W rezultacie zaproponowano w [15] zależność

$$[\chi^+ = (k_c^+/k_s)] = 0.18\Lambda, \quad \Lambda < 3 \cdot 10^{-4}, \quad (10)$$

W modelu struktury złoża z jednym kontaktem między elementami w szczelności, tzn. przy $N_c = 1$. Wykorzystanie danych Swifta do konfrontacji z nowym radiacyjnym modelem przedstawionym w [1] wymagało wyseparowania składowych przewodnościowej i radiacyjnej, ponieważ w [16] przedstawiono dane dotyczące zastępczego efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła.

Odpowiednie obliczenia, przeprowadzone według metody przedstawionej w rozdziale 3.3 niniejszej pracy dały następujący rezultat, przytoczony poniżej i zamieszczony na rys. 5 (por. także rys. 6). Składową radiacyjną dla średnicy elementów $d = 50 \mu\text{m}$ oszacowano na 22,6%, co odpowiada



Rys. 5. Oszacowanie wpływu wielkości pola powierzchni kontaktów Λ na współczynnik przewodzenia ciepła złoża, z [15], dane z [16] (por. rys.6)

$$k_R = 1,13 \cdot 10^{-6} \text{ cal}/(\text{cm} \cdot \text{s} \cdot \text{degC}) = 4,73 \cdot 10^{-4} \text{ W/mK},$$

i jest dość dobrze zgodne z podaną w [15] wartością nieco wyższą,

$$k_R = 1,20 \cdot 10^{-6} \text{ cal}/(\text{cm} \cdot \text{s} \cdot \text{degC}) = 5,02 \cdot 10^{-4} \text{ W/mK}.$$

Następnie wyznaczono wartość,

$$k_C^+ = (k_E - k_R) = (5 - 1,13) \cdot 10^{-6} \text{ cal}/(\text{cm} \cdot \text{s} \cdot \text{degC}) = 16,20 \cdot 10^{-4} \text{ W/mK},$$

oraz, dla $k_S = 24,7 \text{ W/mK}$ dla uranu,

$$\chi^+ = (k_C^+/k_S) = 65,6 \cdot 10^{-6},$$

i wreszcie, dla $\beta = 0,33$; $\beta_G = 0,058$; $\beta_L = 0,84$; $f = 0,86$ i $N_C = 1,705$;

$$\Lambda_1 = 1,81 \cdot 10^{-6}(z(9)), \quad \varphi_C = 0,077^\circ, \quad \Lambda = 3,1 \cdot 10^{-6}.$$

Punkt ten oznaczono literą A na rys. 5. Jak widać, otrzymana wartość Λ (zawyżona wobec $\beta_{G0} < (\beta_{G1} = 0,058)$) jest bardzo bliska oszacowaniu przedstawionemu w [15], co potwierdza pośrednio – poprzez (9) – prawidłowość formuły (2).

Podkreślić trzeba, że dane Swifta [16] – jak zostanie to wykazane dalej – są obarczone najprawdopodobniej błędami tym większymi, im większej średnicy elementów dotyczą. Znamienne w tym kontekście jest posłużenie się w [15] – do weryfikacji modelu – tylko danymi dla małych średnic elementów ($80\mu\text{m}$, $190\mu\text{m}$) chociaż badania w [16] zostały przeprowadzone także dla większych średnic, rys. 6.

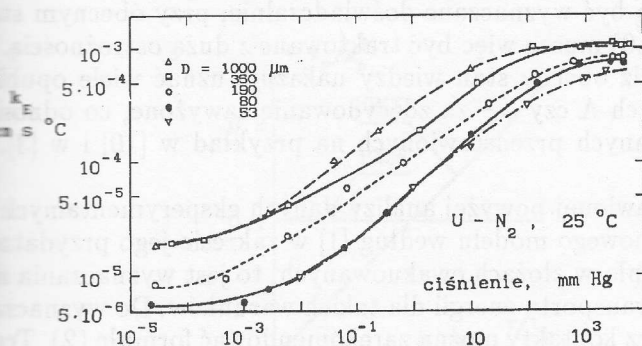


Fig. 6. Zależność efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła k_E złoża elementów (kul) uranu w azocie od ciśnienia azotu przy 25°C, z [16]

Otrzymany wyżej rezultat – dla elementów o małej średnicy – należy więc uznać za w pełni satysfakcjonujący tym bardziej, że wyznaczona według nowego modelu wartość Λ związana jest wyłącznie ze składową przewodnościową transportu energii

Zależność Hertza, określająca promień koła kontaktu dociskanych kul R_C , ma postać,

$$R_C = \sqrt[3]{3PD(1 - \mu^2)/8E}, \quad (11)$$

gdzie P – siła dociskająca, μ – współczynnik Poissona, E – moduł Younga. Dla ustalonych wszystkich parametrów, w tym także siły dociskającej, wobec definiowanego związku $(2R_C/D) = \sqrt{\Lambda_1}$, dla dwu par kul o średnicach (jednakowych dla pary!) D' i D'' z (11) wynika co prawda zależność,

$$(\Lambda'_1/\Lambda''_1) = (D''/D')^{4/3}, \quad (12)$$

te wyniki pomiarów cieplnych zdecydowanie nie stosują się do niej. Jest to całkowicie zrozumiałe – przede wszystkim należy bowiem liczyć się z decydującym wpływem sił zewnętrznych. W tym kontekście warto wspomnieć o interesujących rezultatach badania wpływu sił zewnętrznych na wielkość pola powierzchni kontaktów i przewodzenie przez nie ciepła przedstawionych w [14]. Przydatność prezentowanych tam wyników jest ograniczona o tyle, że zwykle siły zewnętrzne nie są znane nawet jeśli chodzi tylko o ciężar własny złoża – trzeba liczyć się bowiem z oddziaływaniem bocznych ścianek ograniczających złoże. Siły te mogą zmieniać się przy tym w szerokich granicach, choćby ze względu na rozszerzalność cieplną (także pojemnika zawierającego złoże), nie wspominając już nawet o takich czynnikach jak chropowatość czy niedokładności kształtu elementów.

Podsumowując, trzeba uznać za słuszny pogląd wyrażany we wszystkich praktycznych pracach dotyczących tego zagadnienia, w tym także [3], [10] i [15], że

wartości Λ oraz χ^+ muszą być wyznaczane doświadczalnie, przy obecnym stanie wiedzy. Zależności typu (10) muszą więc być traktowane z dużą ostrożnością. Nie zmienia to jednak faktu, iż obecny stan wiedzy nakazuje uznać wiele opublikowanych danych dotyczących Λ czy φ_C za zdecydowanie zawyżone, co odnosi się w całej rozciągłości do danych przedstawionych na przykład w [10] i w [3], jak wykazano powyżej.

Na podstawie przedstawionej powyżej analizy danych eksperymentalnych należy uznać prawidłowość nowego modelu według [1] w zakresie jego przydatności do opisu przewodzenia ciepła w złożach ewakuowanych, to jest wyznaczania składowej przewodnościowej transportu energii dla takich warunków. Do wyznaczania udziału przewodzenia przez kontakty można zarekomendować formułę (2). Trzeba jednak jeszcze raz podkreślić, że muszą być wykorzystane do tego przygotowane dane – to znaczy z wyeliminowanymi wpływami radiacji i efektów brzegowych.

3.3. Krytyczny przegląd danych doświadczalnych do weryfikacji pełnego modelu czystego przewodzenia w złożach

Kilkakrotnie wspomniano powyżej o wątpliwościach co do wiarygodności publikowanych danych dotyczących pomierzonych wartości współczynnika przewodzenia ciepła złóż. Ściśle rzecz biorąc, chodzi tu o nieuzasadnione identyfikowanie współczynników, efektywnego k_E oraz kondukcyjnego k_C .

Zasadnicze błędy, popełniane nagminnie w związku z tą identyfikacją, mogą być trojaki rodzaju i jest to swego rodzaju "gordyjski węzeł" jeśli jakieś dane obarczone są wszystkimi tymi błędami jednocześnie, a z tym właśnie należy się liczyć zwłaszcza przy wyznaczaniu współczynnika przewodzenia metodą pomiaru w warunkach niestacjonarnych.

Pierwszy rodzaj błędu to nieprawidłowe uwzględnienie niestacjonarności obserwowanych zjawisk. W związku z wątpliwościami co do sposobu uwzględniania niestacjonarności wysuwano w literaturze przedmiotu pogląd, że należy określać współczynnik przewodzenia ciepła złóż wyłącznie na podstawie badań w stanie ustalonym. Dopiero ostatnio pojawiła się praca [18], ujmująca wpływ niejednorodności struktury ośrodka – jaka zawsze przecież występuje w złożach – na niestacjonarny transport energii w niejednorodnych ośrodkach. Mówiąc najkrócej, w [18] wykazano ponad wszelką wątpliwość, że do opisu niestacjonarnych zjawisk cieplnych w złożach powinno zostać użyte hiperboliczne równanie przewodzenia ciepła zamiast równania parabolicznego. Godne podkreślenia są różnice między czasami penetracji wynikającymi z tych równań, co ilustruje rys. 7, wzięty z [18]. Jak z tego wynika, rezultaty otrzymane drogą interpretacji danych pomiarowych dla niestacjonarnego transportu ciepła przy wykorzystaniu parabolicznego równania przewodzenia trzeba w zasadzie odrzucić, jeśli nie da się ich porównać z rezultatami zinterpretowanymi przy wykorzystaniu hiperbolicznego równania przewodzenia.

Drugi rodzaj błędu to nieuwzględnianie efektów brzegowych, zawsze występujących w złożach – [2], [12], [13], [17], [19], [22] – lecz tylko niekiedy akcentowanych i nigdzie dotychczas nie opisanych w sensie podania formuł pozwalających efekty

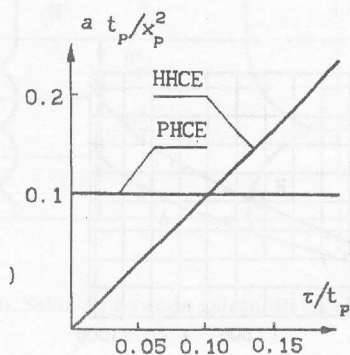


Fig. 7. Porównanie bezwymiarowych czasów penetracji dla równań przewodzenia parabolicznego (PHCE) i hiperbolicznego (HHCE), z [18]

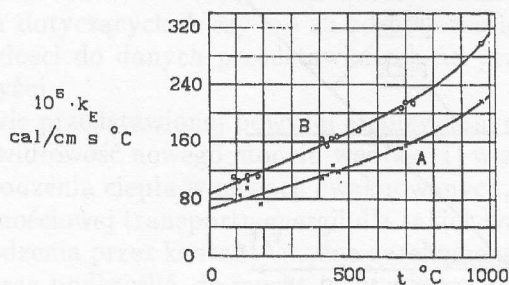
można określić w zależności od parametrów zjawiska i w ten sposób wyseparować. Jak poważny może być wpływ efektu brzegowego – awięc błąd określenia współczynnika przewodzenia ciepła złoża – najlepiej świadczą pomiary Hilla i Wilhelmia [17]. Zwrócili oni na ten efekt baczną uwagę lecz nie podali przekonującego wyjaśnienia. Według ich pomiarów wartości efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła złoża k_E określone dla wnętrza złoża (tzn. bez efektu brzegowego) okazały się o ponad 40% wyższe od wartości określonych dla złoża jako całości wraz ze ściankami, i to w całym zakresie temperatur od 373K do 1273K, a więc także w zakresie niskich temperatur.

Podobne relacje, choć bez podania wartości, wynikają także z innych opublikowanych danych – np. w [12] przyjęto na podstawie pomiarów, bez podania żadnego uzasadnienia, współczynnik przewodzenia ciepła przy ściance dwukrotnie mniejszy niż wewnątrz złoża, przy temperaturze 50°C.

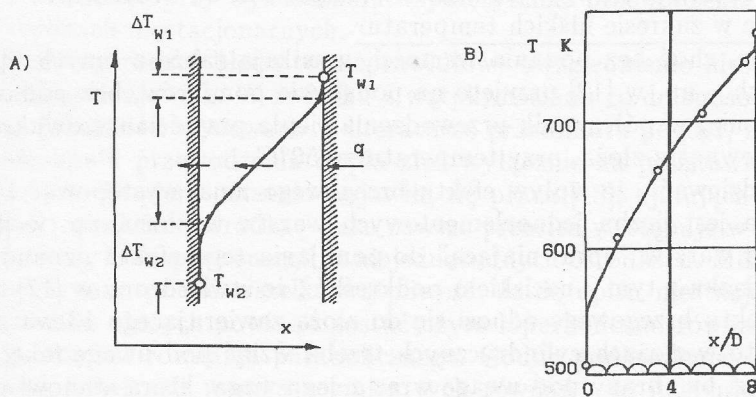
Można się spodziewać, że wpływ efektu brzegowego musi występować tym silniej, im większa jest liczba jednoelementowych warstw w złożu, np. w [25] graniczną liczbę warstw "uprawniającą" do pomijania tego efektu uznano 4. Tutaj w związku z tym z naciskiem podkreślić, że stwierdzony w [17] tak silny wpływ efektu brzegowego odnosi się do złoża zawierającego 13 warstw elementów. Ponadto w złożach cylindrycznych trzeba wziąć pod uwagę fakt, że efekt brzegowy musi być brany pod uwagę wraz z jego wagą, którą stanowi powierzchnia ścianki, przy której ten efekt występuje.

Widać to, że wpływ takiego efektu przy ściance zewnętrznej cylindra jest tyle silniejszy od efektu przy ściance centralnego grzejnika ile wynosi stosunek powierzchni – zewnętrznej i wewnętrznej – pierścienia wypełnionego złożem. W układzie płaskim, o jednakowej powierzchni ścianek ograniczających złoże, efekt brzegowy jest natomiast – dla wymiany radiacyjnej – bardzo wyraźnie większy przy niższej temperaturze, co ilustruje rys. 9B wzięty z [19].

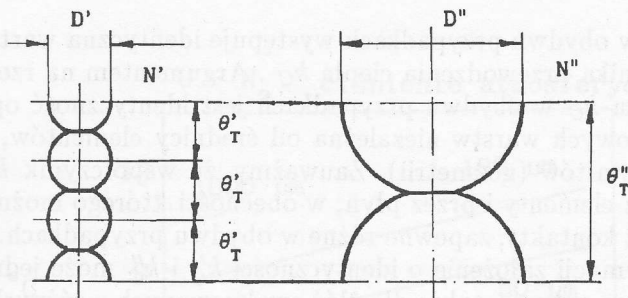
Tak więc do weryfikacji modelu przewodzenia, w celu uniknięcia drugiego



Rys. 8. Ilustracja wpływu efektów brzegowych na określenie współczynnika przewodzenia ciepła złoza: A, B – k_E z efektami brzegowymi i bez nich, [17]



Rys. 9. Szkic ilustrujący efekt brzegowy (A) i przykład efektów brzegowych (czysto radiacyjnych – (B)) wzięty z [19]

Rys. 10. Szkic do wywodu zależności na składową radiacyjną q .

niezależności błędów – wynikającego z efektów brzegowych – należy posłużyć się danymi uzyskanymi dla złożeń o możliwie dużej liczbie jednoelementowych warstw.

W związku z powyższym można poczynić następujące uwagi dotyczące pomiarów Swifta przedstawionych w [16]. Średnica cylindra zawierającego badaną próbkę złożeń, przez środek której przechodził drut grzejny, wynosiła około 9.5 mm , średnica elementów zmieniała się w zakresie od około $35\mu\text{m}$ do $1000\mu\text{m} = 1\text{ mm}$. Jak łatwo zauważyć, liczba jednoelementowych warstw przy średnicy elementów 1 mm wynosiła 11, a więc mniej nawet niż w [17]. W związku z tym zasadne jest spodziewać się obecności w pomiarach Swifta bardzo dużego wpływu efektów brzegowych na k_E (ściśle – znacznej różnicy między k_E określanymi wraz z efektami i określanymi bez nich), przynajmniej przy dużych średnicach elementów.

O efektach brzegowych w ogóle nie wspomina się w wielu pracach doświadczalnych, np. [3], [10], [21], pomija się je także w analizie systemów ze złożem, np. [26]. W świetle przytoczonych danych stan taki jest po prostu nie do zaakceptowania – wielkość efektów brzegowych musi być sprawdzana.

Tzeci wreszcie rodzaj błędów to arbitralne pomijanie udziału radiacji. Pokazujemy niżej, jak udział ten może zostać zgrubnie oszacowany, przynajmniej dla materiałów nieprzezroczystych, o dużej emisyjności. Ten sposób oszacowania zastosujemy następnie do pomiarów Swifta [16] – w tej pracy jedynie są bowiem potrzebne dane, przede wszystkim pomiary przewodzenia ciepła dla różnych średnic elementów (rys.11, poniżej).

Zakładamy, że dysponujemy dwoma pomiarami przewodzenia ciepła przy tym samym spadku temperatury θ_B na całym złożu o grubości L , lecz przy różnej średnicy elementów D' i D'' . Pominiemy tu dla prostoty efekty brzegowe. Ze względu na różną w obydwu rozważanych przypadkach liczbę jednoelementowych warstw złożeń, N' i N'' , różne oczywiście będą spadki temperatury na pojedynczej jednoelementowej warstwie, tzn. będzie $\theta'_T = \theta_B/N'$ oraz $\theta''_T = \theta_B/N''$. Pomocną ilustracją założonej sytuacji jest rys.10. Naturalnie będzie przy tym, wobec $N = D^2/L$,

$$\theta'_T = \theta_B/N' = D'\beta_L(\theta_B/L), \quad \theta''_T = \theta_B/N'' = D''\beta_L(\theta_B/L). \quad (13)$$

Założmy dalej, że w obydwu przypadkach występuje identyczna wartość kondukcyjnego współczynnika przewodzenia ciepła k_C . Argumentem na rzecz identyczności współczynnika k_C w obydwu przypadkach jest identyczność oporów cieplnych jednoelementowych warstw niezależna od średnicy elementów, wynikająca z identyczności kształtów (geometrii). Zauważmy, że współczynnik k_C obejmuje przewodzenie przez elementy i przez płyn, w obecności którego można zaniedbać przewodzenie przez kontakty, zapewne różne w obydwu przypadkach. Przy braku odpowiednich informacji założenie o identyczności k'_C i k''_C może jednak być wykorzystane - zdaniem autora - także dla złożów ewakuowanych o różnych średnicach elementów z tego samego materiału. Przemawia za tym fakt, że występujące w (2) współczynniki charakteryzujące kształt elementów i strukturę złoża są od Λ_1 niezależne (N_C, β, β_L) lub zależne bardzo słabo we wchodzącym w grę zakresie zmian Λ_1 (β_G , por. rys.10 w [1]).

Tak więc kondukcyjną składową gęstości strumienia transportowanej w złożu energii zapiszemy dla obydwu przypadków jako, odpowiednio, q'_C i q''_C , to jest

$$q'_C = k_C \theta'_T / D' \quad q''_C = k_C \theta''_T / D'' \quad (14)$$

wobec $k'_C = k''_C = k_C$. Łatwo można zauważyć, że wykorzystanie (13) w (14) prowadzi natychmiast do równości (przy włączeniu β_C do k_C)

$$(q'_C = q''_C = q_C) = k_C \theta_B / L \quad (15)$$

Wprowadzimy teraz zlinearyzowany zapis radiacyjnej składowej gęstości strumienia przenoszonego ciepła o postaci $q_R = 4\epsilon\sigma T^3 \theta''_T$ (por. np. [3]). Przyjmując kolejne założenie $T' = T'' = T$, zapiszemy dla rozważanych dwóch przypadków, odpowiednio,

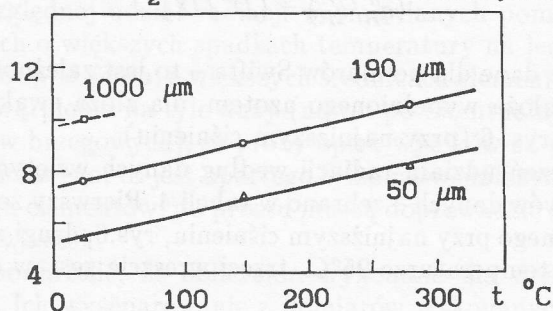
$$(q'^P_R = 4\epsilon\sigma T^3 \theta'_T) = C_R D', \quad (q''_R = 4\epsilon\sigma T^3 \theta''_T) = C_R D'', \quad (16)$$

gdzie znaczenie stałej C_R wynika z porównania (16) i (13).

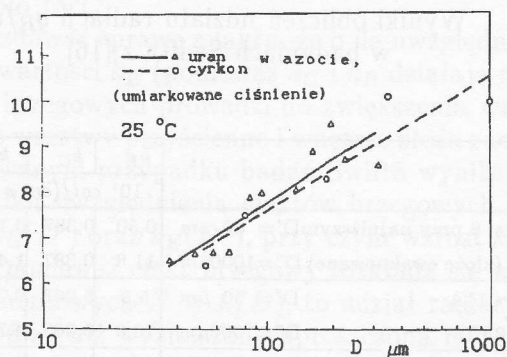
Warto być może w tym miejscu zwrócić uwagę, że ostatnim zależnościom można nadać także, wobec (13), postać zawierającą zastępczy radiacyjny współczynnik przewodzenia ciepła k_R (por. np. [3])

$$\begin{aligned} q_R = 4\epsilon\sigma T^3 \theta_T &= 4\epsilon\sigma T^3 \theta_B / N = 4\epsilon\sigma T^3 D \beta_L \theta_B / (N D \beta_L) = \\ &= 4\epsilon\sigma T^3 D \beta_L \theta_B / L = (4\epsilon\sigma T^3 D \beta_L)(\theta_B / N) / (D \beta_L) = \\ &= (4\epsilon\sigma T^3 D \beta_L) \theta_T / (D \beta_L) = k_R \theta_T / (D \beta_L). \end{aligned}$$

Z postaci tej – to jest jej form pośrednich w trakcie przekształcania – jasno wynika odwrotna proporcjonalność gęstości radiacyjnego strumienia energii q_R do liczby warstw złoża N . W literaturze ugruntował się jednakże pogląd, że zachodzi

U - N₂ ciśnienie atmosferyczne $10^4 \cdot k_E$
cal/cm s °C

B)

 $10^4 \cdot k_E$
cal/cm s °C

III. Zależność efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła k_E od średnicy elementów złoża (tabl. 16): A) dla różnych temperatur złoża, B) dla różnych materiałów elementów

proporcjonalność zastępczego radiacyjnego współczynnika przewodzenia ciepła do średnicy elementu złoża D , co nie oddaje prawidłowo istoty zagadnienia.

Dla całkowitej gęstości przenoszonego strumienia jest naturalnie

$$(q' = k'_E \theta_B / L) = q_C + q'_R, \quad (q'' = k''_E \theta_B / L) = q_C + q''_R. \quad (17)$$

Wyznaczając z równań (17) q'_R i q''_R , dzieląc tak otrzymane zależności stronami, otrzymujemy z tego związku przekształcając z uwzględnieniem (16), dochodzi się do zależności

$$(q'_R / q') = [(k''_E / k'_E) - 1] / [(D'' / D') - 1], \quad (18)$$

i następnie, z (16)

$$(q_R''/q_R') = (D''/D') . \quad (19)$$

Odpowiednie dane dla pomiarów Swifta – to jest zależność $k_E(D)$ – przedstawia rys. 11 dla złoża wypełnionego azotem, dla złoża ewakuowanego natomiast dane te zawiera rys. 6 (przy najniższym ciśnieniu).

Wyniki obliczeń udziału radiacji według danych wziętych z tych rysunków – dla trzech zestawów danych – zebrano w tabeli 4. Pierwszy zestaw danych dotyczy złoża ewakuowanego przy najniższym ciśnieniu, rys.6, drugi zestaw danych wzięty z rys. 11A przy temperaturze 25°C , trzeci wreszcie zestaw danych został wzięty z rys. 11B.

Tabela 4

Wyniki obliczeń udziału radiacji q_R/q
w badaniach Swifta z [16]

		k_E	k_C	k_R	q_R/q
		$10^4 \text{ cal}/(\text{cm s } ^\circ\text{C})$			
dane z rys. 6 przy najniższym ciśnieniu (złóż ewakuowane)	$D' = 80 \mu\text{m}$	0,50	0,387	0,1130	0,2260
	$D'' = 1000 \mu\text{m}$	11,8	0,387	1,4130	0,7850
dane z rys.11A przy $t = 25^\circ\text{C}$	$D' = 50 \mu\text{m}$	5,5	5,263	0,2370	0,04306
	$D'' = 1000 \mu\text{m}$	10,0	5,263	4,7370	0,47368
dane z rys.11B średnie dla dwóch materiałów	$D' = 50 \mu\text{m}$	6,75	6,539	0,2105	0,0312
	$D'' = 1000 \mu\text{m}$	10,75	6,539	4,2110	0,3917

Zwraca uwagę fakt, że dobrze zgodne są wartości k_R dla złożów wypełnionych gazem, wyznaczone dla danych *lokalnych*, rys.11A, i *uśrednionych*, rys. 11B. Wobec dużego rozrzutu punktów na rys.11B położenie krzywych nie jest pewne, nieznaczna korekta ich przebiegu z łatwością doprowadziłaby do pełnej zgodności wartości k_R wyznaczonych z obydwu rysunków.

Jak widać z tabeli 4, udział radiacyjnego transportu energii w złożu w całości przenoszonej energii rośnie bardzo wyraźnie ze wzrostem spadku temperatury na pojedynczej jednoelementowej warstwie. Można to także wyrazić, jednak nieprawidłowo, w formie stwierdzenia, że udział radiacji w przenoszeniu energii w omawianych złożach rośnie wraz ze wzrostem średnicy elementów. Rzecz bowiem w tym, że dla tego samego złoża (to jest tej samej średnicy elementów) można osiągnąć taki sam udział radiacji jak dla średnicy większej – jeśli tylko odpowiednio zwiększony zostanie spadek temperatury na jednoelementowej warstwie. To samo złóż może więc wykazywać to mniejszy, to większy udział radiacji, zależnie od parametrów (różnicy temperatur). Wszystkie te uwagi dotyczą złożów elementów

nieprzeźroczystego materiału, dla materiałów półprzeźroczystych sytuacja jest znacznie bardziej złożona.

Co do wartości bezwzględnej udział radiacji w omawianych pomiarach Swifta – najpewniej w złożach o większych spadkach temperatury na jednoelementowej warstwie (tutaj, wobec $\theta_B = idem$, o większych średnicach elementów) – okazał się znaczny. Jest on bez wątpienia na tyle duży (nawet po ewentualnym uwzględnieniu – odjęciu – efektów brzegowych), że próby opisu wyników za pomocą modelu przewodnościowego, to jest opartego tylko na współczynnikach przewodzenia gazu i materiału elementów, po prostu muszą doprowadzić do kompletnego zafałszowania obrazu zjawisk.

Z naciskiem trzeba podkreślić, że obliczenia wykonano dla danych zawierających efekty brzegowe. Ich wyseparowanie z pomiarów wykonanych w warunkach ustalonych jest bardzo trudne – w [16] brak odpowiednich danych, wiadomo jedynie, że w trakcie pomiaru temperatura centralnie umieszczonego drutu opowego wzrastała o około 15°C .

Trzeba sobie przy tym zdawać sprawę z faktu, że o ile uwzględnienie radiacji prowadzi do zmniejszenia wartości k_E (ponieważ k_C i k_R działają równolegle), o tyle uwzględnienie efektów brzegowych prowadzi do zwiększenia wartości k_E (ponieważ przewodzenie przez warstwy przyściennie i wewnątrz złoża zachodzi szeregowo). W konkretnym analizowanym przypadku badań Swifta wynika z powyższego, że jeśli najpierw – w wyniku uwzględnienia efektów brzegowych – zostałyby określone wyższe wartości $k_E(D')$ oraz $k_E(D'')$, przy czym wzrost k_E byłby silniejszy dla większych średnic (ponieważ efekt brzegowy rozkłada się wtedy na mniejszą liczbę warstw jednoelementowych $N = L/D$), to udział radiacji – rzeczywisty – okazałby się jeszcze wyższy niż wyznaczony uproszczoną metodą użytą w przytoczonych powyżej, szacunkowych obliczeniach. Konkludując, trzeba stwierdzić wiarygodność danych Swifta w tym sensie, że wyznaczone zostały w jego pomiarach efektywne zastępcze współczynniki przenoszenia energii w badanych złożach, natomiast niewiele wspólnego mają one ze współczynnikami przewodzenia, właściwymi wewnątrz złoża. Krótko mówiąc, nie wolno tych wyników uogólniać jako współczynników przewodzenia ciepła. Oczywiście można – i taki właśnie jest stan obecny w literaturze przedmiotu – porównywać zastępcze efektywne współczynniki przenoszenia dla różnych systemów, to jest złożeń w różnych warunkach, ale tylko dla większego pomieszczenia pojęć dokładając jeszcze przeźroczystość materiału i podciągając ją również pod przewodzenie (złoże elementów akrylowych czy szklanych, [10], [21]). Trudno jednak wówczas mówić o uogólnianiu formalnie opisujących przewodzenie w złożach.

Badanie materiałów półprzeźroczystych w badaniach przewodzenia ciepła w złożach może zostać zakwalifikowane jako czwarty rodzaj błędów, po wyeliminowaniu wpływu których dopiero można określać współczynnik przewodzenia ciepła k_C złożeń. Przedstawione powyżej zastrzeżenia co do interpretacji wyników pomiarów przez ich autorów oraz przez korzystających z nich autorów ogólnych modeli przewodzenia w złożach odnoszą się – niestety – do prawie wszystkich omawianych danych.

3.4. Weryfikacja pełnego modelu przewodzenia ciepła w złożach

Po krytycznej analizie dostępnych danych – według kryteriów przedstawionych w poprzednim podrozdziale – została się jedynie praca Klinga [22], jak zasygnalizowano to w rozdz.1. Została ona wykorzystana do weryfikacji pełnego modelu przewodzenia – to jest w złożu wypełnionym płynem.

W pierwszym rzędzie oszacowano pole powierzchni kontaktów występujące w złożu badanym przez Klinga, jak następuje. (Kling nie przeprowadził pomiarów dla złoża w próżni, lecz ekstrapolował wyniki – otrzymane dla różnych gazów – do wartości $k_F = 0$ (por. rys. 2 w [1]) i otrzymał tak $k_C^+ = 0,12 \text{ kcal/mhdeg}$).

Przy $k_S \gg k_F$ wartość ułamkowego składnika w mianowniku prawej strony (1) jest równa (w przybliżeniu, a ściśle — przy $k_F = 0$) wartości wyrażenia

$$(N_C \beta_L / \beta_{G1}) \Lambda \beta / \beta_L, \quad (20)$$

występującego w mianowniku (2). Wobec $(\beta / \beta_L) < 1$, przy $\Lambda \approx 1 \cdot 10^{-3}$, wartość tego wyrażenia jest rzędu $1 \cdot 10^{-2}$ przy $(N \beta_L / \beta_{G1}) \approx 10$ i rzędu $1 \cdot 10^{-1}$ przy $(N_C \beta_L / \beta_{G1}) \approx 100$ jest to błąd spowodowany przyjęciem wartości całego mianownika (1) równej 1. Przyjmując to, to znaczy kładąc w (1)

$$1 + \left(\frac{N_C \beta_L}{\beta_{G1}} \right) \left(\frac{\beta \beta_V}{\beta_L} \right) \frac{N_C \Lambda_1 (k_S - k_F) + k_F \left(1 + \left(\frac{1-f}{f} \right) \left(\frac{\beta_{G1}}{N_C \beta_L} \right) \left(\frac{2\beta_L}{\beta_L - \beta_V} \right) \right)}{\beta_V k_S + \left(\frac{1-f}{f} \right) \beta k_F} \approx 1$$

z błędem oszacowanym powyżej, otrzymuje się z (1) zależność,

$$k_C \cong \left(\frac{N_C \beta_L}{\beta_{G1}} \right) f \left[\Lambda (k_S - k_F) + k_F \left(1 + \left(\frac{1-f}{f} \right) \left(\frac{\beta_{G1}}{N_C \beta_L} \right) \left(\frac{2\beta_L}{\beta_L - \beta_V} \right) \right) \right]. \quad (21)$$

Po przekształceniu tej ostatniej zależności do postaci

$$k_C \cong \left(\frac{N_C \beta_L}{\beta_{G1}} \right) f \Lambda k_S + k_F \left[f \left(\frac{N_C \beta_L}{\beta_{G1}} \right) (1 - \Lambda) + (1 - f) \left(\frac{2\beta_L}{\beta_L - \beta_V} \right) \right] \quad (22)$$

jasno widać, że jeśli wyniki Klinga [22], przedstawione na rys. 2 w [1], przybliżyć linią prostą, to wyrażenie w nawiasach kwadratowych pełni rolę współczynnika kierunkowego tej prostej. Łatwo można wykazać, że drugi składnik sumy w nawiasie kwadratowym w (22) może zostać zaniedbany względem pierwszego, w którym można skreślić następnie Λ jako wielkość mniejszą o co najmniej trzy rzędy wielkości od jedności. Wartość tak określonego pierwszego składnika sumy w nawiasie kwadratowym w (22) odczytana z rys. 10 w [22] – według stycznej do krzywej doświadczalnej Klinga w punkcie $k_F = 0$ – wynosi

$$f(N_C \beta_L / \beta_{G10}) \approx 14,5. \quad (23)$$

Dla $k_F = 0$ jest wobec tego z (22) natychmiast, wobec $k_C^+ = 0,12 \text{ kcal/mh}1^\circ$ oraz $k_S = 35 \text{ kcal/mh}1^\circ$,

$$\Lambda = \frac{k_C^+}{k_S f(N_C \beta_L / \beta_{G10})} = \frac{0,12}{35 \cdot 14,5} = 2,36 \cdot 10^{-4},$$

skąd następnie, dla $N_C(e_V = 0,38) = 1,8894$ wyznaczonego z (3), jest

$$\Lambda_1 = 1,25 \cdot 10^{-4}. \quad (24)$$

Z zależności (1) można obliczyć pochodną względem k_F , po przekształceniach i uproszczeniach polegających na skreślaniu wyrazów zawierających Λ jako wielkości małych wyższego rzędu, otrzymuje się wyrażenie

$$\frac{\partial k_C}{\partial k_F} = \beta_L \left(f \frac{N_C}{\beta_{G10}} + 2 \frac{1-f}{\beta_L - \beta_V} \right), \quad (25)$$

którego po podstawieniu wartości przyjętych w rozdz. 2, to jest $f = 0,86$; $\beta_L = 0,84$; $\beta_V = 0,5$; oraz dla $N_C = 1,8894$ z (3) i $\beta_{G10} = \beta_{G1} = 0,058$ (z założeniem – zgodnie z wynikiem analizy w podrozdz. 3.1), jest

$$\frac{\partial k_C}{\partial k_F} = 20,93; \quad (26)$$

można porównać z wartością 14,5 wyznaczoną graficznie z rys. [1] wyżej. Po raz kolejny wypada zwrócić uwagę na fakt posłużenia się zawyżoną prawdopodobnie wartością β_G , tzn. może być $(\partial k_C / \partial k_F) > 20,93$.

Wykorzystanie wartości nachylenia krzywej 20,93 – zamiast 14,5 – prowadzi do wartości względnego pola powierzchni pojedynczego kontaktu

$$\Lambda_1 = 0,86 \cdot 10^{-4}, \quad (27)$$

zamiast (24). Wreszcie wykorzystanie (9) – dla $\chi^+ = (0,12/35) = 3,4285 \cdot 10^{-3}$ – zgodnie z oryginalnymi danymi Klinga [22], przy wartościach pozostałych parametrów jak wyżej – daje wartość

$$\Lambda_1 = 0,77 \cdot 10^{-4}. \quad (28)$$

Przedstawione oszacowania są – jak widać – dość dobrze zgodne. Ten swego rodzaju pierwszy test pełnej formuły (1) można więc uznać za zakończony sukcesem – z następującą uwagą dotyczącą wyznaczania wartości Λ_1 . Otóż, jak zauważono w końcu podrozdz.3.1 i przypomniano powyżej, w (2) powinna zostać użyta wartość $\beta_{G10} < \beta_{G1}$. Tak więc lepszym oszacowaniem do testowania pełnej formuły (1) w odniesieniu do wyników Klinga są niższe z wyznaczonych wyżej wartości.

Kolejnym testem formuły (1) była próba odtworzenia doświadczalnie wyznaczonej przez Klinga krzywej $k_C(k_F)$ przy wykorzystaniu wartości Λ_1 bliskiej (27) i (28), na przykład $\Lambda_1 = 0,8 \cdot 10^{-4}$. Naturalnie interesujące było także zbadanie czułości (1) na zmiany wartości poszczególnych parametrów w racjonalnych granicach i zbadanie możliwości posłużenia się uproszczoną postacią (1).

W związku z tym ostatnim należy zwrócić uwagę na fakt, że w przypadku $0 < k_F \ll k_S$ prawidłowe uproszczenie (1) to skreślenie drugiego składnika w mianowniku ułamka występującego w mianowniku (1), czyli $\beta k_F(1-f)/f$, co prowadzi do zależności

$$k_C =$$

$$= \frac{\left(\frac{N_C \beta_L}{\beta_{G1}}\right) f \left[\Lambda(1 - k_F/k_S) + (k_F/k_S) \left(1 + \left(\frac{1-f}{f}\right) \left(\frac{\beta_G}{N_C \beta_L}\right) \left(\frac{2\beta_L}{\beta_L - \beta_V}\right) \right) \right]}{1 + \left(\frac{N_C \beta_L}{\beta_{G1}}\right) \frac{\beta}{\beta_L} \left[\Lambda(1 - k_F/k_S) + (k_F/k_S) \left(1 + \left(\frac{1-f}{f}\right) \left(\frac{\beta_G}{N_C \beta_L}\right) \left(\frac{2\beta_L}{\beta_L - \beta_V}\right) \right) \right]},$$

w której następnie można skreślić w nawiasach w liczniku i w mianowniku wyrazy małe względem jedności, otrzymując ostatecznie

$$k_C = \frac{\beta_L f (\Lambda + k_F/k_S)}{(\beta_G/N_C) + \beta (\Lambda + k_F/k_S)} k_S. \quad (29)$$

jako *uproszczoną formułę (1)*. Łatwo można zauważyć, że dla $k_F = 0$ otrzymujemy się z (29) dokładną formułę (2)

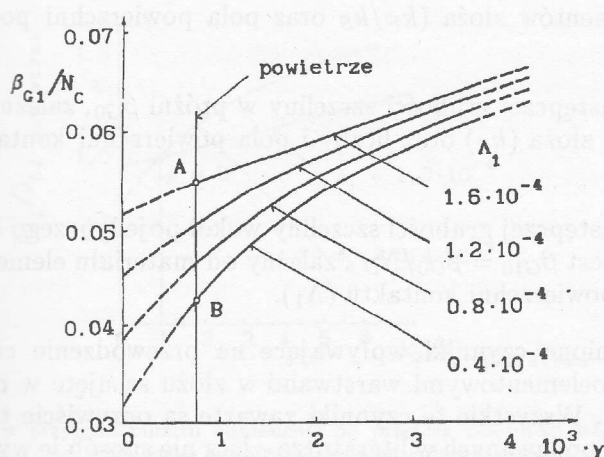
Przed prezentacją wyników próby odtworzenia krzywej Klinga należy jednak bliżej przyjrzeć się problemowi zależności $\beta_G(k_F)$, sygnalizowanemu już kilkakrotnie powyżej.

Otóż z (2) można wyznaczyć, dla pozostałych wielkości danych, stosunek,

$$(\beta_{G10}/N_C) = \Lambda_1 N_C [(f\beta_L/\chi^+) - \beta]. \quad (30)$$

Analogicznie z (1) można wyznaczyć ,

$$= \frac{[\Lambda_1 N_C (1 - \gamma) + \frac{\beta_{G1}}{N_C} \beta_V f + (1 - f) \gamma \beta_L \beta - \chi \beta \beta_V]}{[\beta_V + \beta_\gamma (1 - f)/f] [\chi - 2\gamma \beta_L (1 - f)/(\beta_L - \beta_V)] + 2\gamma \chi \beta \beta_V (1 - f)/(f(\beta_L - \beta_V))} \quad (31)$$



Rys. 12. Zależność $(\beta_{G1}/N_C) = f(\gamma)$ wyznaczona według zmierzonych przez Klinga wartości $\chi(\gamma)$, dla przyjętych wartości Λ_1 oraz następujących danych: $\beta_L = 0,84$, $f = 0,86$, $\beta_V = 0,5$, $\beta = 0,33$, $\gamma_P = 0,38$), $\gamma = 1,8894$.

$$\gamma = k_F/k_S, \quad (32)$$

to formuła, jak łatwo sprawdzić, dla $\gamma = 0$ sprowadza się do (30) – wtedy naturalnie $\beta_{G1} \rightarrow \beta_{G10}$.

Jest sprawą oczywistą, że w obydwu powyższych zależnościach powinno być tego samego złoza $\Lambda_1 = idem$ oraz $N_C = idem$. Na rys. 12 przedstawiono rezultaty obliczeń, przeprowadzonych przy zachowaniu tego warunku dla wyników Klinga (to znaczy z jego krzywej doświadczalnej wzięto wartości γ i χ), dla założonych czterech wartości Λ_1 . Zaznaczono na tym rysunku odciętą odpowiadającą mierowi Klinga dla powietrza (w złożu kul stalowych), [22], to jest

$$\gamma_P = k_F/k_S = 0,0225 \text{ kcal/mh}^\circ / 35 \text{ kcal/mh}^\circ = 7,6 \cdot 10^{-4}.$$

Wyników pokazanych na rys. 12 wypływa kilka ważnych wniosków. Po pierwsze, dla współrzędnej $\gamma = 0$ można odczytać wartości β_{G10}/N_C , wyznaczone poprzez ekstrapolację krzywych $\beta_{G1}/N_C = f(\gamma)$. Łatwo można zauważyć, że jest $(\beta_{G10}/N_C) < (\beta_{G1}/N_C)$, czyli $\beta_{G10} < \beta_{G1}$. Jest to potwierdzenie wcześniejszych wniosków o zawyżeniu wartości Λ_1 powodowanym wykorzystaniem wartości β_{G1} zamiast β_{G10} . Po drugie, jak widać, trzeba wyróżnić kolejno:

- współczynnik zastępczej grubości szczeliny (warstwy płynu) β , zależny – najprawdopodobniej – od rodzaju płynu i materiału elementów złoza (k_F/k_S) oraz liczby i pola powierzchni kontaktów ($\Lambda = \Lambda_1 N_C$),
- współczynnik zastępczej grubości szczeliny wokół pojedynczego kontaktu β_{G1} , który w [1] określono jako $\beta_{G1} = \beta_G/N_C$, zależny od rodzaju płynu

- i materiału elementów złoza (k_F/k_S oraz pola powierzchni pojedynczego kontaktu (Λ_1),
- współczynnik zastępczej grubości szczeliny w próżni β_{G0} , zależny od materiału elementów złoza (k_S) oraz liczby i pola powierzchni kontaktów ($\Lambda = \Lambda_1 N_C$),
- współczynnik zastępczej grubości szczeliny wokół pojedynczego kontaktu w próżni β_{G10} , to jest $\beta_{G10} = \beta_{G0}/N_C$, zależny od materiału elementów złoza (k_S) oraz pola powierzchni kontaktu (Λ_1).

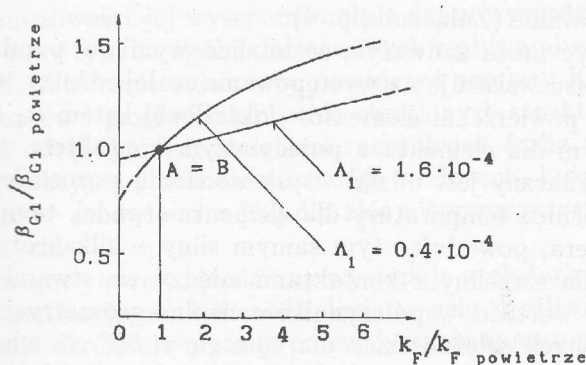
Wszystkie wymienione czynniki wpływające na przewodzenie ciepła przez szczelinę między jednoelementowymi warstwami w złożu są ujęte w nowym modelu przewodzenia [1]. Wszystkie te czynniki zawarte są oczywiście także w danych doświadczalnych podawanych w literaturze – lecz nie sposób je wyseparować, z bardzo nielicznymi wyjątkami (jedyna praca Klinga to umożliwia, a i to nie w pełni).

Można teraz powrócić do rys. 2 i zadać pytanie, co właściwie tam przedstawiono. Najprostsza odpowiedzią będzie stwierdzenie, że rys. 2 jest splotem kilku zależności, każdej – typu przedstawionego na rys. 12, tyle że dla rozmaitych wartości N_C i Λ_1 (nie podanych) i różnych materiałów (tj. k_F/k_S). Analogiem rys. 2 – sporządzonym według danych z rys. 12 – jest rys. 13 niżej.

Z tego ostatniego rysunku jasno wynika, że przyjmując różne punkty odniesienia – na przykład A albo B na rys. 12 – otrzymać można różne obrazy danych doświadczalnych w rodzaju obrazu przedstawionego na rys. 2. Warunkiem uporządkowania – czyli prawidłowego uogólnienia – tych danych jest jednak dysponowanie informacjami dotyczącymi struktury złoza (porowatości), pola powierzchni kontaktów, materiałów (czynnika) i rozkładu temperatury (temperatura wpływa na wartości k_F i k_S) w celu określenia efektów brzegowych i udziału radiacji. Na ogół podawane są tylko bardzo fragmentaryczne dane tego rodzaju – w stosunkowo świeżej pracy [21] nie podano nawet liczby jednoelementowych warstw złoza. Przedstawiona powyżej analiza ujawniła wpływ jakościowy i ilościowy poszczególnych parametrów określających warunki transportu ciepła przez przewodzenie w złożu, to jest k_F , k_S , $\beta_G(k_F, k_S, \lambda_1, N_C)$, itd. Wyniki prób odtworzenia krzywej Klinga formułą (1) muszą zatem zależeć od stopnia dokładności ujęcia tych wpływów nowym modelem, w szczególności jednak od użytego przybliżenia zależności $\beta_G(k_F)$. Zgodnie z oszacowaniami na początku tego podrozdziału, z krzywych przedstawionych na rys. 12 wybrano tę odpowiadającą wartości $\Lambda_1 = 0,8 \cdot 10^{-4}$, i przybliżono ją zależnością liniową,

$$\beta_{G1} = 0,083 + 0,135 N_C k_F . \quad (33)$$

Porównanie wyników przewidywanych według (1) przy uwzględnieniu (33), a także ilustrację wpływu zmian wartości niektórych parametrów na charakter przebiegu zależności $k_C(k_F)$ według (1) przedstawiono w Załączniku, w postaci wydruków komputerowych.



rys. 13. Wpływ przyjęcia punktu odniesienia na przebieg zależności względnej grubości szczeliny ($\beta_{G1}/\beta_{G1 \text{ powietrze}}$) od względnego współczynnika przewodzenia ciepła ($k_F/k_{F \text{ powietrze}}$): 1 - krzywa $\Lambda_1 = 1.6 \cdot 10^{-4}$ z rys. 12 zredukowana względem punktu A na tej krzywej, 2 - krzywa $\Lambda_1 = 0.4 \cdot 10^{-4}$ z rys. 12 zredukowana względem punktu B na tej krzywej.

I tak na przykład okazało się, że przy stałej wartości β_G – odpowiednio dobranej w celu dobrego przybliżenia rezultatów pomiaru – nie udaje się uzyskać żądanego zakrzywienia linii $k_C(k_F)$ ze wzrostem k_F . Jak się okazało dalej, w racjonalnie uzasadnionym zakresie zmian wartości parametrów nowego modelu (β , β_L , β_V , f) krzywa przedstawiająca zależność $k_C(k_F)$ według (1) na rysunku przesuwa się tylko nieznacznie.

Ważne znaczenie ma natomiast dobór wielkości Λ_1 oraz β_G , przy czym – wobec stwierdzonej zależności β_G od k_F – można zarekomendować, jako najprostszą, liniową zależność o postaci ogólnej

$$\beta_G = mk_F + \beta_0, \quad (34)$$

gdzie m jest dobieraną odpowiednio stałą oraz $\beta_0 = \beta_G(k = 0)$. Należy podkreślić, że zmiana wartości k_F – a więc i β_G – może wynikać albo ze zmiany temperatury gazu, wobec zależności $k_F(T)$, albo po prostu ze zmiany rodzaju gazu wypełniającego złoże, jak miało to miejsce w [22]. Zaobserwowany charakter wpływu współczynnika przewodzenia ciepła gazu na współczynnik przewodzenia ciepła złoża – według reguły przekory – może być zapewne mniej lub bardziej intensywny w zależności od wzajemnej relacji współczynników przewodzenia ciepła gazu i materiału elementów, k_F/k_S , która również zmienia się z temperaturą. Jest to interesujące zagadnienie badawcze samo dla siebie, którego rozwiązanie analityczne lub numeryczne – może mieć istotne znaczenie dla precyzji opisu przewodzenia ciepła w złożu.

W tym kontekście warto wspomnieć numeryczną analizę przewodzenia w elemencie złoża, przeprowadzoną przez Wakao i Kato [11] dla dwu modelowych struktur złoża. Wyniki uzyskane przez tych autorów – tylko dla dwu struktur – zostały przedstawione jedynie w postaci wykresu.

Formuła uproszczona (29) w porównaniu z (1) daje wyniki nieco zaniżone,

jednak w pełni akceptowalne (Załącznik, p. 4).

Na koniec warto być może zauważyć, że analiza wyników pomiarów w ramach opracowanego opisu wskazuje na występowanie stałej różnicy temperatury na dość znacznej części powierzchni elementów, określonej kątem φ_1 (por. rys. 3 i rys. 4 w [1]) zawartym dla elementu z pojedynczym kontaktem w przedziale ($45^\circ \div 75^\circ$). Mimo to znaczny jest udział w przewodzeniu pozostałej części powierzchni, na której różnica temperatury dla elementu (spadek temperatury na elemencie) spada do zera, powodując tym samym silny – kilkakrotny – wzrost różnicy temperatury dla szczeliny z kontaktami między warstwami (A na rys. 9 w [1]). Odpowiednie wartości współczynników ciepłno-geometrycznych, które występują w opracowanych zależnościach dla kąta $\varphi_1 = 60^\circ$, a więc w środku podanego wyżej przedziału, to $\beta = 0.33$ (rys. 5 w [1]) i $\beta_V = 0,50$ ((31) w [1]).

4. Podsumowanie i wnioski

Przeprowadzona w niniejszej pracy analiza pozwoliła skutecznie zrewidować i zweryfikować pewne dość mocno zakorzenione i powszechnie stosowane, stereotypowe ustalenia dotyczące przewodzenia ciepła przez złoża. Dotyczy to przede wszystkim definicji i wartości współczynników określających średnie zastępcze grubości elementu oraz szczeliny z kontaktami. Jak się okazało, wprowadzenie współczynników ciepłno-geometrycznych – w miejsce stosowanych szeroko czyisto geometrycznych – pozwala racjonalnie i prosto ująć wszystkie najważniejsze czynniki występujące w analizowanych zjawiskach, składających się na proces przewodzenia ciepła w złożu. Odnosi się to także do wpływów struktury złoża i kontaktów między elementami, uważanych powszechnie za trudne do uchwycenia.

Przedstawiony opis przewodzenia ciepła w złożach pozwala bardzo dokładnie analizować wpływ na przewodzenie różnych parametrów ciepłno-strukturalnych, występujących w tym opisie we wzajemnych powiązaniach wynikających z fizyki zjawisk. Swego rodzaju bezwymiarową ciepłno-geometrycznie-strukturalną liczbą kryterialną okazał się kompleks $(N_C \beta_L / \beta_{G1})$, co ciekawe nie zawierający jawnie parametru β związanego z przewodzeniem przez element. Niezwykle istotny okazał się wpływ kontaktów między elementami, a otrzymana względnie prosta formuła (1) – dobrze uzasadniona fizycznie – jest uniwersalna pod względem stosowalności zarówno do złożów ewakuowanych jak i zawierających płyn (gaz).

Jest oczywiste, że poprzez zależność k_F i k_S od temperatury także efektywny współczynnik przewodzenia ciepła k_C jest zależny od temperatury, i taka sama uwaga odnosi się do zależności k_F od ciśnienia gazu wypełniającego złożo, co dotyczy zwłaszcza przewodzenia ciepła w złożach częściowo lub całkowicie ewakuowanych (izolacje kriogeniczne).

Z całym naciskiem trzeba stwierdzić niemal kompletny brak danych doświadczalnych, które pozwoliłyby usystematyzować wpływy poszczególnych strukturalnych czynników. Niestety, nie nadaje się do wykorzystania w tym celu ogromna większość opublikowanych danych ze względu na niekompletność informacji lub z

powodu niemożliwości jej wyseparowania z danych przedstawianych w uogólnionej postaci, przy tym na ogół zafałszowanych wpływami efektów brzegowych czy radiacyjnych. Właściwie należałoby powtórzyć pomiary Klinga dla innych materiałów elementów i możliwie dokładnie określonych struktur złoża.

Zupełnie odrębnym zagadnieniem, aczkolwiek ściśle związanym z rozważaniami, jest radiacyjne przenoszenie energii w złożach, którego podstawy – transmisyjność złóż – omówiono w [23] dla złóż nieprzezroczystych jak i dla złóż półprzezroczystych.

Efekt brzegowy przewodnościowy występuje w złożach w sprzężeniu z efektem brzegowym radiacyjnym. Ich rozdzielenie w celu możliwie precyzyjnego zbadania i następnie określenia metody przewidywania sprzężonego oddziaływania jest możliwe albo poprzez badania składowej przewodnościowej, albo składowej radiacyjnej, która została wyznaczona w [24]. Wymienione efekty odgrywają ważną rolę zarówno w złożach upakowanych jak i sfluidyzowanych.

Dopiero połączenie wyników niniejszej pracy z rezultatami przedstawionymi w [23] i [24] pozwoli sformułować pełny opis sprzężonego kondukcyjno-radiacyjnego transportu energii w złożach – bez konwekcji.

W związku z postawionym we wstępie do części I niniejszej pracy problemem zasadności komplikowania opisu przewodzenia ciepła przez złożę, [1], można na podstawie rezultatów przeprowadzonej analizy stwierdzić co następuje.

Po pierwsze, udało się sformułować prosty opis jednowymiarowy uwzględniający bardzo dobrze fizykę zjawisk, w szczególności ujmujący dobrze przypadkowość struktury jaka może wystąpić w złożu. Z jednej strony, wynikający z tej przypadkowości możliwy zakres zmian współczynnika przewodzenia ciepła może być przy wykorzystaniu nowego modelu bardzo dokładnie wyznaczony. Z drugiej strony, wobec tej przypadkowości struktury, jaskrawie rysuje się niecelowość podejmowania prób opracowania "jedynie słusznych" zależności na współczynnik przewodzenia ciepła, zwłaszcza jeśli te próby nie będą uwzględniać czynników strukturalnych – na przykład pola powierzchni kontaktów między elementami.

Po drugie, okazało się, że opis jednowymiarowy – jeśli tylko prawidłowo uwzględni fizykę zjawisk – jest bardzo słabo zależny od stopnia skomplikowania modeli zjawisk składających się na przewodzenie ciepła przez warstwę złoża. Można wobec tego bez szkody dla dokładności przewidywań posłużyć się prostymi modelami, co też uczyniono w tej pracy, osiągając bardzo dobrą zgodność wyników własnych obliczeń i wziętych z literatury wyników pomiarów współczynnika przewodzenia ciepła.

Pozwala to rekomendować opracowane zależności do opisu rezultatów badań przewodzenia ciepła w złożach oraz do obliczeń dla celów praktycznych, jak na przykład – dla złóż o niezbyt małej liczbie warstw elementów.

Opracowana zależność (1) może zostać wypróbowana, jak się wydaje, także do określania współczynnika przewodzenia ciepła materiałów porowatych, naturalnie po odpowiednim przestawieniu w niej współczynników k_F i k_S czy β_G i β . Interesujące byłoby także sprawdzenie (1) dla złóż z relacją $k_F \gg k_S$, dla których prowadzą proponowane w literaturze modele [21]. Warunkiem przeprowadzenia takich testów jest oczywiście pozyskanie wiarygodnych danych doświadczalnych.

Nowy, w pełni racjonalny z punktu widzenia fizyki zjawisk model przewodzenia ciepła w złożach upakowanych i wynikający z niego jednowymiarowy opis tego przewodzenia umożliwia precyzyjną interpretację danych doświadczalnych. Praca niniejsza odnosi się do złoż elementó nieprzezroczystych. W celu rozwiązania przewodzenia przez elementy półprzezroczyste należy uwzględnić obecność w elementach wewnętrznych źródeł ciepła spowodowaną pochłanianiem energii promieniowania przechodzącego przez elementy (to jest na zasadzie transmisji promieniowania przez materiał elementów). Wykracza to jednak poza zamierzony zakres tej pracy, podobnie jak analiza efektów brzegowych.

Stwierdzenie niezbyt dobrego rozpoznania zjawisk składających się na transport energii w złożach, w tym – przewodzenia ciepła, było impulsem do podjęcia tej pracy. W trakcie jej przygotowywania okazało się, że niesłuchanie wysoki, przekraczający najśmielsze przypuszczenia autora, jest stopień zafałszowania danych opublikowanych w uznanych czasopismach. Główną przyczyną takiego stanu rzeczy jest nieprawidłowa, nadto uproszczona interpretacja rezultatów pomiarów, bardzo trudnych zresztą ze względu na silne sprzężenie zjawisk składowych, dla których brak prawidłowych modeli i opisów. Wobec takiej sytuacji, przedstawionej tylko w zarysie w niniejszej pracy, można z całą odpowiedzialnością uznać badania transportu ciepła w złożach – w tym także przewodzenia – za bardzo obiecujące pole prac badawczych.

Pracę zgłoszono 1991.08.19

Literatura

- [1] Grochal B., *O jednowymiarowym opisie przewodzenia ciepła w złożach : I. Nowy model i wywód zależności.* Prace IMP PAN Gdańsk, z.94, s. 1993.
- [2] Baddour R.F., Yoon C.Y., *Local radial effective conductivity and the wall effect in packed beds.* Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 57 (1961), 35.
- [3] Beveridge G.S.G., Haughey D.P., *Axial heat transfer in packed beds. Stagnant beds between 20 and 750°C.* Int. J. Heat Mass Transfer 14, 1093 (1971).
- [4] Saxena S.C., *Heat transfer between immersed surfaces and gas-fluidized beds.* in: Advances in heat transfer, Vol. 19, Academic Press, Inc., San Diego – New York – Berkeley – Boston – London – Sidney – Tokyo – Toronto, 1989.
- [5] Beveridge G.S.G., Haughey D.P., *Axial heat transfer in packed beds. Gas flow through beds between 20 and 650°C.* Int. J. Heat Mass Transfer 15 (1972), 953.
- [6] Katto Y., Masuoka T., *Criterion for the onset of convective flow in a fluid in a porous medium.* Int.J. Heat Mass Transfer 10 (1967), 297.

- Botterill J.S.M., Salway A.G., Teoman Y., *The effective thermal conductivity of high temperature particulate beds – II. Model predictions and the implication of the experimental values*. Int. J. Heat Mass Transfer **32**, 595 (1989).
- Cunnington G.R., Tien C.L., *Heat transfer in microsphere cryogenic insulation*, Advances in cryogenic engineering. Vol. **18**, Plenum Press, New York 1973.
- Wawryk R., *Transport ciepła w wybranych rodzajach izolacji mikrosferycznej w zakresie temperatur 80 – 300 K*. Praca doktorska, Instytut Niskich Temperatur i Badań Strukturalnych PAN we Wrocławiu, 1984.
- Masamune S., Smith J.M., *Thermal conductivity of beds of spherical particles*. I&EC Fundamentals **2**, 136 (1963).
- Wakao N., Kato K., *Effective thermal conductivity of packed beds*. J.Chem. Eng. Japan **2**, 24 (1969).
- Ofuchi K., Kunii D., *Heat-transfer characteristics of packed beds with stagnant fluids*. Int. J. Heat Mass Transfer **8**, 749 (1965).
- Yagi S., Kunii D., *Studies on effective thermal conductivities in packed beds*. A.I.Ch.E Journal **3**, No.3, 373-381 (1957).
- Chan C.K., Tien C.L., *Conductance of packed spheres in vacuum*. ASME J. Heat Transfer **95**, 302 (1973).
- Wakao N., Vortmeyer D., *Pressure dependency of effective thermal conductivity of packed beds*. Chem. Eng. Sci. **26**, 1753 (1971).
- Swift D.L., *The thermal conductivity of spherical metal powders including the effect of an oxide coating*. Int. J. Heat Mass Transfer **9**, (1966), 1061.
- Hill F.B., Wilhelm R.H., *Radiative and conductive heat transfer in a quiescent gas-solid bed of particles, theory and experiment*. A.I.Ch.E. J. **5** (1959), 486.
- Kamiński W., *Hyperbolic heat conduction equation for materials with a non-homogeneous inner structure*. Trans. ASME J. Heat Transfer **112** (1990), 555.
- Kasperek G., Vortmeyer D., *Wärmestrahlung in Schüttungen aus Kugeln mit vernachlässigbarem Wärmeleitwiderstand*. Wärme- und Stoffübertragung **9** (1976), 117.
- Bartens K., *Wärmeleitfähigkeit eines Gemisches von Metallkugeln und Öl*. Forschung auf dem Gebiete des Ing.- Wesens **7**, 174 (1936).

- [21] Prasad V., Kladias N., Bandyopadhyaya A., Tian Q. , *Evaluation of correlations for stagnant thermal conductivity of liquid-saturated porous beds of spheres*. Int. J. Heat Mass Transfer **32** (1989), 1793.
- [22] Kling G., *Das Wärmeleitvermögen eines Kugelhaufwerks in ruhendem Gas*. Forschung auf dem Gebiete des Ing.- Wesens, 9, 28 (1938).
- [23] Grochal B., Augustyniewicz K. , *Radiation transmission through particulate media*. in : Transport Processes in Engineering Series, Vol.2 : Recent Advances in Heat Transfer, B.Sunden, A. Zukauskas (Editors), Elsevier, Amsterdam-London-New York-Tokyo, 1992, 415.
- [24] Grochal B., Augustyniewicz K. , *The long-distance and radiative boundary effects in beds*. in : Transport Processes in Engineering Series, Vol.2 : Recent Advances in Heat Transfer, B.Sunden, A. Zukauskas (Editors), Elsevier, Amsterdam-London-New York-Tokyo, 1992, 430.
- [25] Crider J.E., Foss A.S. , *Effective wall heat transfer coefficient and thermal resistances in mathematical models of packed beds*. A.I.Ch.E. J. **11** (1965), 1012.
- [26] Renken K.J., Poulikakos D. , *Experiments on forced convection from a horizontal heated plate in a packed bed of glass spheres*. Trans. ASME J. Heat Transfer **111** (1989), 59.

On the One-Dimensional Description of Heat Conduction in Beds:

II. The Confrontation of the New Model Predictions and the Experimental Data

Summary

The successful comparison of predictions due to the new model of heat conduction in the opaque beds, developed in the first part of this work, and the available experimental data has been presented. The critical review of the published data revealed that the majority of them was misinterpreted, mainly due to the neglect of boundary and/or radiation effects. The important conclusions concerning the influence of a number and area of contacts between particles in bed on heat conduction have been drawn. The great usefulness of the new model for the interpretation of experimental data has been confirmed.

Załącznik

(Uwaga : w załączniku k_C , k_F i k_S są podane w $\text{kcal}/\text{mh}1^\circ$)

1. Wyniki obliczeń współczynnika przewodzenia ciepła złoża przy $k = 0.12 \text{ kcal}/\text{mh}1^\circ$

(Wariant podstawowy, do którego porównywane są pozostałe warianty wyników),

Dane : $k_S = 35,0 \text{ kcal}/\text{mh}1^\circ$, $e_V = 0,38$; $N_C = 1,8894$;

$\beta_L = 0,84$; $\beta_V = 0,5$; $\beta = 0,33$; $f = 0,86$;

Obliczone : $\beta_{G10} = 0,083$; $m = 0,135$ (dobrane);

względne pole powierzchni kontaktów $\Lambda = 2,08815 \cdot 10^{-4}$,

względne pole powierzchni 1 kontaktu $\Lambda_1 = 1,1052 \cdot 10^{-4}$.

k_F	$k_C[22]$	k_C	β_{G1}/N_C	k_C/k_F	k_S/k_F	β_{G1}
0,00	0,120	0,12003	0,04393	-	-	0,08300
0,01		0,28215	0,04528	28,21544	3500,0000	0,08555
10,02	0,415*	0,43476	0,4663	21,73816	1750,0000	0,08810
0,03		0,57870	0,04798	19,28998	1166,6667	0,09065
0,04		0,71471	0,04933	17,86779	875,00000	0,09320
10,05	0,80*	0,84346	0,05068	16,86927	700,00000	0,09575
10,06	0,90*	0,96555	0,05203	16,09246	583,33333	0,09830
10,07	1,03*	1,08149	0,05338	15,44991	500,00000	0,10085
0,08		1,19178	0,05473	14,89721	437,50000	0,10341
0,09		1,29682	0,05608	14,40915	388,88889	0,10596
10,10	1,36*	1,39702	0,05743	13,97019	350,00000	0,10851
0,11		1,49271	0,05878	13,57011	318,18182	0,11106
0,12		1,58422	0,06013	13,20182	291,66667	0,11361
0,13		1,67182	0,06148	12,86019	269,23077	0,11616
0,14		1,75579	0,06283	12,54137	250,00000	0,11871
0,15		1,83636	0,06418	12,24239	233,33333	0,12126
10,16	1,86*	1,91374	0,06553	11,96090	218,75000	0,12381
0,17		1,98815	0,06688	11,69498	205,88235	0,12636
0,18		2,05975	0,06823	11,44305	194,44444	0,12891
0,19		2,12872	0,06958	11,20380	184,21053	0,13146
0,20		2,19522	0,07093	10,97610	175,00000	0,13401

* – wartość odczytana z wykresu w [22]

2. Porównanie wyników przy $k_{C0} = 0,12; 0,10; 0,08 \text{ kcal/mh}1^\circ$ (według pełnej formuły (1))

	$\Lambda = 2,0881 \cdot 10^{-4};$ $\Lambda_1 = 1,1052 \cdot 10^{-4};$ $\beta_{G10} = 0,083$ $m = 0,135$		$\Lambda = 1,97024 \cdot 10^{-4};$ $\Lambda_1 = 1,0428 \cdot 10^{-4};$ $\beta_{G10} = 0,094;$ $m = 0,1060;$		$\Lambda = 1,44168 \cdot 10^{-4};$ $\Lambda_1 = 7,6304 \cdot 10^{-4};$ $\beta_{G10} = 0,860;$ $m = 0,1240;$	
k_F	k_C	β_{G1}/N_C	k_C	β_{G1}/N_C	k_C	β_{G1}/N_C
0,00	0,12003	0,04393	0,10002	0,04975	0,08001	0,04552
0,01	0,28215	0,04528	0,24644	0,05081	0,23873	0,04676
0,02	0,43476	0,04663	0,38671	0,05187	0,38909	0,04800
0,03	0,57870	0,04798	0,52123	0,05293	0,53176	0,04924
0,04	0,71471	0,04933	0,65036	0,05399	0,66734	0,05048
0,05	0,84346	0,05068	0,77443	0,05505	0,79637	0,05172
0,06	0,96555	0,05203	0,89376	0,05611	0,91934	0,05296
0,07	1,08149	0,05338	1,00861	0,05717	1,03667	0,05420
0,08	1,19178	0,05473	1,11925	0,05823	1,14877	0,05544
0,09	1,29682	0,05608	1,22592	0,05929	1,25601	0,05668
0,10	1,39702	0,05743	1,32884	0,06035	1,35870	0,05792
0,11	1,49271	0,05878	1,42821	0,06141	1,45714	0,05916
0,12	1,58422	0,06013	1,52423	0,06247	1,55162	0,06040
0,13	1,67182	0,06148	1,61708	0,06353	1,64237	0,06164
0,14	1,75579	0,06283	1,70691	0,06459	1,72964	0,06288
0,15	1,83636	0,06418	1,79389	0,06565	1,81363	0,06412
0,16	1,91374	0,06553	1,87815	0,06671	1,89453	0,06536
0,17	1,98815	0,06688	1,95983	0,06777	1,97254	0,06660
0,18	2,05975	0,06823	2,03906	0,06883	2,04780	0,06784
0,19	2,12872	0,06958	2,11595	0,06989	2,12048	0,06908
0,20	2,19522	0,07093	2,19062	0,07095	2,19071	0,07032

3. Porównanie wyników przy różnych wartościach f i β_L (według pełnej formuły(1))

	$\Lambda = 2,0881 \cdot 10^{-4};$ $\beta_L = 0,840;$ $\Lambda_1 = 1,10520 \cdot 10^{-4}$ $f = 0,860$		$\Lambda = 2,0281 \cdot 10^{-4};$ $\beta_L = 0,820;$ $\Lambda_1 = 1,0734 \cdot 10^{-4};$ $f = 0,907;$		$\Lambda = 2,0951 \cdot 10^{-4};$ $\beta_L = 0,900;$ $\Lambda_1 = 1,1089 \cdot 10^{-4};$ $f = 0,800;$	
k_F	k_C	β_{G1}/N_C	k_C	β_{G1}/N_C	k_C	β_{G1}/N_C
0,00	0,12003	0,04393	0,12003	0,04393	0,12002	0,04393
0,01	0,28215	0,04528	0,28474	0,04528	0,28363	0,04528
0,02	0,43476	0,04663	0,43967	0,04663	0,43771	0,04663
0,03	0,57870	0,04798	0,58569	0,04798	0,58311	0,04798
0,04	0,71471	0,04933	0,72357	0,04933	0,72057	0,04933
0,05	0,84346	0,05068	0,85398	0,05068	0,85076	0,05068
0,06	0,96555	0,05203	0,97754	0,05203	0,97429	0,05203
0,07	1,08149	0,05338	1,09479	0,05338	1,09167	0,05338
0,08	1,19178	0,05473	1,20621	0,05473	1,20340	0,05473
0,09	1,29682	0,05608	1,31226	0,05608	1,30988	0,05608
0,10	1,39702	0,05743	1,41331	0,05743	1,41152	0,05743
0,11	1,49271	0,05878	1,50974	0,05878	1,50866	0,05878
0,12	1,58422	0,06013	1,60186	0,06013	1,60161	0,06013
0,13	1,67182	0,06148	1,68997	0,06148	1,69067	0,06148
0,14	1,75579	0,06283	1,77433	0,06283	1,77610	0,06283
0,15	1,83636	0,06418	1,85520	0,06418	1,85813	0,06418
0,16	1,91374	0,06553	1,93280	0,06553	1,93698	0,06553
0,17	1,98815	0,06688	2,00733	0,06688	2,01285	0,06688
0,18	2,05975	0,06823	2,07897	0,06823	2,08593	0,06823
0,19	2,12872	0,06958	2,14792	0,06958	2,15639	0,06958
0,20	2,19522	0,07093	2,21431	0,07093	2,22438	0,07093

4. Porównanie wyników według formuł pełnej (1) i uproszczonej (29)

k_F	k_C wg(1)	β_{G1}/N_C	k_C/k_F	k_C wg (29)	β_{G1}/N_C	k_C/k_F
0,00	0,12003	0,04393	-	0,12000	0,04393	-
0,01	0,28215	0,04528	28,21544	0,27515	0,04528	27,51538
0,02	0,43476	0,04663	21,73816	0,42075	0,04663	21,03757
0,03	0,57870	0,04798	19,28998	0,55765	0,04798	18,58824
0,04	0,71471	0,04933	17,86779	0,68660	0,04933	17,16496
0,05	0,84346	0,05068	16,86927	0,80828	0,05068	16,16555
0,06	0,96555	0,05203	16,09246	0,92328	0,05203	15,38804
0,07	1,08149	0,05338	15,44991	1,03215	0,05338	14,74497
0,08	1,19178	0,05473	14,89721	1,13535	0,05473	14,19191
0,09	1,29682	0,05608	14,40915	1,23333	0,05608	13,70364
0,10	1,39702	0,05743	13,97019	1,32646	0,05743	13,26459
0,11	1,49271	0,05878	13,57011	1,41510	0,05878	12,86453
0,12	1,58422	0,06013	13,20182	1,49956	0,06013	12,49636
0,13	1,67182	0,06148	12,86019	1,58014	0,06148	12,15494
0,14	1,75579	0,06283	12,54137	1,65710	0,06283	11,83639
0,15	1,83636	0,06418	12,24239	1,73066	0,06418	11,53776
0,16	1,91374	0,06553	11,96090	1,80107	0,06553	11,25666
0,17	1,98815	0,06688	11,69498	1,86850	0,06688	10,99118
0,18	2,05975	0,06823	11,44305	1,93315	0,06823	10,73974
0,19	2,12872	0,06958	11,20380	1,99519	0,06958	10,50100
0,20	2,19522	0,07093	10,97610	2,05477	0,07093	10,27385