

P O L S K A A K A D E M I A N A U K

INSTYTUT MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

**PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPŁYWOWYCH**

TRANSACTIONS

OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

93

WARSZAWA - POZNAŃ 1992

W Y D A W N I C T W O N A U K O W E P W N

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA – EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
[STEFAN PERYCZ] · WŁODZIMIERZ PROSNAK
KAZIMIERZ STELLER · ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY · CHAIRMAN)
JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY – EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER – REDAKTOR – EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA – EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszerza 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright
by Wydawnictwo Naukowe PWN Sp. z o.o.
Warszawa 1992

Printed in Poland

ISBN 83-01-10515-1
ISSN 0079-3205

WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN – ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 300+80 egz.	Oddano do składania 14 I 1991 r.
Ark. wyd. 17,5. Ark. druk. 15,625	Podpisano do druku 6 V 1992 r.
Pap. offset. kl. III, 70 g 70×100 cm.	Druk ukończono w lipcu 1992 r.
Nr zam. 158/187	

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

ANATOL JAWOREK, ANDRZEJ KRUPA

Gdańsk

Charakterystyki sondy do pomiaru ładunku cząstek naelektryzowanych aerozoli*

Przedstawiono analizę charakterystyk sondy cylindrycznej przeznaczonej do pomiaru ładunku niesionego przez naelektryzowane cząstki aerozolu. Wyprowadzono czasowe zależności sygnału generowanego na wejściu układu pomiarowego przez przepływające cząstki. Ustalono zależność amplitudy mierzonych sygnałów od parametrów konstrukcyjnych i elektrycznych sondy i obwodu wejściowego układu pomiarowego oraz podano optymalne parametry minimalizujące wrażliwość wyniku pomiaru na czynniki zakłócające oraz maksymalizujące czułość pomiarową.

1. Wstęp

Zastosowanie zjawisk elektrostatycznych w wielu gałęziach przemysłu, np. odpylanie elektrostatyczne, rozpylanie paliw lub farb, zabiegi agrochemiczne oraz występowanie zagrożeń elektrostatycznych (np. elektryzowanie się pyłu podczas transportu pneumatycznego), stwarza zapotrzebowanie na nowe metody pomiaru parametrów cząstek pyłu lub kropli cieczy unoszonych w gazie (np. prędkości lub wielkości cząstek, ładunku elektrycznego niesionego przez cząstki). Wśród wielu metod badania parametrów naelektryzowanych aerozoli największe perspektywy posiadają te, które umożliwiają uzyskanie informacji o badanym zjawisku bezpośrednio w warunkach rzeczywistych, bez potrzeby ekstrakcji próbki ze strumienia cząstek w celu umieszczenia jej w przyrządzie pomiarowym. Drugim warunkiem jaki musi spełniać metoda pomiarowa jest warunek uzyskiwania informacji w czasie rzeczywistym, a więc w czasie trwania samego procesu. Spełnienie tego drugiego warunku jest znacznie trudniejsze, zwłaszcza jeżeli chodzi o uzyskanie informacji o parametrach statystycznych (najczęściej o gęstości rozkładu lub dystrybucji) wielkości mogącej przyjmować różne wartości w badanym procesie.

Pomiary ładunków cząstek aerozoli muszą również spełniać te kryteria. Wszystkie metody fotograficznej rejestracji torów cząstek poruszających się w polu

* Praca wykonana w ramach Centralnego Planu Badań Podstawowych nr 02.18 – „Wybrane zagadnienia poznawcze energetyki”, kierunek 3 „Procesy konwersji energii w przepływach”.

elektrycznym [1-6] są czasochłonne i wymagają analizy znacznej ilości obrazów w celu uzyskania informacji o rozkładzie. Metody mikroskopowej analizy wielkości cząstek wylapywanych na szkiełka mikroskopowe w polu elektrycznym [7-9] są również obciążone tymi wadami.

Największą przydatność do badania cząstek naelektryzowanych aerozoli wykazują metody kontaktowe i indukcyjne. Sondy pomiarowe mogą być bowiem umieszczone bezpośrednio w strumieniu badanych cząstek. Metoda indukcyjna polega na pomiarze napięcia indukowanego na sondzie przez naelektryzowane cząstki [10-13]. Pomimo to, że metody indukcyjne są „bezstratne”, tzn. cząstki wprowadzone do sondy pomiarowej wracają ponownie do przepływu, to zasadniczą wadą metod indukcyjnych jest względnie mała rozdzielność sygnałów (w porównaniu z sondami kontaktowymi) i pewna zależność amplitudy sygnału od trajektorii cząstki i jej prędkości.

Pomiar metodą kontaktową polega na wylapywaniu pojedynczych cząstek na elektrodę pomiarową (kolektor) i pomiarze amplitudy wygenerowanego przez badaną cząstkę impulsu napięciowego [14-19]. Amplituda zarejestrowanego impulsu jest miarą ładunku niesionego przez cząstkę.

W Instytucie Maszyn Przepływowych PAN opracowana została sonda kontaktowa, przeznaczona do pomiaru ładunków naelektryzowanych aerozoli [16]. Sonda wykonana została w postaci współosiowego, cylindrycznego układu elektrod [17-18]. Zaproponowano również sondę w postaci współśrodkowego, kulistego układu elektrod [18]. Regularny kształt geometryczny sondy (cylindryczny lub kulisty) pozwala na ustalenie ścisłego matematycznego związku między amplitudą napięcia a mierzonym ładunkiem oraz na bezwzględny pomiar ładunku. Konstrukcja sondy zabezpiecza przed wpływem zakłóceń elektromagnetycznych i wolnych jonów na wynik pomiaru. Zostało również zmniejszone prawdopodobieństwo błędu koincydencji wynikające z pojawienia się wewnątrz sondy jednocześnie dwóch lub więcej cząstek.

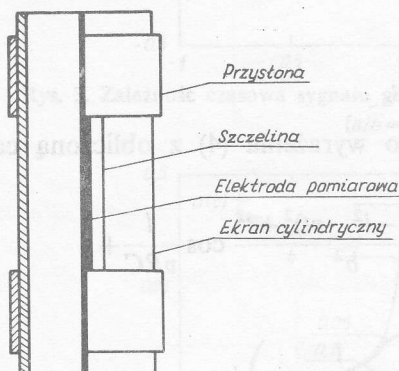
W opracowaniu wyprowadzono uogólnione wyrażenia na przebieg czasowy mierzonych sygnałów w zależności od parametrów konstrukcyjnych sondy i parametrów elektrycznych układu pomiarowego oraz od prędkości cząstek. Rezultaty te pozwoliły na określenie charakterystyk metrologicznych analizowanej metody pomiarowej oraz ograniczeń jej stosowalności.

Sonda przeznaczona jest do pomiaru ładunku pojedynczych naelektryzowanych cząstek aerozolu. Może być również wykorzystana do pomiaru wielkości cząstek, po uprzednim naniesieniu na cząstki ładunku elektrycznego.

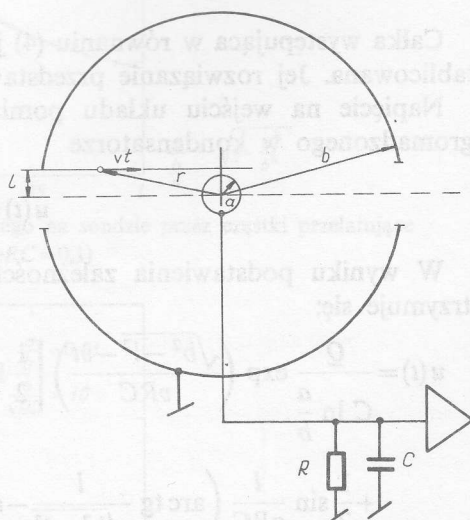
2. Sygnał pomiarowy sondy cylindrycznej

Sonda cylindryczna wykonana została z cienkiego drutu rozciągniętego w osi metalowego uziemionego cylindra (rys. 1). W ścianie cylindra wzdłuż płaszczyzny przechodzącej przez oś wykonane są dwa naprzeciwległe szczelinowe otwory. Długość szczelin regulowana jest za pomocą dwóch zewnętrznych pierścieni, co umożliwia ustalenie takiej ilości cząstek wpływających do wnętrza, aby nie wy-

stępowała koincydencja rejestrowanych impulsów. Oś sondy skierowana jest prostopadle do kierunku przepływu w ten sposób, by jedna ze szczelin znajdowała się od strony napływających cząstek. Każda cząstka wpływająca do wnętrza cylindra indukuje na wewnętrznej elektrodzie pomiarowej ładunek o znaku przeciwnym do znaku ładunku cząstki.



Rys. 1. Schematyczny przekrój podłużny sondy cylindrycznej



Rys. 2. Przekrój poprzeczny sondy cylindrycznej i schemat zastępczy obwodu wejściowego układu pomiarowego

Przy założeniu, że elektrody sondy tworzą nieskończenie długi kondensator cylindryczny oraz że cząstki aerozolu stanowią ładunki punktowe poruszające się ze stałą prędkością po liniach prostych w płaszczyźnie prostopadłej do osi cylindra, ładunek indukowany przez pojedynczą cząstkę na elektrodzie wewnętrznej wynosi:

$$q_i(t) = -Q \frac{\ln \left(\frac{b}{\sqrt{(\sqrt{b^2 - l^2} - vt)^2 + l^2}} \right)}{\ln \frac{b}{a}}, \quad (1)$$

przy czym: Q – ładunek cząstki, b – średnica wewnętrzna cylindra zewnętrznego, a – średnica zewnętrzna elektrody wewnętrznej, l – odległość toru cząstki od osi układu elektrod, v – prędkość cząstki, t – czas (rys. 2).

Wartość chwilowa ładunku q_c na pojemności C , opisana jest równaniem różniczkowym:

$$\frac{dq_c(t)}{dt} + \frac{q_c(t)}{RC} = \frac{dq_i(t)}{dt}. \quad (2)$$

Po podstawieniu wyrażenia (1) do równania (2) otrzymuje się:

$$\frac{dq_c(t)}{dt} + \frac{q_c(t)}{RC} = -\frac{Q}{\ln \frac{b}{a}} \frac{v(\sqrt{b^2 - l^2} - vt)}{(\sqrt{b^2 - l^2} - vt)^2 + l^2}. \quad (3)$$

Rozwiązanie ogólne równania (3) ma postać:

$$q_C(t) = -\frac{vQ}{\ln \frac{b}{a}} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \int_0^t \frac{(\sqrt{b^2 - l^2} - vt)}{(\sqrt{b^2 - l^2} - vt)^2 + l^2} \cdot \exp\left(\frac{t}{RC}\right) dt. \quad (4)$$

Całka występująca w równaniu (4) jest całką nieelementarną, która nie została stabilizowana. Jej rozwiązanie przedstawiono w Dodatku.

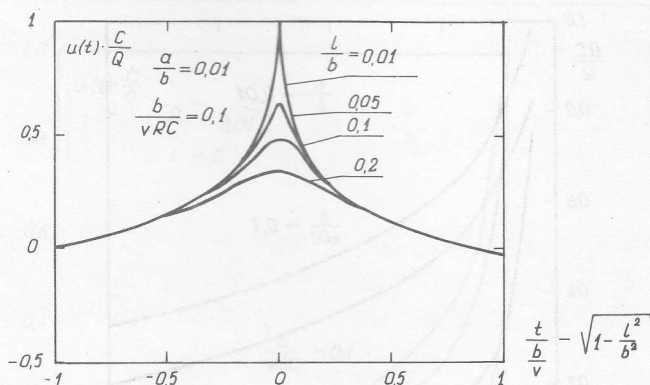
Napięcie na wejściu układu pomiarowego jest proporcjonalne do ładunku zgromadzonego w kondensatorze

$$u(t) = \frac{q_C(t)}{C}. \quad (5)$$

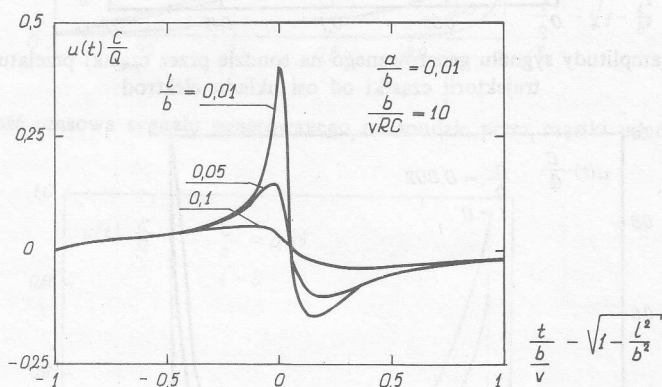
W wyniku podstawienia zależności (5) do wyrażenia (4) z obliczoną całką otrzymuje się:

$$\begin{aligned} u(t) = & \frac{Q}{C \ln \frac{a}{b}} \exp\left(\frac{\sqrt{b^2 - l^2} - vt}{vRC}\right) \left[\frac{1}{2} \ln \frac{(\sqrt{b^2 - l^2} - vt)^2 + l^2}{b^2} \cos \frac{l}{vRC} + \right. \\ & + \frac{1}{2} \sin \frac{l}{vRC} \left(\arctg \frac{l}{\sqrt{b^2 - l^2}} - \arctg \frac{l}{\sqrt{b^2 - l^2} - vt} \right) + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((\sqrt{b^2 - l^2} - vt)^2 + l^2)^{\frac{n}{2}}}{(vRC)^n n!} \cos \left(\frac{l}{vRC} + n \arctg \frac{l}{\sqrt{b^2 - l^2} - vt} \right) + \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b^n}{(vRC)^n n!} \cos \left(\frac{l}{vRC} + n \arctg \frac{l}{\sqrt{b^2 - l^2}} \right) \right]. \quad (6) \end{aligned}$$

Równanie (6) przedstawia czasową zależność wartości chwilowej sygnału generowanego na wejściu układu pomiarowego przez cząstkę aerozolu poruszającą się wewnątrz sondy. Przykładowe wykresy wartości chwilowych sygnałów pochodzących od cząstek, które nie trafiają w elektrodę pomiarową (kolektor), lecz przelatują obok niej przedstawiono na rysunkach 3 i 4. Napięcie odniesione jest do wielkości Q/C , tzn. do maksymalnego napięcia uzyskiwanego w przypadku gdy $R = \infty$. Zmienna niezależna jest bezwymiarową wielkością będącą stosunkiem czasu bieżącego odniesionego do całkowitego czasu b/v przelotu cząstki poruszającej się z prędkością v przez obszar sondy. Składnik $\sqrt{1 - (l/b)^2}$ przesuwają oś czasu w ten sposób, by cząstka znajdowała się w płaszczyźnie prostopadłej do toru cząstki i przechodzącej przez oś sondy w chwili $t=0$. Umożliwia to porównanie sygnałów pochodzących od cząstek o różnych torach ruchu. Amplituda (wartość maksymalna) sygnałów generowanych na wejściu układu pomiarowego (6) U jest silnie zależna od oddalenia trajektorii cząstki od osi układu elektrod (rys. 5). Cząstki przelatujące obok kolektora nie mogą więc dostarczać jednoznacznych informacji o ładunku przez nie niesionym. Wykresy wartości chwilowych sygnałów generowanych przez cząstki



Rys. 3. Zależność czasowa sygnału generowanego na sondzie przez cząstki przelatujące ($a/b=0,01$, $b/vRC=0,1$)



Rys. 4. Zależność czasowa sygnału generowanego na sondzie przez cząstki przelatujące ($a/b=0,01$, $b/vRC=10$)

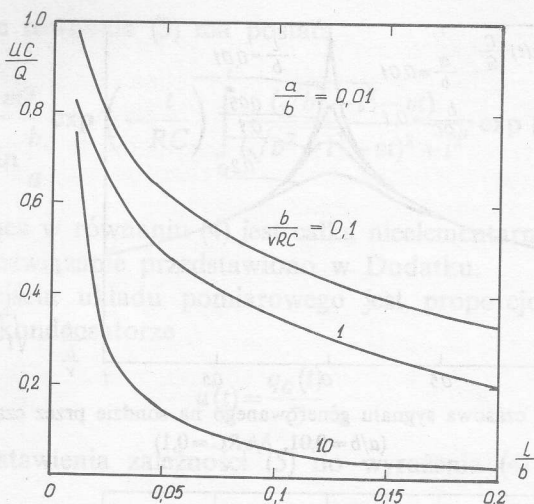
trafiające w elektrodę pomiarową przedstawiono na rysunkach 6-8 dla różnych stosunków średnic elektrody wewnętrznej i zewnętrznej a/b . Amplituda sygnałów przedstawionych na rysunkach 6-8 jest wartością napięcia na pojemności C w momencie zderzenia się cząstki z kolektorem.

Sygnał pomiarowy uzyskiwany z sondy jest również zależny od oddalenia toru cząstki od osi układu elektrod. Na rysunku 9 przedstawiono różnicę między amplitudą sygnału generowanego przez cząstki poruszające się w płaszczyźnie osi kolektora $l=0$ a amplitudą sygnału pochodzącego od cząstek uderzających w kolektor przy $l=a$ (płaszczyzna styczna do kolektora), odniesioną do amplitudy sygnału pochodzącego od cząstek uderzających w kolektor przy $l=0$:

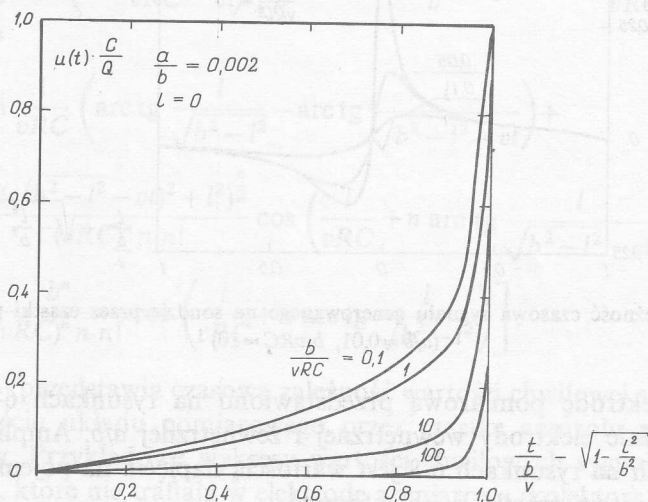
$$\delta = \frac{U(l=0) - U(l=a)}{U(l=0)}, \quad (7)$$

przy czym: U – amplituda sygnału generowanego na sondzie.

Jeśli średnica elektrody wewnętrznej jest mała w porównaniu ze średnicą cylindra ekranującego ($a/b \leq 0,01$) i dodatkowo jest spełniony warunek $b/vRC \leq 0,1$ to wpływ



Rys. 5. Zależność amplitudy sygnału generowanego na sondzie przez cząstki przelatujące od oddalenia trajektorii cząstki od osi układu elektrod

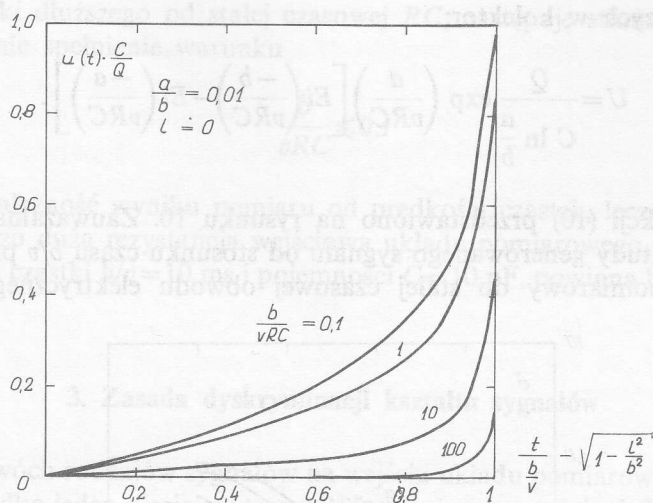
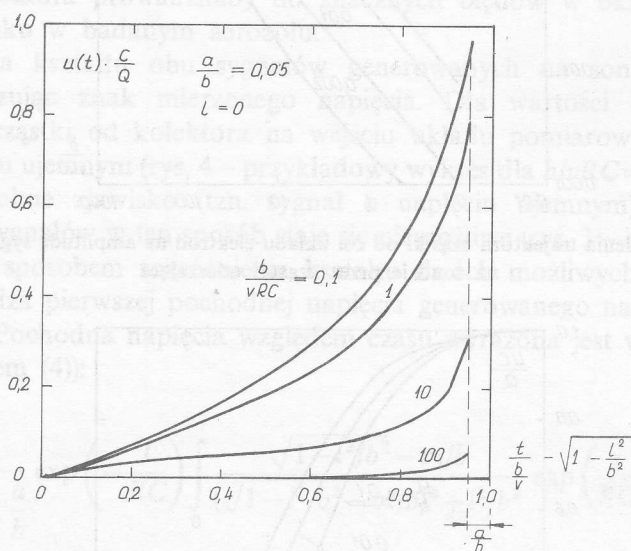


Rys. 6. Zależność czasowa sygnału generowanego na sondzie przez cząstki uderzające ($a/b=0,002$)

odległości toru cząstki od osi można pominąć (różnica między amplitudami sygnałów $\delta < 0,1\%$). Przez umieszczenie w równaniu (6) wartości $l=0$ (co można zrobić dla $a/b \leq 0,01$) otrzymuje się uproszczone wyrażenie opisujące sygnał generowany na wejściu układu pomiarowego:

$$u(t) = \frac{Q}{C \ln \frac{a}{b}} \exp\left(\frac{b-vt}{vRC}\right) \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{b-vt}{b}\right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(b-vt)^n - b^n}{(vRC)^n n!} \right]. \quad (8)$$

Wyrażenie w nawiasie kwadratowym jest różnicą funkcji wykładniczo-całkowym

Rys. 7. Zależność czasowa sygnału generowanego na sondzie przez cząstki uderzające ($a/b=0,01$)Rys. 8. Zależność czasowa sygnału generowanego na sondzie przez cząstki uderzające ($a/b=0,05$)

(por. Dodatek) i zależność (8) można przedstawić w postaci:

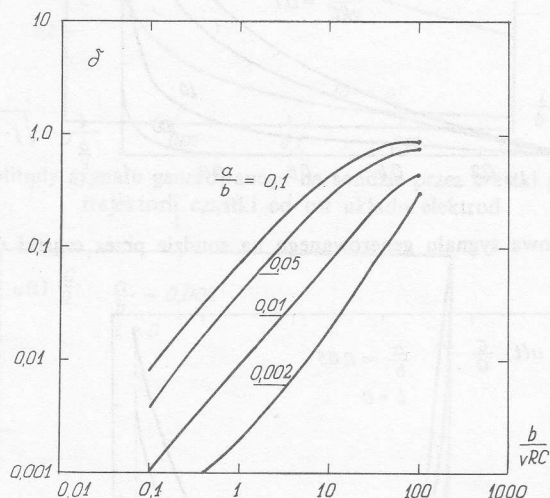
$$u(t) = \frac{Q}{C \ln \frac{a}{b}} \exp\left(\frac{b-vt}{vRC}\right) \left[Ei\left(\frac{-b}{vRC}\right) - Ei\left(\frac{vt-b}{vRC}\right) \right]. \quad (9)$$

W momencie zderzenia cząstki z kolektorem, czyli dla $vt=b-a$, z wyrażenia (9) otrzymuje się równanie opisujące amplitudę sygnałów pomiarowych dla przypadku

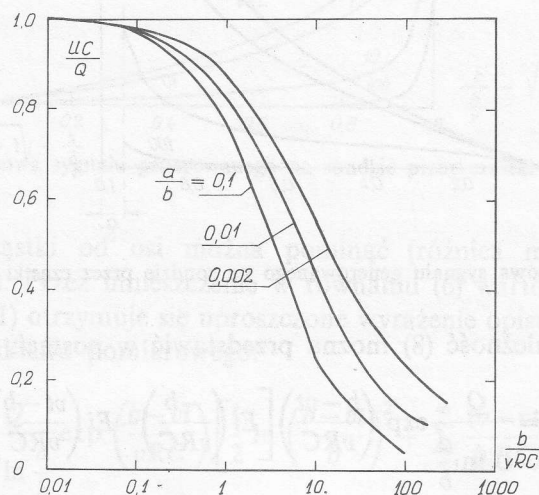
cząstek trafiających w kolektor:

$$U = \frac{Q}{C \ln \frac{a}{b}} \exp\left(\frac{a}{vRC}\right) \left[Ei\left(\frac{-b}{vRC}\right) - Ei\left(\frac{-a}{vRC}\right) \right]. \quad (10)$$

Wykres funkcji (10) przedstawiono na rysunku 10. Zauważalna jest znaczna zależność amplitudy generowanego sygnału od stosunku czasu b/v przelotu cząstki przez obszar pomiarowy do stałej czasowej obwodu elektrycznego. Dla czasu



Rys. 9. Wpływ oddalenia trajektorii cząstki od osi układu elektrod na amplitudę sygnału generowanego na sondzie przez cząstki uderzające



Rys. 10. Zależność amplitudy sygnału generowanego na sondzie przez cząstki uderzające od stosunku czasu przelotu b/v odniesionego do stałej czasowej obwodu elektrycznego RC

przelotu cząstki dłuższego od stałej czasowej RC , następuje stłumienie amplitudy sygnału. Jedynie spełnienie warunku

$$\frac{b}{vRC} \leq 0,1 \quad (11)$$

zapewnia niezależność wyniku pomiaru od prędkości cząstek, lecz wymagana jest wówczas bardzo duża rezystancja wejściowa układu pomiarowego, która, np. przy czasie przelotu cząstki $b/v = 10$ ms i pojemności $C = 10$ pF, powinna być nie mniejsza od $10 \text{ G}\Omega$.

3. Zasada dyskryminacji kształtu sygnałów

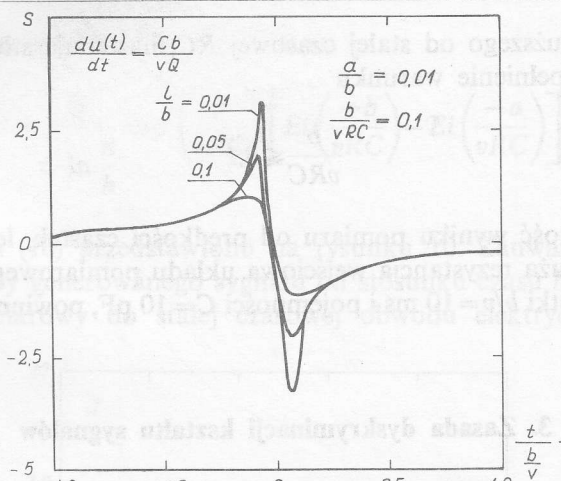
Istnienie dwóch rodzajów sygnałów na wejściu układu pomiarowego (por. rozdz. 2), z których tylko jeden niesie użyteczną informację o wartości wielkości mierzonej, wymaga rozróżnienia obu rodzajów sygnałów i eliminacji sygnałów zakłócających. Rejestracja przez układ pomiarowy sygnałów pochodzących od cząstek przelatujących obok kolektora prowadziłaby do znacznych błędów w określeniu gęstości rozkładu ładunku w badanym aerolu.

Rozróżnienia kształtu obu sygnałów generowanych na sondzie można by dokonać analizując znak mierzonego napięcia. Dla wartości $b/vRC > 1$, przy oddaleniu się cząstki od kolektora na wejściu układu pomiarowego pojawia się napięcie o znaku ujemnym (rys. 4 – przykładowy wykres dla $b/vRC = 10$). Jednak dla $b/vRC < 1$ podobne zjawisko (tzn. sygnał o napięciu ujemnym) nie występuje i rozróżnienie sygnałów w ten sposób staje się niemożliwe (rys. 3 – dla $b/vRC = 0,1$).

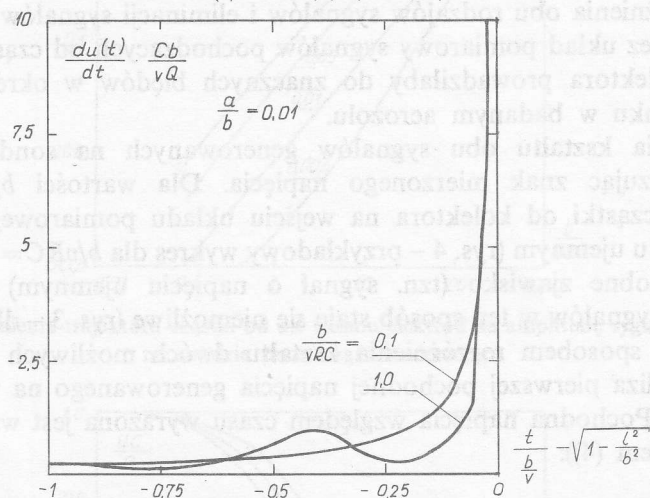
Dogodnym sposobem rozróżnienia kształtu dwóch możliwych rodzajów sygnałów jest analiza pierwszej pochodnej napięcia generowanego na wejściu układu pomiarowego. Pochodna napięcia względem czasu wyrażona jest wzorem (por. (5) z uwzględnieniem (4)):

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} = & \frac{-vQ}{RC^2b \ln \frac{a}{b}} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \int_0^t \frac{\sqrt{1-l^2/b^2} - v\tau/b}{(\sqrt{1-l^2/b^2} - v\tau/b)^2 + l^2/b^2} \exp\left(\frac{\tau}{RC}\right) d\tau + \\ & + \frac{vQ}{Cb \ln \frac{a}{b}} \frac{\sqrt{1-l^2/b^2} - vt/b}{(\sqrt{1-l^2/b^2} - vt/b)^2 + l^2/b^2} \end{aligned} \quad (12)$$

Wykresy pochodnej (12) napięcia indukowanego na sondzie przez cząstki przelatujące obok kolektora przedstawiono na rysunku 11, a od cząstek uderzających na rysunku 12. Wartość chwilowa napięcia znormalizowana została względem czynnika Qv/Cb . Jako wymiar charakterystyczny przyjęto średnicę cylindra zewnętrznego b . Dla cząstek nie trafiających w kolektor i oddalających się



Rys. 11. Pochodne napięcia generowanego na sondzie przez cząstki przelatujące ($b/vRC=0,1$, $a/b=0,01$)



Rys. 12. Pochodne napięcia generowanego na sondzie przez cząstki uderzające

od niego, zanik napięcia na wejściu układu pomiarowego jest szybki i jego pochodna przyjmuje duże wartości ujemne. Uzyskany w ten sposób sygnał może dla układu pomiarowego stanowić informację o zachowaniu się cząstki w obszarze sondy [19-21].

4. Ograniczenia metody

Pierwsze ograniczenie metody pomiarowej wynika z błędu koincydencji jaki może powstać, gdy dwie cząstki znajdują się jednocześnie w obszarze pomiarowym sondy. Dopuszczalną gęstość strumienia cząstek określa relacja

$$n_c = \frac{v}{2bds}, \quad (13)$$

przy czym s , d – szerokość i długość szczeliny przez którą wpadają badane cząstki. Przykładowo, dla $s=2$ mm, $d=50$ mm i $2b=10$ mm, przy prędkości 1m/s, otrzymuje się wartość $n_c=10^6/\text{m}^2\text{s}$.

Drugie ograniczenie wynika ze stałej czasowej RC obwodu wejściowego układu pomiarowego. Przyjmując za czas, po którym może być mierzony ładunek następnej cząstki, pięciokrotną wartość stałej czasowej RC otrzymuje się graniczną gęstość strumienia cząstek

$$n_t = \frac{1}{5RC ds} \quad (14)$$

Kryterium to odnosi się zarówno do cząstek uderzających jak i przelatujących. Przykładowo, dla $RC=10^{-4}\text{s}$, $d=50$ mm i $s=2$ mm, otrzymuje się wartość $n_t=2 \cdot 10^7/\text{m}^2\text{s}$. W obu przypadkach dla uniknięcia błędu koincydencji należy przyjąć wartość koncentracji cząstek mniejszą od wynikającej z relacji (13) i (14).

Trzecie ograniczenie wynika z szumów cieplnych generowanych na rezystancji wejściowej R układu pomiarowego. Dla dużych rezystancji wymaganych ze względu na niezależność wyniku pomiaru od prędkości cząstek wzrasta poziom szumów (por. rozdz. 2). Wartość skuteczna napięcia szumów wynosi

$$\sqrt{u_{sz}^2} = \sqrt{4kTR\Delta f}, \quad (15)$$

a więc jest proporcjonalna do pierwiastka z rezystancji R i temperatury bezwzględnej T . Wpływ szumów na sygnał wyjściowy może być zmniejszony przez ograniczenie pasma częstotliwości przenoszonych przez wzmacniacz. Pasma to nie może być jednak dowolnie ograniczone, ze względu na możliwość stłumienia mierzonego sygnału. Z powodu generowanych szumów dolny zakres pomiarowy metody ograniczony jest do wartości 10^{-14}C .

5. Podsumowanie

Przedstawiono analizę charakterystyk przetwarzania sondy kontaktowej do pomiaru ładunku cząstek naelektryzowanych aerozoli. Analizę przeprowadzono na drodze teoretycznej. Przyjęty model obiektu pozwolił na ustalenie czasowych przebiegów sygnałów pomiarowych tzn. napięć generowanych przez przepływające cząstki na wejściu układu pomiarowego oraz ich związku z konstrukcyjnymi parametrami sondy i elektrycznymi parametrami obwodu wejściowego układu pomiarowego.

Określono parametry konstrukcyjne i elektryczne, przy których amplituda mierzonych sygnałów, dająca informację o wartości mierzonego ładunku, jest niezależna od trajektorii cząstki oraz od jej prędkości.

Ponieważ na wejściu układu pomiarowego mogą pojawić się oprócz sygnałów pochodzących od cząstek uderzających w kolektor również sygnały od cząstek przelatujących obok kolektora, przeprowadzono analizę kształtu obu sygnałów i ich pierwszych pochodnych. Na tej podstawie zaproponowano sposób dyskryminacji

kształtu sygnału, który może być dokonywany równolegle z dyskryminacją amplitudy. Wskazano również na ograniczenia metrologiczne omawianej metody pomiarowej.

Uzyskane rezultaty można podsumować w postaci następujących wniosków:

1. Wynik pomiaru niezależny od prędkości cząstek otrzymuje się jeśli spełniony jest warunek $b/vRC \leq 0,1$.

2. Błąd wyniku pomiaru ładunku cząstek padających na kolektor w zależności od oddalenia trajektorii cząstki od osi układu elektrod jest mniejszy od 0,1% dla stosunku średnic elektrod $a/b \leq 0,01$ (przy $b/vRC \leq 0,1$).

3. Cząstki przelatujące obok elektrody pomiarowej nie dają użytecznej informacji o wielkości ładunku, ponieważ amplituda indukowanego sygnału jest zależna od oddalenia toru cząstki od elektrody.

4. Analiza znaku pierwszej pochodnej sygnałów generowanych na sondzie umożliwia rozróżnienie sygnałów pochodzących od cząstek przelatujących obok kolektora od cząstek uderzających w kolektor.

Dodatek

Przedstawimy sposób obliczania całki

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{b^2 - l^2 - v\tau}}{(\sqrt{b^2 - l^2 - v\tau})^2 + l^2} \exp\left(\frac{v\tau}{vRC}\right) d(v\tau). \quad (D.1)$$

Przez dokonanie podstawień

$$x = \sqrt{b^2 - l^2 - v\tau}, \quad d(v\tau) = -dx, \quad (D.2)$$

otrzymuje się postać

$$I = -\exp\left(\frac{\sqrt{b^2 - l^2}}{vRC}\right) \int_0^{\sqrt{b^2 - l^2 - x}} \frac{\exp\left(\frac{-x}{vRC}\right)}{x^2 + l^2} x dx. \quad (D.3)$$

Całki tej nie można obliczyć bezpośrednio w dziedzinie liczb rzeczywistych, dlatego przez rozłożenie mianownika sprowadzono wyrażenie podcałkowe do dziedziny liczb zespolonych. Otrzymuje się wówczas sumę dwóch całek:

$$I = \frac{1}{2j} \exp\left(\frac{\sqrt{b^2 - l^2}}{vRC}\right) \left[\int_0^{\sqrt{b^2 - l^2 - x}} \frac{\exp\left(\frac{-x}{vRC}\right)}{jx - l} dx + \int_0^{\sqrt{b^2 - l^2 - x}} \frac{\exp\left(\frac{-x}{vRC}\right)}{jx + l} dx \right], \quad (D.4)$$

z których każda jest różnicą funkcji wykładniczo-całkowych o postaci definicyjnej

$$Ei(z) = \int_{-\infty}^z \frac{\exp t}{t} dt. \quad (D.5)$$

Uwzględniając zależność (D.5) i dokonując podstawienia odwrotnego względem (D.2) wyrażenie (D.4) sprowadza się do postaci

$$I = \frac{1}{2} \exp \frac{\sqrt{b^2 - l^2}}{vRC} \left(\exp \left(\frac{jl}{vRC} \right) \left[Ei \left(\frac{-\sqrt{b^2 - l^2} - vt - jl}{vRC} \right) - Ei \left(\frac{-\sqrt{b^2 - l^2} - jl}{vRC} \right) \right] + \right. \\ \left. + \exp \left(\frac{-jl}{vRC} \right) \left[Ei \left(\frac{-\sqrt{b^2 - l^2} - vt + jl}{vRC} \right) - Ei \left(\frac{-\sqrt{b^2 - l^2} + jl}{vRC} \right) \right] \right). \quad (D.6)$$

Należy następnie przejść z rozwiązaniem (D.6) z dziedziny zespolonej do dziedziny rzeczywistej. W tym celu korzysta się z rozwinięcia funkcji Ei w szereg potęgowy:

$$Ei(z) = k + \frac{1}{2} \ln(z)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n \cdot n!} \quad (D.7)$$

oraz przekształceń argumentów funkcji Ei z postaci algebraicznej do postaci wykładniczej

$$\sqrt{b^2 - l^2} - vt \pm jl = \sqrt{(\sqrt{b^2 - l^2} - vt)^2 \exp(\pm j\varphi)}, \quad (D.8)$$

$$\varphi = \arctg \frac{l}{\sqrt{b^2 - l^2} - vt}.$$

Dokonując przekształceń (D.7) i (D.8) otrzymuje się ostatecznie wyrażenie:

$$I = \frac{1}{2} \exp \frac{\sqrt{b^2 - l^2}}{vRC} \left[\ln \frac{(\sqrt{b^2 - l^2} - vt)^2 + l^2}{b^2} \cos \frac{l}{vRC} + \right. \\ \left. + \sin \frac{l}{vRC} \left(\arctg \frac{l}{\sqrt{b^2 - l^2}} - \arctg \frac{l}{\sqrt{b^2 - l^2} - vt} \right) + \right. \\ \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{b^2 - l^2} - vt)^2 + l^2)^{n/2}}{(vRC)^n n!} \cos \left(\frac{l}{vRC} + n \cdot \arctg \frac{l}{\sqrt{b^2 - l^2} - vt} \right) + \right. \\ \left. - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b^n}{(vRC)^n n!} \cos \left(\frac{l}{vRC} + n \cdot \arctg \frac{l}{\sqrt{b^2 - l^2}} \right) \right] \quad (D.9)$$

Praca wpłynęła do Redakcji w listopadzie 1987 r.

Literatura

- [1] Wells P. V., Gerke R. H., *An Oscillation Method for Measuring the Size of Ultramicroscopic Particles*. J. Am. Chem. Soc. vol. 41, 1919, pp. 312-329.
- [2] Mirgel K. H., *Elektrostatistische Aufladung von Stäuben*. VDI Berichte Nr 19, 1957, s. 49-57.
- [3] Kihlstedt P. G., *Distribution of Electrical Charges in Mineral Dust*. Partikelmessetechnik. Symp., Nürnberg 1975, Verlag Chemie, Weinheim 1976.
- [4] Kunkel W. B., Hansen J. W., *A Dust Electricity Analyzer*. Rev. Sci. Instrum. vol. 21, 1950, No. 4, pp. 308-314.

- [5] Loeb L. B., *Static Electrification*. Springer-Verlag 1958.
- [6] Yoshida N., Inshimaru R., Adachi I., *Charge of Water Drops Dropping in Nonuniform Electric Field*. 2nd Int. Conf. Electrostatic Precipitation. Nov. 12-15, 1984, Kyoto, Japan.
- [7] Rohmann H. *Methode zur Messung der Grösse von Schwebeteilchen*. Z. Phys. Nr. 17, 1923, No 4/5, s. 253-265.
- [8] Gillespie T., Langstroth G. O., *An Instrument for Determining the Electric Charge Distribution in Aerosols*. Can. J. Chem. vol. 30, 1952, pp. 1056-68.
- [9] Megaw W. J., Wells A. C., *A High Resolution Charge and Mobility Spectrometer for Radioactive Submicrometer Aerosols*. J. Sci. Instrum. Vol. 2, 1969, pp. 1013-16.
- [10] Hendrics C. D., Yeung K. F., *Technique of Single Particle Charge Measurement*. IEEE Trans. Ind. Appl. Vol. 12, 1976, No 1, pp. 56-63.
- [11] Gajewski J., *Indukcyjna bezkontaktowa metoda pomiaru ładunku elektrycznego podczas przepływu naelektryzowanych cząstek*. Wiad. Elektrotech. z. 52, 1984, nr 11-12, s. 249-251.
- [12] Gajewski J. B., Szaynok A., *Charge Measurement of Dust Particles in Motion*. J. Electrostat. Vol. 10, 1981, pp. 229-234.
- [13] Gajewski J. B.: *Mathematical Model of Non-Contact Measurements of Charge While Moving*. J. Electrostat. Vol. 15, 1984, pp. 81-92.
- [14] Geist J. M., York J. L., Brown G. G., *Electronic Spray Analyzer for Electrically Conducting Particles*. Ind. Eng. Chem. Vol. 43, 1951, No 6, pp. 1371-1377.
- [15] Gucker F. T., O'Konski L. T. *Electronic Methods of Counting Aerosol Particles*. Chem Rev. Vol. 44, 1949, pp. 373-388.
- [16] Jaworek A., Krupa A., *Sonda do pomiaru ładunku cząstek aerozoli i pyłów*. Patent P-149807.
- [17] Jaworek A., Krupa A., *Sonda do pomiaru rozkładu ładunku cząstek aerozoli*. 3 Konf. Elektrostatyki, Kraków 19-21 września 1985.
- [18] Jaworek A., Krupa A., *Messmethode zur Messung der Ladung von Staub-oder Aerosolteilchen*. Konf. Statische Elektrizität, Tabor, 20-22 Mai 1986, Czechosłowacja.
- [19] Jaworek A., Krupa A., *Metoda i układ do pomiaru rozkładu ładunku cząstek aerozoli w przepływie*. Konf. Metrologia'86, Warszawa 11-13 czerwca 1986.
- [20] Jaworek A., Krupa A., *Układ dyskryminatora amplitudy zwłaszcza do sond kontaktowych do pomiaru ładunku*. Patent P-147516.
- [21] Krupa A., Jaworek A., *Dyskryminator amplitudy do współpracy z sondami kontaktowymi do pomiaru ładunku cząstek aerozoli*. VII Kraj, Konf. Metrologii, Wrocław 9-11 września 1986.

Characteristics of a Probe for Charge Measurements of Electrified Aerosol Particles

Summary

Characteristics of a cylindrical probe are analyzed. The probe is designed for measuring charges carried by electrified aerosol particles. It has the form of a co-axial, cylindrical system of electrodes. Slot holes placed in the external electrode enable the measured particles to flow in and to be caught by the inner electrode. Generalized expressions for the measured signals course depending on the structural parameters of the probe and electric parameters of the measuring system are derived. Parameters at which signal amplitude is independent of the particle path, velocity and concentration are determined. For $b/vRC < 0.1$ (where: b – outer electrode radius, v – particle velocity, RC – time constant of measuring system) the result of measurements is independent of particle velocity. If condition $a/b < 0.01$ is fulfilled (where a – inner electrode radius), the signal amplitude is independent of the distance between the caught particle path and the probe axis. The probe structure allows to decrease the influence of electromagnetic disturbance and free ions on measurement results and limits the coincidence error probability. The minimum measurable particle charge is 10^{-14} C.

Характеристики зонда для измерений заряда наэлектризованных частиц

Резюме

Представлен анализ характеристик цилиндрического зонда предназначенного для измерений заряда несённого наэлектризованными частицами аэрозоля. Зонд произведён в виде соосной, цилиндрической системы электродов. Во внешнем электроде находятся щелевые отверстия, через которые входят измеряемые частицы и затем улавливаемые измерительным электродом. В работе выведены обобщённые выражения на изменения по времени измеряемых сигналов в зависимости от конструкционных параметров зонда и электрических параметров измерительной системы. Определены параметры, при которых амплитуда сигнала независима от траектории, скорости и концентрации частиц. Для $b/vRC < 0,1$ (причём: b – радиус внешнего электрода, v – скорость частицы, RC – временная постоянная измерительной системы) результат измерения не зависит от скорости частиц. В случае соблюдения условия $a/b < 0,01$ (a – радиус внутреннего электрода) амплитуда сигнала не зависит от расстояния траектории улавливаемой частицы от оси зонда. Конструкция зонда способствует уменьшению влияния электромагнитных возмущений и свободных ионов на результат измерения, а также ограничивает вероятность ошибки коинциденции. Минимальный измеримый заряд частицы определяется величиной 10^{-14} кулomba.

Wykaz symboli

A	– obrot prędkości poruszającego	K	– moment ładunku
b	– wektor obrotów masowych	L	– wektor momentu dipolowego
C	– czas własności sprzężenia zasilania	M	– masa
D	– macierz dyfrakcji ($i=0, 1, 2$)	N	– kierunek rozpręskania
E	– masa uwzględniana dla dyfrakcji układu	O	– wektor położenia punktu pomiarowego w układzie
F	– wektory układu współrzędnych łopatk	P	– kierunek ułożenia łopatek
G	– wektor obrotów masowych	Q	– wektor położenia punktu pomiarowego w układzie
H	– energia sprężyny układu	R	– masa układu wiązki
I	– wektor uogólnionych obrotów	S	– masa obrotów układu
J	– wektor uogólnionych przekrojonych obrotów	T	– wektor położenia punktu pomiarowego w układzie
K	– wektory układu współrzędnych wiązek	U	– masa układu współrzędnych łopatek
L	– macierz dyfrakcji ($i=0, 1, 2$)	V	– wektor położenia punktu pomiarowego w układzie
M	– energia kinetyczna układu	W	– masa obrotów układu
N	– kierunek rozpręskania (podziałki wiązek)	X	– wektor położenia punktu pomiarowego w układzie
O	– masa uwzględniana dla dyfrakcji układu	Y	– masa układu współrzędnych wiązek
P	– wektory układu współrzędnych łopatk	Z	– masa układu współrzędnych wiązek
Q	– wektor obrotów masowych	α	– masa układu współrzędnych wiązek
R	– energia sprężyny układu	β	– masa układu współrzędnych wiązek
S	– masa obrotów układu	γ	– masa układu współrzędnych wiązek
T	– wektor położenia punktu pomiarowego w układzie	δ	– masa układu współrzędnych wiązek
U	– masa układu wiązki	ε	– masa układu współrzędnych wiązek
V	– wektor położenia punktu pomiarowego w układzie	ζ	– masa układu współrzędnych wiązek
W	– masa obrotów układu	η	– masa układu współrzędnych wiązek
X	– wektor położenia punktu pomiarowego w układzie	θ	– masa układu współrzędnych wiązek
Y	– masa układu współrzędnych wiązek	ι	– masa układu współrzędnych wiązek
Z	– masa układu współrzędnych wiązek	κ	– masa układu współrzędnych wiązek

* Praca wykonana w ramach Centralnego Planu Badawczego 01.01 – „Podstawy mechaniki materiałów (teoria, konstrukcja i procesy technologiczne)”, temat 1.15 – „Stal i drganie elementów konstrukcyjnych technosprężyn energetycznych”.