

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

**PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPŁYWOWYCH**

**TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY**

94

GDAŃSK 1992

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machines

RADA REDAKCYJNA – EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
WŁODZIMIERZ PROSNAK · ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY – CHAIRMAN)
JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY – EXECUTIVE EDITORS

EDWARD ŚLIWICKI – P. O. REDAKTOR – EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA – EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN

ul. Gen. Józefa Fischera 14, 80-952 Gdańsk, skr. poczt. 621, tel. 41-12-71 wew. 141

ISSN 0079-3205

WYDAWCZA: Redakcja Wydawnictw Ciągłych IMP PAN

80-952-Gdańsk, skrytka poczt. 621, tel. 41-12-71

Skład komputerowy A. D. Kardaś

Drukarnia: Chromatografia w Rumii

JERZY ŚWIRYDCZUK

Gdańsk

Analiza numeryczna zmian warunków opływu dwóch jednakowych profili aerodynamicznych wywołanych przez przemieszczającą się w ich pobliżu osłobiwość wirową

W pracy przedstawiono metodę obliczeniową oraz wybrane wyniki obliczeń chwilowych rozkładów prędkości i ciśnień w otoczeniu dwóch jednakowych profili aerodynamicznych w chwili przemieszczania się w ich pobliżu izolowanej osłobiwości wirowej. Obliczenia przeprowadzono w oparciu o metodę odwzorowań konforemnych oraz konstrukcję funkcji prądu Routha w obszarze pomocniczym. Prezentowane wyniki wskazują m.in. na możliwość generowania przez wir dodatkowych lokalnych punktów spiętrzenia na powierzchni profilu.

1. Cel pracy i zastosowana metoda

Jednym z kierunków badań prowadzonych w IMP PAN w dziedzinie przepływów nieustalonych jest badanie opływu ciał strumieniem z koherentnymi strukturami wirowymi. Celem ich jest uzyskanie informacji umożliwiającej ocenę zakresu i charakteru zmian pola prędkości w otoczeniu badanych ciał, generowanego przez te struktury. Szczególnie zainteresowano się teoretycznym i doświadczalnym badaniem efektów generowanych przez pojedynczy wir poruszający się w pobliżu wybranej przeszkody. Rezultaty analizy oddziaływania wiru z pojedynczym profilem przedstawiono w pracach [7-9]. Zadaniem realizowanym w kolejnym etapie była analiza niestacjonarnych efektów przepływowych wywoływanych przez wir przepływający w pobliżu dwóch jednakowych profili. Zadanie to stanowi etap przygotowawczy do analizy zachowania się wiru w pobliżu palisady profili. Jednym z celów szczegółowych badań realizowanych w tym etapie jest próba odpowiedzi na pytanie, czy i w jakim zakresie rezultaty uzyskane w przypadku oddziaływania wiru z pojedynczym profilem mogą być przeniesione na przypadek pary profili. Poniżej prezentowane są rezultaty analizy numerycznej, stanowiącej pierwszą część prac realizowanych w etapie drugim.

Algorytmy programów realizujących omawiane w pracy obliczenia oparto na konstrukcji funkcji prądu Routha oraz metodzie odwzorowań konforemnych. Wybór powyższych metod obliczeniowych podyktowany był dążeniem do uzyskania rezultatów dokładnych, ciągłych w całym obszarze przepływu i niezależnych od doboru parametrów numerycznych. W konsekwencji mogą stanowić one rodzaj testu jakościowego dla metod mniej precyzyjnych, opartych np. na aproksymacji kształtów profili przez odpowiedni rozkład osobliwości.

2. Organizacja przebiegu obliczeń

Całokształt obliczeń wpływu swobodnej osobliwości wirowej na opływ dwóch profili można podzielić na trzy kolejne etapy:

- konstrukcję funkcji odwzorowującej,
- określenie prędkości i trajektorii wiru,
- obliczenie rozkładów żądanych wielkości opisujących przepływ.

Wyniki otrzymywane w każdym z poszczególnych etapów stanowiły jednocześnie dane wejściowe do obliczeń w etapie następnym. Obliczenia etapu pierwszego realizowane były przez program, którego zadaniem było wyznaczenie współczynników funkcji odwzorowującej o zadanym wzorze ogólnym. Kolejny z programów obliczał chwilowe prędkości oraz położenia wiru, co pozwoliło na aproksymacyjne wyznaczenie jego toru. Zaznaczyć należy, iż jednocześnie z powyższymi obliczeniami tor wiru był wyznaczany w oparciu o zasadę stałości funkcji prądu Routha X . Tor ten, przyjmowany jako rozwiązanie dokładne, stanowił punkt odniesienia dla oszacowania dokładności metody bazującej na chwilowych wartościach prędkości. Przyczyną chęci porównania dokładności obu tych metod był fakt ograniczonego zastosowania metody opartej o zasadę $X = \text{const}$ jedynie do przypadku jednego wiru. W oparciu o wyniki obliczeń, uzyskane w obu powyższych etapach, realizowane były obliczenia rozkładów prędkości i ciśnień na profilu oraz, przy pomocy oddzielnego programu, obrazy chwilowych obrazów linii prądu.

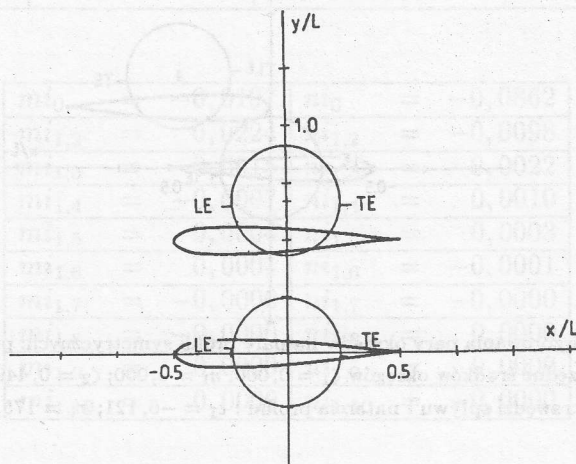
3./ Odwzorowanie konforemne

W zadaniu przyjęto, iż obszarem pomocniczym, w którym prowadzone są obliczenia, jest obszar nieograniczony, leżący na zewnątrz dwóch okręgów. Wybór ten podyktowany został zarówno rekomendacjami zawartymi w publikacjach [4], [5] na temat odwzorowywania obszarów o zbliżonych kształtach granic, jak i dotychczasowym doświadczeniem autora w dziedzinie teoretycznej analizy przepływów ze skoncentrowanymi wirowościami [8], [10].

Ogólną postać funkcji odwzorowującej przedstawia wzór 3.1 [4]:

$$z = C_0 + \zeta + \sum_{n=1}^N C_{1,n} \frac{a_1^n}{(\zeta - \zeta_1)^n} + \sum_{n=1}^N C_{2,n} \frac{a_2^n}{(\zeta - \zeta_2)^n}, \quad (3.1)$$

w którym : z – płaszczyzna zm. zespolonej profili, ζ – płaszczyzna zm. zespolonej okręgów, ζ_1, ζ_2 – położenia środków okręgów, a_1, a_2 – promienie okręgów, $C_0, C_{1,n}, C_{2,n}$ – współczynniki zespolone, N – zakładana ilość wyrazów rozwinięcia w szereg.

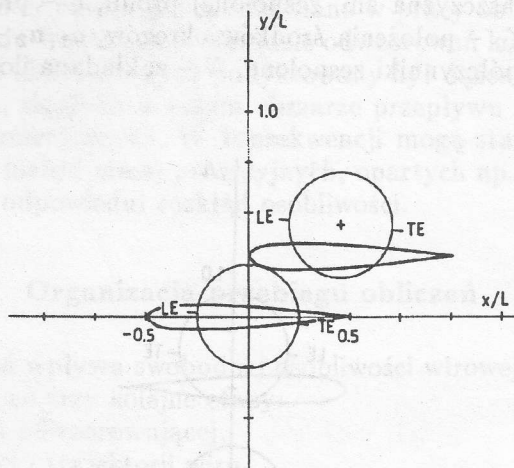


Rys.1a. Przykład odwzorowania pary okręgów na parę profili symetrycznych: przesunięcie profili : $dx = 0,0$; $dy = 0,5$; współrzędne środków okręgów $\zeta_1 = 0,000$; $\eta_1 = 0,000$; $\zeta_2 = 0,000$; $\eta_2 = 0,672$; kąty ϵ i σ [deg] odpowiadające krawędzi spływu i natarcia profilu : $\epsilon_1 = 3,894$; $\sigma_1 = 175,495$; $\epsilon_2 = -3,894$; $\sigma_2 = 184,505$

W celu uzyskania końcowej postaci funkcji 3.1, adekwatnej do zadanego kształtu i wzajemnego położenia profili, należy wyznaczyć wartości liczbowe występujących we wzorze parametrów $a_1, a_2, C_0, \zeta_1, \zeta_2, C_{1,n}, C_{2,n}$. Ilość wyrazów rozwinięcia N jest przyjmowana arbitralnie.

Program realizujący obliczenia tych parametrów stanowił zaadaptowaną do potrzeb pracy wersję programu opublikowanego w pracy [2].

Obliczenia zrealizowano dla jednego typu profili – symetrycznych profili Żukowskiego, o jednakowych wymiarach. Założono ponadto, iż cięciwy tych profili usytuowane są równolegle względem siebie, jak również względem kierunku przepływu w nieskończoności. Rezultaty prezentowane w pracy zostały uzyskane dla konfiguracji przedstawionej na rysunku 1a, opisanej przez wartości względnego przesunięcia odpowiadających sobie punktów profili: $dx = 0,0$; $dy = 0,5$. Powyższy wybór położenia profili stanowił konsekwencję jednego z celów obliczeń, jakim była konfrontacja z planowanym eksperymentem. Warto zaznaczyć, że omawiane programy umożliwiają obliczenia dla dowolnej konfiguracji profili. Przykładowe wyniki obliczeń odwzorowania dla $dx = 0,5$; $dy = 0,5$ przedstawiono na rys. 1b.



Rys. 1b. Przykład odwzorowania pary okręgów na parę profili symetrycznych: przesunięcie profili: $dx = 0,5$; $dy = 0,3$; współrzędne środków okręgów $\zeta_1 = 0,000$; $\eta_1 = 0,000$; $\zeta_2 = 0,449$; $\eta_2 = 0,448$; kąty ϵ i σ [deg] odpowiadające krawędzi spływu i natarcia profilu : $\epsilon_1 = -6,121$; $\sigma_1 = 175,451$; $\epsilon_2 = -5,246$; $\sigma_2 = 175,110$

Poniżej przedstawiono zestaw rezultatów – współczynników funkcji 3.1 dla przypadku względnego przesunięcia profili z rys. 1a (w obliczeniach przyjęto ilość wyrazów rozwinięcia $N = 10$) :

Okrąg nr 1 :

$xT = 0,5000$	$yT = 0,0000$	$xL = -0,5000$	$yL = -0,0000$
$d = 1,0000$	$del = 0,0000$	$eps = 0,0680$	$kappa = 3,0630$
$a = 0,2451$		$ksi = 0,0000$	$eta = 0,0000$

$mi_0 = -0,0197$	$ni_0 = -0,0862$
$mi_{1,1} = 0,2273$	$ni_{1,1} = -0,0005$
$mi_{1,2} = 0,0224$	$ni_{1,2} = 0,0098$
$mi_{1,3} = -0,0015$	$ni_{1,3} = 0,0022$
$mi_{1,4} = -0,0007$	$ni_{1,4} = -0,0010$
$mi_{1,5} = 0,0004$	$ni_{1,5} = -0,0003$
$mi_{1,6} = 0,0001$	$ni_{1,6} = 0,0001$
$mi_{1,7} = -0,0000$	$ni_{1,7} = 0,0000$
$mi_{1,8} = -0,0000$	$ni_{1,8} = -0,0000$
$mi_{1,9} = 0,0000$	$ni_{1,9} = -0,0000$
$mi_{1,10} = 0,0000$	$ni_{1,10} = 0,0000$

Okrąg nr 2 :

$xT = 0,5000$	$yT = 0,5000$	$xL = -0,5000$	$yL = 0,5000$
$d = 1,0000$	$del = 0,0000$	$eps = -0,0680$	$kappa = 3,2202$
$a = 0,2451$		$ksi = 0,0000$	$eta = 0,6725$

$mi_0 = -0,0197$	$ni_0 = -0,0862$
$mi_{1,2} = 0,0224$	$ni_{1,2} = -0,0098$
$mi_{1,3} = -0,0015$	$ni_{1,3} = -0,0022$
$mi_{1,4} = -0,0007$	$ni_{1,4} = 0,0010$
$mi_{1,5} = 0,0004$	$ni_{1,5} = 0,0003$
$mi_{1,6} = 0,0001$	$ni_{1,6} = -0,0001$
$mi_{1,7} = -0,0000$	$ni_{1,7} = -0,0000$
$mi_{1,8} = -0,0000$	$ni_{1,8} = 0,0000$
$mi_{1,9} = 0,0000$	$ni_{1,9} = 0,0000$
$mi_{1,10} = 0,0000$	$ni_{1,10} = -0,0000$

4. Ruch wiru

Zachowanie się wiru znajdującego się w chwilowym położeniu $\zeta_0 = \xi_0 + i\eta_0$ jest opisane przez funkcję prądu Routha $X(\xi_0, \eta_0)$ o następujących własnościach [3]:

- wzdłuż wybranego toru wiru $X = const$;
- wektor prędkości chwilowej wiru może być wyznaczony jako:

$$v_\xi(\xi_0, \eta_0) = -\frac{\partial X}{\partial \eta_0} \quad v_\eta(\xi_0, \eta_0) = -\frac{\partial X}{\partial \xi_0}. \quad (4.1)$$

Ponadto istnieje następująca zależność pomiędzy funkcją $X(\xi_0, \eta_0)$ w obszarze pomocniczym a funkcją $X_1(x_0, y_0)$ w obszarze przepływu [3]:

$$X_1(x_0, y_0) = X(\xi_0, \eta_0) + \frac{1}{2}\kappa \ln \left| \frac{d\zeta}{dz} \right|_{z_0}, \quad (4.2)$$

gdzie $\kappa = \Gamma/2\pi$ (Γ – cyrkulacja wiru).

Konstrukcja funkcji prądu Routha dla przypadku pojedynczego wiru w pobliżu dwóch okręgów polega, w ogólnym zarysie, na wyznaczaniu, naprzemiennie względem każdego z okręgów, kolejnych inwersji trzech charakterystycznych punktów, tj. chwilowego położenia wiru oraz obu środków okręgów. Dokładny przebieg

wyznaczania funkcji $X(\xi_0, \eta_0)$ dla omawianego przypadku został przedstawiony w pracy [10], gdzie podano jej ostateczną postać jako:

$$\begin{aligned}
 X(\xi_0, \eta_0) = & -U(\eta_0 \cos \alpha - \xi_0 \sin \alpha) + \\
 & + \sum_{j=1}^{\infty} \left[\frac{M_{j,1}[(\xi_0 - Cx_{j,1}) \sin \gamma - (\eta_0 - Cy_{j,1}) \cos \gamma]}{(\xi_0 - Cx_{j,1})^2 + (\eta_0 - Cy_{j,1})^2} + \right. \\
 & \left. + \frac{M_{j,2}[(\xi_0 - Cx_{j,2}) \sin \gamma - (\eta_0 - Cy_{j,2}) \cos \gamma]}{(\xi_0 - Cx_{j,2})^2 + (\eta_0 - Cy_{j,2})^2} \right] + \\
 & + \frac{1}{4} \kappa \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j-1} \left[\ln \frac{(\xi_0 - Cx_{j,1})^2 + (\eta_0 - Cy_{j,1})^2}{(\xi_0 - Ix_{j,1})^2 + (\eta_0 - Iy_{j,1})^2} + \right. \\
 & \left. + \ln \frac{(\xi_0 - Cx_{j,2})^2 + (\eta_0 - Cy_{j,2})^2}{(\xi_0 - Ix_{j,2})^2 + (\eta_0 - Iy_{j,2})^2} \right]. \quad (4.3)
 \end{aligned}$$

W zależności (4.3) symbole U i α oznaczają prędkość i kierunek strumienia napływającego. Oznaczenia Cx, Cy określają współrzędne dwóch ciągów punktów środkowych C , stanowiących kolejne inwersje środka jednego z okręgów względem drugiego, natomiast symbole M i γ wyrażają intensywności i kierunki osi dipoli umieszczonych w tych punktach. Intensywność każdego z dipoli jest określona przez zależność:

dla $j = 1$:

$$M_{1,1} = Ua_1^2 \quad M_{1,2} = Ua_2^2, \quad (4.4)$$

dla $j > 1$:

$$M_{j,1} = \frac{M_{(j-1),2}a_1^2}{|C_{(j-1),2} - C_{1,1}|} \quad M_{j,2} = \frac{M_{(j-1),1}a_2^2}{|C_{(j-1),1} - C_{1,2}|}. \quad (4.5)$$

Kierunki osi dipoli wyrażone są w sposób następujący:

$$\gamma = \begin{cases} \alpha & \text{dla } j = 1, 3, 5 \dots \\ \delta - \alpha & \text{dla } j = 2, 4, 6 \dots, \end{cases} \quad (4.6)$$

gdzie δ – kąt, jaki z osią Ox tworzy prosta przechodząca przez środki okręgów odwzorowywanych.

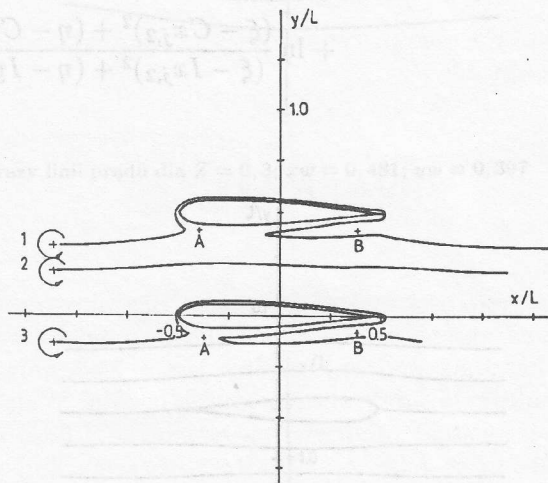
Symbole I_x, I_y w powyższych wzorach oznaczają współrzędne dwóch ciągów punktów będących kolejnymi inwersjami chwilowego położenia wiru ζ_0 względem każdego z okręgów.

Do obliczeń składowych wektora prędkości chwilowej ruchu wiru w płaszczyźnie pomocniczej wykorzystano zależności 4.1 i 4.2, otrzymując:

$$V_{\xi}(\xi_0, \eta_0) = -\frac{\partial X}{\partial \eta_0} - \kappa \frac{\frac{\partial}{\partial \eta_0} \left[\left| \frac{dz}{d\zeta} \right| \zeta_0 \right]}{2 \left| \frac{dz}{d\zeta} \right| \zeta_0}, \quad (4.7a)$$

$$V_{\eta}(\xi_0, \eta_0) = \frac{\partial X}{\partial \xi_0} + \kappa \frac{\frac{\partial}{\partial \xi_0} \left[\left| \frac{dz}{d\zeta} \right| \zeta_0 \right]}{2 \left| \frac{dz}{d\zeta} \right| \zeta_0}. \quad (4.7b)$$

Pierwszy składnik w obu wzorach wyznaczany był na drodze analitycznego różniczkowania zależności 4.3 względem odpowiednich zmiennych, natomiast drugi ze składników otrzymywano poprzez różniczkowanie numeryczne zależności 3.1. W oparciu o zależności 4.7 wyznaczono tor wiru – jako krzywą, łączącą chwilowe jego położenia na płaszczyźnie pomocniczej, którą następnie przenoszono na płaszczyznę przepływu. Przy wyznaczaniu toru w oparciu o zasadę $X = \text{const}$ wykorzystywano bezpośrednio zależność 4.2.



Rys. 2. Wybrane trajektorie wiru, $Z = \frac{\Gamma}{U l/2} = 0,3$. Położenie początkowe wiru:

$xw = -1,118$; $yw = 0,342$

$xw = -1,118$; $yw = 0,217$

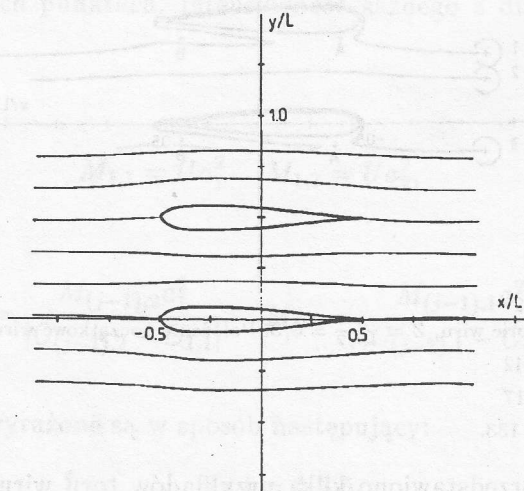
$xw = -1,118$; $yw = -0,133$.

Na rysunku 2 przedstawiono kilka przykładów toru wiru. Na rysunku oznaczone zostały przybliżone położenia punktów zerowej prędkości wiru (punkty A oraz B), znane z analiz przypadku zachowania się wiru w pobliżu jednego profilu [1], [6]. Wpływ umieszczenia drugiego profilu na ruch wiru uwiadamia się w pewnym jego przyspieszeniu i spłaszczeniu trajektorii, w przypadku gdy wir przepływa pomiędzy profilami oraz w pewnych zmianach położenia początkowego, jakie wir musi zająć, by znaleźć się na trajektorii o kształcie analogicznym do przypadku jednego profilu.

5. Obliczenia funkcji prądu

Do wyznaczenia chwilowych obrazów linii prądu, tj. linii, na których funkcja prądu $\psi = \text{const}$, wykorzystano następującą postać funkcji prądu ψ :

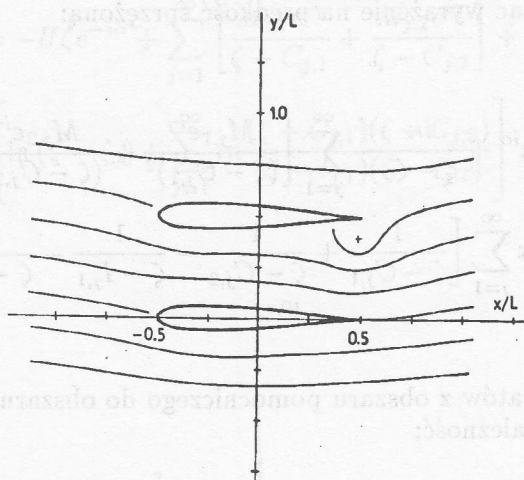
$$\begin{aligned} \psi(\xi, \eta) = & -U(\xi \cos \alpha - \eta \sin \alpha) + \frac{1}{2}\kappa \ln [(\xi - \xi_0)^2 + (\eta - \eta_0)^2] + \\ & + \sum_{j=1}^{\infty} \left[\frac{M_{j,1}[(\xi - Cx_{j,1}) \sin \gamma - (\eta - Cy_{j,1}) \cos \gamma]}{(\xi - Cx_{j,1})^2 + (\eta - Cy_{j,1})^2} + \right. \\ & + \left. \frac{M_{j,2}[(\xi - Cx_{j,2}) \sin \gamma - (\eta - Cy_{j,2}) \cos \gamma]}{(\xi - Cx_{j,2})^2 + (\eta - Cy_{j,2})^2} \right] + \\ & + \frac{1}{2}\kappa \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j-1} \left[\ln \frac{(\xi - Cx_{j,1})^2 + (\eta - Cy_{j,1})^2}{(\xi - Ix_{j,1})^2 + (\eta - Iy_{j,1})^2} + \right. \\ & + \left. \ln \frac{(\xi - Cx_{j,2})^2 + (\eta - Cy_{j,2})^2}{(\xi - Ix_{j,2})^2 + (\eta - Iy_{j,2})^2} \right]. \quad (5.1) \end{aligned}$$



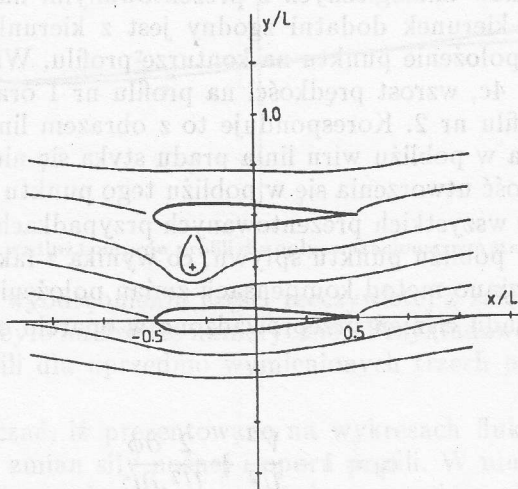
Rys. 3a. Chwilowe obrazy linii prądu dla opływu stacjonarnego strumieniem jednorodnym.

Trzy wybrane przypadki chwilowych obrazów krzywych $\psi = \text{const}$ na płaszczyźnie przepływu przedstawiono na rysunku 3. W przypadku b chwilowe położenie wiru zostało wybrane z trajektorii nr 1 na rysunku 2, natomiast położenie wiru w przypadku c pochodzi z trajektorii nr 3. Jako wzorec ułatwiający analizę przedstawiono również obraz linii prądu w przypadku stacjonarnego opływu

profilu strumieniem równoległym. Widoczna jest, zwłaszcza w przypadku profilu nr 2 na rysunku b, wyraźna zmiana położenia punktu spływu wywołana przez przemieszczający się wir.



Rys. 3b. Chwilowe obrazy linii prądu dla $Z = 0,3$; $xw = 0,481$; $yw = 0,397$



Rys. 3c. Chwilowe obrazy linii prądu dla $Z = 0,3$; $xw = -0,315$; $yw = 0,251$

6. Pole prędkości i ciśnień

Rozkład prędkości wzdłuż konturów profilu wyznaczany był w oparciu o obliczenia prędkości na płaszczyźnie pomocniczej. W celu wyznaczenia prędkości chwilowych wzdłuż konturów obu okręgów zróżniczkowano potencjał zespolony przepływu, uzyskując wyrażenie na prędkość sprzężoną:

$$\begin{aligned} \bar{V}(\zeta) = Ue^{i\alpha} + \frac{i\kappa}{\zeta - \zeta_0} - \sum_{j=1}^{\infty} \left[\frac{M_{j,1}e^{i\gamma}}{(\zeta - C_{j,1})^2} + \frac{M_{j,2}e^{i\gamma}}{(\zeta - C_{j,2})^2} \right] + \\ + i\kappa \sum_{j=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\zeta - C_{j,1}} + \frac{1}{\zeta - C_{j,2}} - \frac{1}{\zeta - I_{j,1}} - \frac{1}{\zeta - I_{j,2}} \right]. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Przeniesienia rezultatów z obszaru pomocniczego do obszaru fizycznego dokonywano w oparciu o zależność:

$$|V_1(z)| = |V(\zeta)| \left| \frac{dz}{d\zeta} \right|^{-1} \quad (6.2)$$

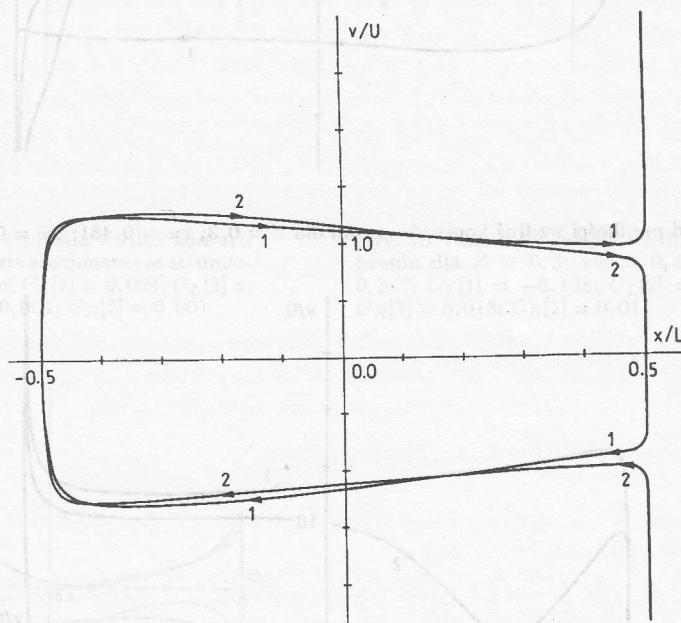
Przykłady rozkładów prędkości wzdłuż konturów obu okręgów przedstawiono na rys. 4, dla przypadków analogicznych z prezentowanymi na rys. 3. Zaznaczony dla każdej krzywej kierunek dodatni zgodny jest z kierunkiem kąta skierowanego określającego położenie punktu na konturze profilu. Widoczny jest, np. dla $x/l = -0,3$ na rys. 4c, wzrost prędkości na profilu nr 1 oraz spadek, praktycznie do zera, na profilu nr 2. Koresponduje to z obrazem linii prądu na rys. 3c, na którym widoczna w pobliżu wiru linia prądu styka się nieomal z profilem, co wskazuje na możliwość utworzenia się w pobliżu tego punktu dodatkowych punktów spiętrzenia. We wszystkich prezentowanych przypadkach rozkładu prędkości widoczny jest pik w pobliżu punktu splywu, co wynika z faktu iż w omawianym modelu nie przewidziano metod kompensacji zmian położenia punktu splywu.

Obliczenia rozkładu ciśnień przeprowadzono w oparciu o całkę Cauchy'ego i Lagrange'a :

$$c_p = 1 - \frac{V^2}{U^2} + \frac{2}{U^2} \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (6.3)$$

Drugi składnik powyższego równania obliczany był na podstawie zależności 6.1 oraz 6.2, natomiast składnik trzeci, wynikający z ruchu wiru, wyznaczany był przez różniczkowanie części rzeczywistej potencjału zespolonego przepływu, mającego postać:

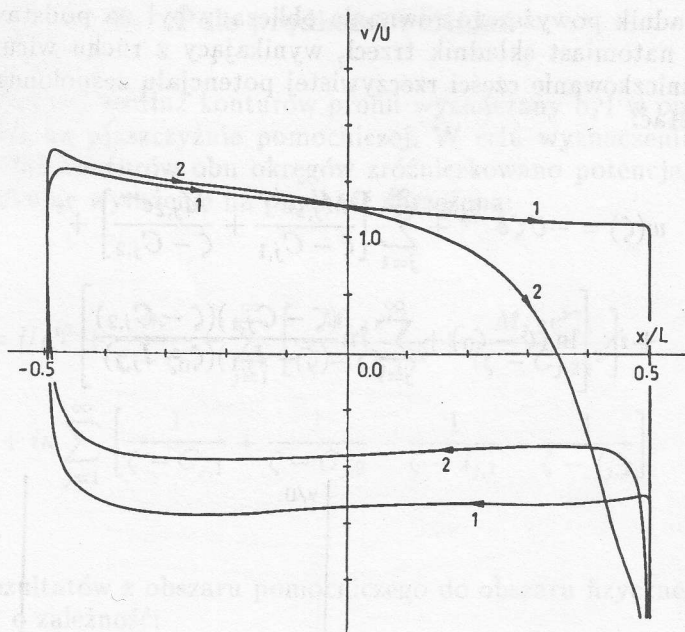
$$w(\zeta) = -U\zeta e^{-i\alpha} + \sum_{j=1}^{\infty} \left[\frac{M_{j,1} e^{i\gamma}}{\zeta - C_{j,1}} + \frac{M_{j,2} e^{i\gamma}}{\zeta - C_{j,2}} \right] + \\ + i\kappa \left[\ln(\zeta - \zeta_0) + \sum_{j=1}^{\infty} \ln \frac{(\zeta - C_{j,1})(\zeta - C_{j,2})}{(\zeta - I_{j,1})(\zeta - I_{j,2})} \right]. \quad (6.4)$$



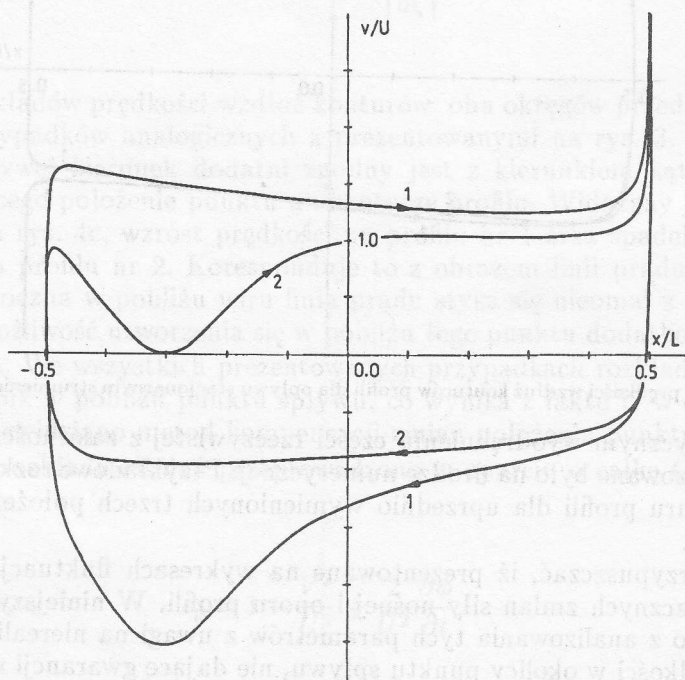
Rys. 4a. Rozkład prędkości wzdłuż konturów profilu dla opływu stacjonarnym strumieniem jednorodnym.

Po analitycznym wyodrębnieniu części rzeczywistej z zależności 6.4, różniczkowanie realizowane było na drodze numerycznej. Przykładowe rozkłady ciśnienia wzdłuż konturu profilu dla uprzednio wymienionych trzech położenia wiru przedstawia rys. 5.

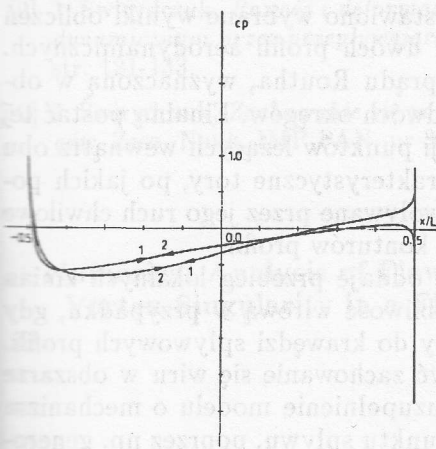
Można przypuszczać, iż prezentowane na wykresach fluktuacje ciśnienia są powodem znacznych zmian siły nośnej i oporu profilu. W niniejszym przypadku zrezygnowano z analizowania tych parametrów z uwagi na nierealistycznie duże wahania prędkości w okolicy punktu splotu, nie dające gwarancji realistyczności otrzymanych wyników całkowitych.



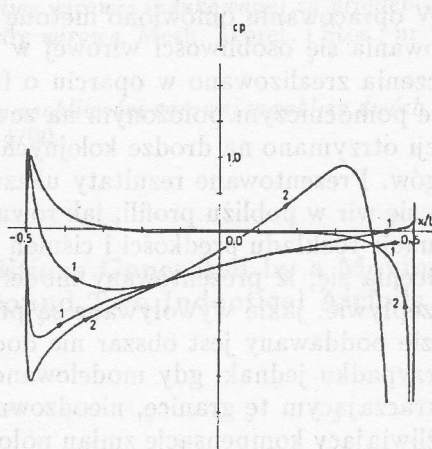
Rys. 4b. Rozkład prędkości wzdłuż konturów profilu dla $Z = 0,3$; $xw = 0,481$; $yw = 0,397$



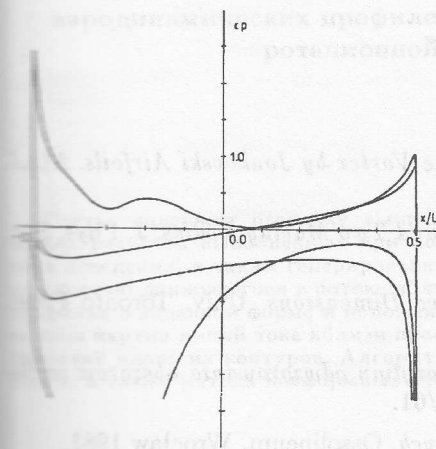
Rys. 4c. Rozkład prędkości wzdłuż konturów profilu dla $Z = 0,3$; $xw = -0,315$; $yw = 0,251$



Rys. 5a. Rozkład ciśnienia wzdłuż konturu profilu przy opływie stacjonarnym strumienia jednorodnym; $C_L[1] = 0,021$; $C_L[2] = -0,021$; $C_R[1] = 0,001$; $C_R[2] = 0,001$



Rys. 5b. Rozkład ciśnienia wzdłuż konturu profilu dla $Z = 0,3$; $xw = 0,481$; $yw = 0,397$; $C_L[1] = -0,138$; $C_L[2] = -1,474$; $C_R[1] = 0,015$; $C_R[2] = 0,011$



Rys. 5c. Rozkład ciśnienia wzdłuż konturu profilu dla $Z = 0,3$; $xw = -0,315$; $yw = -0,766$; $C_L[1] = -0,766$; $C_L[2] = -1,846$; $C_R[1] = -0,089$; $C_R[2] = 0,116$

7. Podsumowanie

W opracowaniu omówiono metodę i przedstawiono wybrane wyniki obliczeń zachowania się osobliwości wirowej w pobliżu dwóch profili aerodynamicznych. Obliczenia zrealizowano w oparciu o funkcję prądu Routha, wyznaczoną w obszarze pomocniczym położonym na zewnątrz dwóch okręgów. Finalną postać tej funkcji otrzymano na drodze kolejnych inwersji punktów leżących wewnątrz obu okręgów. Prezentowane rezultaty ukazują charakterystyczne tory, po jakich porusza się wir w pobliżu profili, jak również wywoływane przez jego ruch chwilowe fluktuacje rozkładu prędkości i ciśnień wzdłuż konturów profili.

Ocenia się, iż prezentowany model dobrze oddaje przebieg lokalnych zmian w przepływie, jakie wywoływane są przez osobliwość wirową w przypadku, gdy analizie poddawany jest obszar nie dochodzący do krawędzi spływowych profili. W przypadku jednak, gdy modelowane ma być zachowanie się wiru w obszarze przekraczającym tę granicę, nieodzowne jest uzupełnienie modelu o mechanizm umożliwiający kompensację zmian położenia punktu spływu, poprzez np. generowanie szeregu wirów śladowych lub jednoczesną zmianę cyrkulacji wzdłuż profili.

Niezależnie od powyższego, w oparciu o uzyskane rezultaty można stwierdzić, iż zaprezentowany sposób ujęcia zagadnienia jest teoretycznie możliwy do rozwinięcia na dalsze przypadki obejmujące zarówno większą liczbę osobliwości jak i profili aerodynamicznych. Ponadto, przedstawione wyniki mogą stanowić formę wyników testowych dla programów stosujących metodę rozkładu osobliwości do modelowania kształtów opływanych ciał.

Praca wpłynęła do Redakcji w listopadzie 1988 r.

Literatura

- [1] M. K. Huang, C. Y. Chow, *Trapping of a Free Vortex by Joukowski Airfoils*. AIAA J. vol. 14 (1976), str. 1006-1011.
- [2] M. Kawaguti, *The Flow of a Perfect Fluid around Two Moving Bodies*. J. Phys. Soc. Jap. vol 19, nr 8 (1964), str. 1409-1415.
- [3] C. C. Lin, *On the Motion of Vortices in Two Dimensions*. Univ. Toronto Press, 1943.
- [4] W. J. Prosnak, Z. Kosma, J. Szymański, *Algorytmy odwzorowania obszarów wielospójnych*. Zesz. Nauk. IMP PAN nr 116/1044/61.
- [5] W. J. Prosnak, *Teoria układu profilów lotniczych*. Ossolineum, Wrocław 1981.
- [6] P. G. Saffman, J. S. Sheffield, *Flow over a Wing with an attached free Vortex*. Stud. Appl. Math., 57 (1977), str. 107-117.
- [7] J. Świryczuk, *Behaviour of the vortex layer generated in the flow by an impulse change of circulation around a profile*. *Optical Methods in Dynamics of Fluids and Solids*. (Proceed. IUTAM Sym. Liblice 1984), Spring. Verl., Berlin, Heidelberg 1985, str. 241-247.

- [8] J. Świryczuk, *Badanie zachowania się warstwy wirowej generowanej za profilem przez przepływającą strukturę wirową*. Praca doktorska, IMP PAN, 1986.
- [9] J. Świryczuk, *Rozwój i deformacja warstwy wirowej indukowanej za profilem aerodynamicznym przez przepływającą strukturę wirową*. Mech. Teoret. i Stos., nr 1/88, str. 121-133.
- [10] J. Świryczuk, *Zachowanie się pojedynczej osobliwości wirowej w pobliżu dwóch okręgów*. Zesz. Nauk. IMP PAN, nr 310//1204/90.

Numerical Analysis of Flow Conditions Generated by a Moving Vortex Singularity in a Flow Around Two Identical Airfoils

Summary

A computational algorithm is presented and results of the computation of an unsteady flow around two identical airfoils of given shape and location, when a single vortex passes by them, are discussed. The computational codes allow for an assessment of instantaneous vortex velocities and trajectory as well as velocity fluctuations and pressure fields which are generated by the vortex in the vicinity of the airfoils. In particular, it is possible to create instantaneous images of streamlines near the airfoils and the velocity and pressure distribution around their countours. The computational code is based on Routh's stream function and the conformal mapping method.

Нумерический анализ изменений условий обтекания двух одинаковых аэродинамических профилей вызванных их перемещением вблизи ротационной достопримечательности

Резюме

Статья содержит оговорку вычислительного метода, а также результатов нумерических расчетов выполненных при помощи состава программ предназначенных для анализа поведения, а также генерированных эффектов одиночной ротационной достопримечательностью движущегося в потоке вблизи двух одинаково симметричных аэродинамических профилей о заданной форме и положении. Программы делают возможным вычисление временных картин линий тока вблизи профилей, а также временных распределений скорости и давлений вдоль их контуров. Алгоритм вычислений основан на конструкции функции тока Роута, а также метода конформных отображений.