

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

87

WARSZAWA - POZNAŃ 1984

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with/special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA - EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK · KAZIMIERZ STELLER
ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY - CHAIRMAN) · JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1984

Printed in Poland

ISBN 83-01-05677-0

ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 300 + 90 egz.	Oddano do składania 30 XI 1983 r.
Ark. wyd. 10,25. druk. 9,5	Podpisano do druku 3 IX 1984 r.
Pap. druk. sat. kl. V, 70 g, 70×100	Druk ukończono we wrześniu 1984 r.
Cena zł 120,-. A-12/542.	Zamówienie nr 160/36.

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

ANATOL JAWOREK

Gdańsk

Optymalizacja elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego według kryteriów dokładnościowych*

W opracowaniu poszukuje się takich wymiarów geometrycznych elementów składowych elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego, które minimalizują wartość dodatkowego błędu przetwarzania.

1. Sformułowanie zagadnienia optymalizacji

Optymalizacja jest postępowaniem mającym na celu znalezienie rozwiązania najlepszego z punktu widzenia przyjętego kryterium optymalizacji (funkcji celu) z uwzględnieniem nałożonych ograniczeń. Kryterium optymalizacji formułowane jest w postaci zależności funkcyjnej odwzorowującej parametry podlegające wyborowi — zmienne decyzyjne $q_1 \dots q_n$ — w zbiór wartości oceny optymalizowanego systemu

$$Q = Q(q_1 \dots q_n). \quad (1)$$

Optymalizacja polega na znalezieniu wartości parametrów $q_1 \dots q_n$ odpowiadających ekstremum globalnemu funkcji Q lub ekstremum lokalnemu w obszarze określonym nierównościami funkcyjnymi

$$g_i(q_1 \dots q_n) \geq \alpha_i, \quad (2)$$

albo supremum (infimum) na granicy obszaru (2).

Dla danego systemu można sformułować wiele różnych kryteriów optymalizacji, uzyskując w wyniku różne zbiory wartości $q_1 \dots q_n$.

Optymalizacja konstrukcyjna przetwornika pomiarowego może być przeprowadzana na podstawie trzech zasadniczych kryteriów:

- maksymalizacji czułości pomiarowej, czyli stosunku przyrostów wielkości wyjściowej przetwornika do wielkości mierzonej;
- maksymalizacji (albo minimalizacji) uogólnionej impedancji wejściowej (w przypadku pomiaru wielkości statycznych — uogólnionej rezystancji), tzn. stosunku uogólnionej siły do uogólnionej przesunięcia;

* Praca wykonana w ramach problemu międzyresortowego MR. I. 26 pt.: „Podstawy projektowania maszyn i urządzeń energetycznych”, grupa tematyczna 10.

– minimalizacji czułości na wielkości wpływające (jest to cała grupa tzw. kryteriów dokładnościowych).

W ogólnym przypadku wszystkie trzy kryteria mogą prowadzić do wzajemnie sprzecznych rozwiązań. Na przykład wzrost czułości może prowadzić do jednoczesnego wzrostu uogólnionej rezystancji (impedancji) wejściowej czy nawet czułości na wielkości wpływające. O wyborze ważności poszczególnych kryteriów będzie decydowało przeznaczenie i warunki eksploatacji przetwornika, zakres zmienności wielkości mierzonej, wymagany poziom sygnału wyjściowego, dopuszczalna wartość błędu pomiarowego, dopuszczalne oddziaływanie przetwornika na wielkość mierzoną itp.

Ponadto, względy konstrukcyjne lub eksploatacyjne mogą zawęzić dopuszczalny zakres zmienności parametrów konstrukcyjnych lub stanowić dodatkowe kryteria optymalizacji, np. minimalizacja mocy pobieranej przez przetwornik parametryczny, dopuszczalny błąd nieliniowości lub bezwładność przetwornika.

Optymalizację elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego przeprowadzono przyjmując jako kryteria minimalizację czułości na wielkości wpływające oraz minimalizację uogólnionej rezystancji wejściowej (pomiaru w stanie ustalonym). Kryteria te decydują o dokładności przetwarzania wielkości mierzonej (o wartości błędu przetwarzania). Pominęto natomiast maksymalizację czułości pomiarowej, gdyż jej wartość jest dostatecznie duża w standardowym wykonaniu przetwornika.

2. Konstrukcja i charakterystyki statyczne elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego

Elektromagnetyczny przepływomierz pływakowy [1] jest przetwornikiem transformatorowym z ruchomym rdzeniem, służącym do pomiaru natężenia przepływu gazu lub cieczy. Ruchomy rdzeń ferromagnetyczny (pływak) jest swobodnie zawieszony w polu magnetycznym cewki pierwotnej (magnesującej) nawiniętej koncentrycznie na przewodzie niemagnetycznym, przez który przepływa czynnik (por. rys. 1 w pracy [2]).

Przewód pomiarowy o kalibrowanej średnicy usytuowany jest pionowo. W górnej części pływaka umieszczony jest kołpak zamknięty lub z wykonanym kalibrowanym otworem o średnicy zależnej od mierzonego natężenia przepływu. Cewka pierwotna, zasilana prądem zmiennym, powinna dawać siłę magnetyczną niezbędną dla utrzymania rdzenia w stanie zawieszenia. W cewce wtórnej (pomiarowej) umieszczonej koncentrycznie na przewodzie, indukuje się siła elektromotoryczna indukcji wzajemnej zależna m. in. od położenia ruchomego rdzenia (pływaka). Położenie rdzenia w stanie ustalonym przepływu określone jest przez równowagę siły magnetycznej F_m (będącej funkcją położenia rdzenia), siły naporu hydrodynamicznego F_h (zależnej od natężenia przepływu czynnika), siły wyporu hydrostatycznego F_w i siły grawitacji F_g działającej na rdzeń

$$F_m + F_h + F_w + F_g = 0. \quad (3)$$

Pod wpływem zmian natężenia przepływu czynnika zmienia się wartość działającej na pływak siły hydrodynamicznej, powodując przemieszczenie rdzenia do nowego położenia równowagi. Wielkością wyjściową w przetworniku jest siła elektromotoryczna indukcji wzajemnej.

Charakterystyka przetwornika jest nieliniowa i powstaje jako superpozycja charakterystyk składowych — hydrodynamicznej $F_h(\dot{V})$, elektromagnetycznej $F_m(x)$ i elektrycznej $E(x)$ (por. rys. 2 w pracy [2]).

Zależność siły naporu hydrodynamicznego od objętościowego natężenia przepływu $\dot{V}$ wyraża się równaniem [1]

$$F_h = \frac{2\rho_c}{\pi D_p^2} \left(\frac{D_p^2}{D_0^2} - 1 \right)^2 \dot{V}^2, \quad (4)$$

gdzie ρ_c — gęstość czynnika, D_p — średnica przewodu (rury), D_0 — średnica otworu w kołpaku pływaka (por. rys. 3a w [2]).

Zależność (4) jest słuszna dla pływaka z otworem centralnym przy założeniu, że przepływ przez szczelinę obwodową między pływakiem a przewodem jest pomijalnie mały.

W przypadku przepływu czynnika nieściśliwego tylko przez szczelinę obwodową między pływakiem a przewodem ($D_0 = 0$) obowiązuje zależność [1]

$$F_h = \frac{3\mu_c l_r \dot{V}}{\delta^2} \left(\frac{D_p}{\delta} + 2 \right) + \frac{0,2\rho_c \dot{V}^2}{\pi\delta^2}, \quad (5)$$

gdzie μ_c — współczynnik lepkości dynamicznej czynnika, $\delta = (D_p - D_r)/2$ — szerokość szczeliny między pływakiem a przewodem, l_r — długość pływaka (rdzenia), (rys. 3b w [2]).

Średnia wartość siły magnetycznej działającej na rdzeń wyraża się ogólną zależnością

$$F_m = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial x}, \quad (6)$$

gdzie I — wartość skuteczna natężenia prądu płynącego przez cewkę magnesującą, L — indukcyjność cewki magnesującej, x — współrzędna osiowa położenia rdzenia.

Siła elektromotoryczna indukcji wzajemnej jest proporcjonalna do szybkości zmian strumienia magnetycznego, czyli do szybkości zmian natężenia prądu

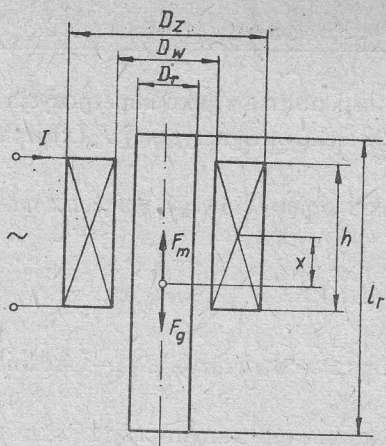
$$E = \omega MI, \quad (7)$$

gdzie ω — pulsacja prądu zasilającego, M — współczynnik indukcji wzajemnej obu cewek.

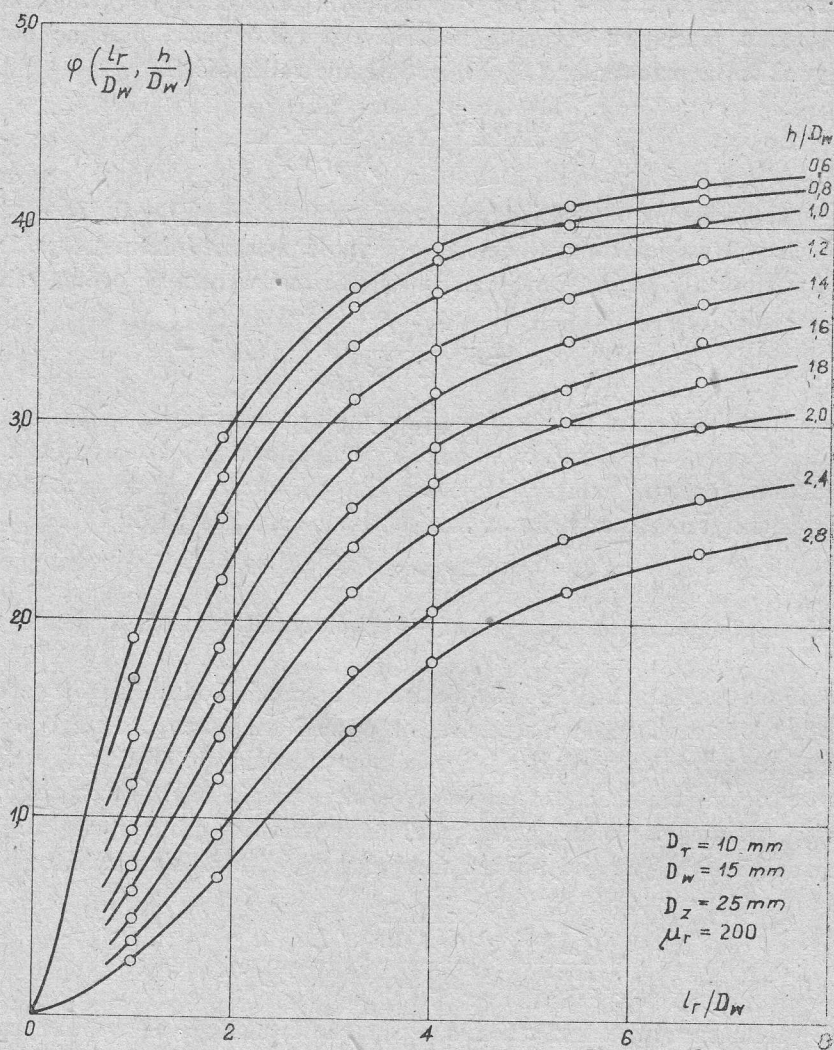
Zależność siły magnetycznej F_m i siły elektromotorycznej E od wymiarów geometrycznych układu cewek z rdzeniem nie są dane w postaci analitycznej, dlatego w procesie optymalizacji należy odwołać się do danych eksperymentalnych. W dalszej części pracy konieczna będzie znajomość zależności maksymalnej wartości siły magnetycznej F_m oraz indukcyjności własnej cewki magnesującej L od wymiarów geometrycznych. Wartość maksymalna siły magnetycznej w postaci bezwymiarowej wyraża się przybliżoną zależnością [3]

$$\frac{F_{\max}}{\frac{1}{2}(NI)^2\mu_0} = \sqrt{\frac{D_r}{D_w} \frac{D_w}{D_z}} \varphi\left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w}\right), \quad (8)$$

gdzie D_w — średnica wewnętrzna cewki, h — wysokość cewki, μ_0 — współczynnik przenikalności magnetycznej próżni, $\varphi\left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w}\right)$ — eksperymentalnie określona funkcja



Rys. 1. Wymiary cewki i rdzenia



Rys. 2. Wykres funkcji $\varphi\left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w}\right)$ zredukowanej wartości siły magnetycznej

zależności siły magnetycznej od względnej długości rdzenia l_r/D_w i względnej wysokości cewki h/D_w (rys. 1). Funkcję φ przedstawiono w postaci graficznej na rysunku 2.

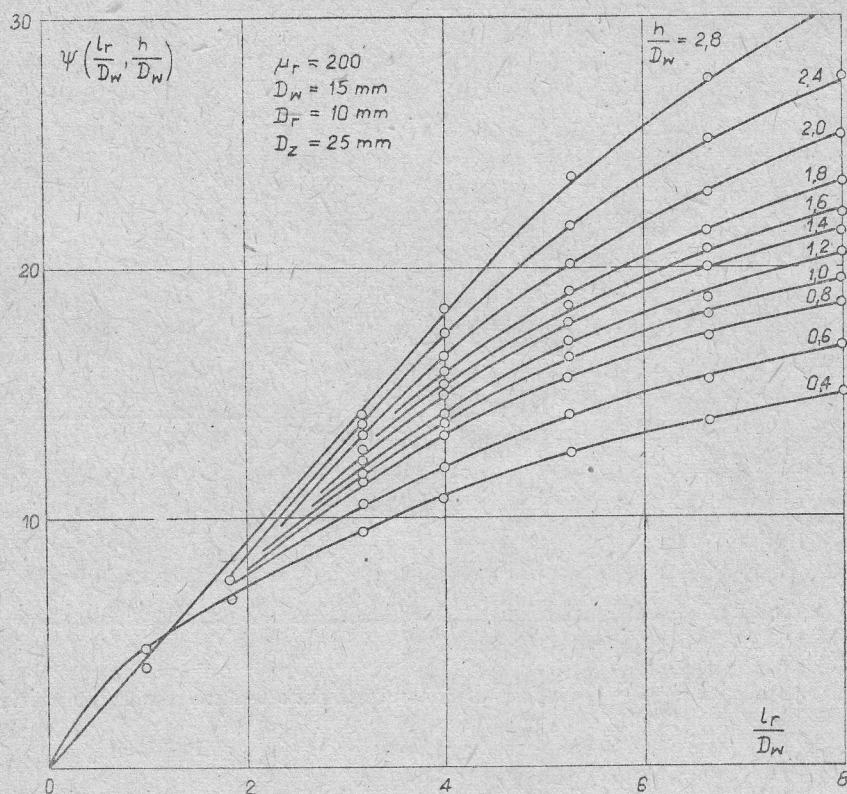
Wartość maksymalna indukcyjności własnej cewki magnesującej osiągnięta jest wówczas gdy środek rdzenia znajduje się w środku cewki i wyraża się bezwymiarową zależnością [3]

$$\frac{L_{\max}}{L_0} = 1 + \frac{D_r}{D_w} \frac{D_w}{D_z} \psi\left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w}\right), \quad (9)$$

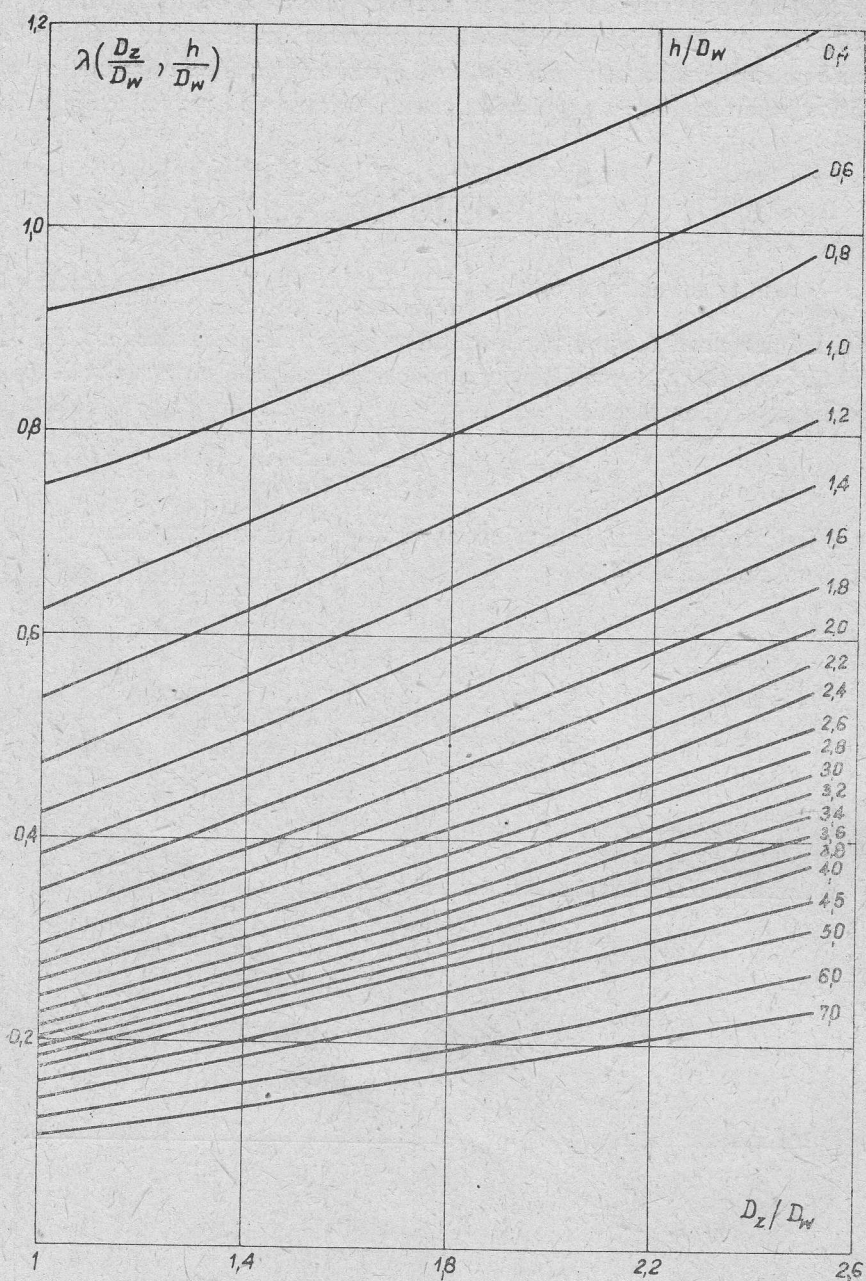
gdzie D_z – średnica zewnętrzna cewki, $\psi\left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w}\right)$ – określona doświadczalnie funkcja zależności indukcyjności cewki z rdzeniem od względnej długości rdzenia l_r/D_w i względnej wysokości cewki h/D_w , przedstawiona w formie graficznej na rysunku 3. L_0 jest indukcyjnością cewki bez rdzenia

$$L_0 = \mu_0 D_w N^2 \lambda\left(\frac{h}{D_w}, \frac{D_z}{D_w}\right). \quad (10)$$

Funkcja λ jest zredukowaną indukcyjnością cewki bez rdzenia przedstawioną w formie wykresnej na rysunku 4, [4].



Rys. 3. Wykres funkcji $\psi\left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w}\right)$ zredukowanego przyrostu indukcyjności cewki z rdzeniem



Rys. 4. Wykres funkcji $\lambda\left(\frac{h}{D_w}, \frac{D_z}{D_w}\right)$ zredukowanej indukcyjności cewki bez rdzenia (obliczenia na podstawie [4])

3. Minimalizacja czułości na wielkości wpływające

Zagadnienie błędów pomiarowych w elektromagnetycznym przepływomierzu pływakowym, spowodowanych oddziaływaniem różnych wielkości wpływających, przedstawione zostało w [2, 6]. W pracach tych wskazano również na różne możliwości zmniejszenia wartości błędów przez zastosowanie specjalnych rozwiązań układów elektronicznych do zasilania przetwornika i przetwarzania sygnału pomiarowego. Pominęta została natomiast możliwość zmniejszenia błędu przetwarzania dzięki odpowiedniemu wyborowi parametrów konstrukcyjnych przetwornika, przy zachowaniu jego konfiguracji. Choć efektywność tego sposobu poprawienia dokładności pomiaru jest ograniczona, może on być stosowany jako środek pomocniczy.

Brak możliwości konstrukcyjnego zmniejszenia wpływu zmian napięcia lub prądu zasilającego [2] i dlatego jako jedyny środek stosowane są rozwiązania układowe (stabilizowane zasilanie [7] lub kompensacja [8]). Także wpływ zmian częstotliwości na wielkość wyjściową może być zmniejszony tylko na drodze układowej. Osiąga się to np. przez pomiar przesunięcia fazowego między napięciem i prądem [9]. W tym przypadku minimum czułości wielkości wyjściowej (fazy) na zmiany częstotliwości osiąga się dla parametrów cewki zasilającej $\omega L/R=1$ i zasilaniu jej prądem o stabilizowanym natężeniu. Optimalizacja będzie więc polegała na tym, aby osiągnąć wymaganą wartość $\omega L/R$ dla pewnej średniej wartości L (jest to bowiem wielkość zmienna w czasie pomiaru). Jeżeli wielkością wyjściową z przetwornika pozostaje siła elektromotoryczna (7) i przetwornik zasilany jest przy stabilizowanym napięciu, to w celu ograniczenia wpływu częstotliwości na wartość natężenia prądu i na wartość siły magnetycznej (8) należy dążyć do minimalizacji stosunku $\omega L/R$ (lecz nie zmniejsza to wpływu wynikającego z relacji (7)).

Oddziaływanie wyższych harmonicznych eliminuje się np. przez pomiar przesunięcia fazowego [9] lub przez zastosowanie odpowiedniego układu pomiaru siły elektromotorycznej (7). Pomiar wartości średniej siły elektromotorycznej jest nieczuły na zawartość harmonicznych, jeżeli cewka pierwotna spełnia warunek $\omega L/R \ll 1$, zaś pomiar wartości szczytowej — gdy $\omega L/R \gg 1$ [10]. Warunki te stanowią kryteria optymalizacyjne. W obu przypadkach konieczna jest jednak stabilizacja zasilania.

Ograniczenia wielkości błędu przetwarzania spowodowanego zmianą temperatury, a w szczególności ciepłem wydzielanym w uzwojeniu, można dokonać opierając się na kilku kryteriach. Według pierwszego, wpływ temperatury na rezystancję drutu, a zarazem moc wydzielana w uzwojeniu, mogą być ograniczone przy stosunku $\omega L/R \gg 1$ (dla cewki pierwotnej).

Poszczególne kryteria optymalizacji prowadzą w wielu przypadkach do sprzecznych wyników. Wybór jednego z kryteriów zależy od przewidywanych warunków eksploatacji i rozstrzygnięcia, które z czynników powinny być przede wszystkim wyeliminowane. Na przykład należy stwierdzić, czy ważniejsze jest ograniczenie wpływu zmian częstotliwości przez uzyskanie małego stosunku $\omega L/R$, czy wpływu zmian temperatury przez uzyskanie dużej wartości $\omega L/R$.

Niektóre z funkcji kryterialnych nie mają absolutnego ekstremum (np. funkcja $\omega L/R$) ze względu na zmienne decyzyjne, dlatego w tych przypadkach poszukuje się takiej wartości funkcji, dla której błąd przetwarzania nie przekroczy zadanej z góry wartości.

4. Wybór właściwego stosunku $\omega L/R$

Wybór parametrów geometrycznych cewki pierwotnej i rdzenia w zależności od wymaganej wartości stosunku $\omega L/R$ wynika z minimalizacji wpływu zmian napięcia zasilającego, częstotliwości zasilania, zawartości harmonicznych oraz temperatury.

W literaturze brak jest bliższych danych na temat projektowania cewek z otwartym rdzeniem ferromagnetycznym, a w szczególności ich optymalizacji. W [11] wyznaczono optymalne wymiary cewki ze względu na minimum mocy koniecznej dla uzyskania danej indukcji magnetycznej. W [12] określono optymalne parametry cewki pozwalające uzyskać minimalną stałą czasową. Obie te prace odnoszą się jednak tylko do cewek bez rdzenia. Dlatego w dalszych rozważaniach posłużono się wynikami własnych badań oraz uogólnieniami przedstawionymi w [3, 13], jak również danymi zamieszczonymi w [1].

Przybliżony związek między rezystancją cewki a jej wymiarami geometrycznymi ma postać

$$R = \frac{\pi N^2 D_z/D_w + 1}{\sigma k h D_z/D_w - 1}, \quad (11)$$

gdzie σ — konduktywność drutu nawojowego, κ — współczynnik wypełnienia [14].

Maksymalna wartość indukcyjności cewki z rdzeniem wyrażona została wzorem (9). Poszukiwany stosunek $\omega L_{\max}/R$ wyraża się zależnością

$$Q_z = \frac{\omega L_{\max}}{R} = \frac{\sigma \omega \mu_0 \kappa D_w^2}{\pi} \frac{h}{D_w} \left(\frac{D_z}{D_w} - 1 \right) \left(\frac{D_z}{D_w} + \frac{D_r}{D_w} \psi \right) \lambda. \quad (12)$$

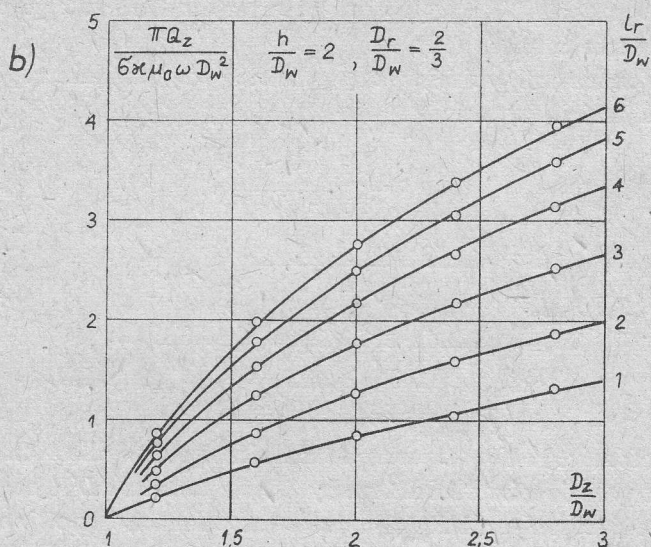
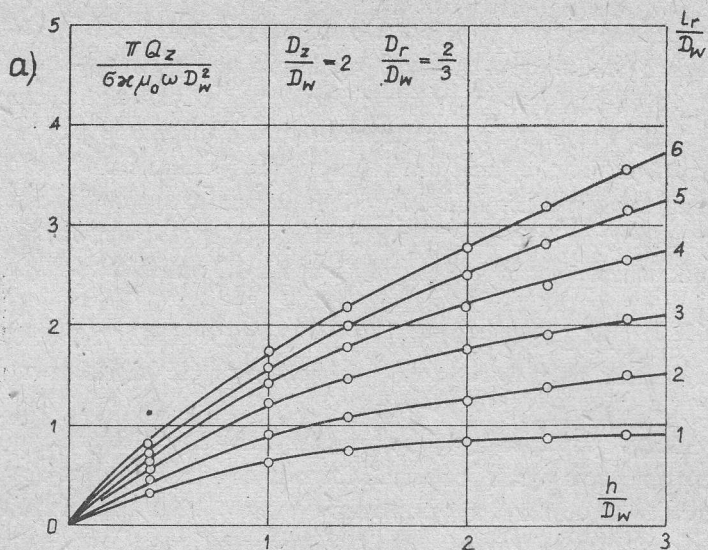
Funkcja (12), z wartościami λ i ψ określonymi wykresami na rysunkach 3 i 4, nie osiąga ekstremum dla zmiennych $1 < l_r/D_w < 5$ i $0 < h/D_w < 3$ (rys. 5), ale rośnie monotonicznie dla $D_z/D_w > 1$. W celu zwiększenia wartości Q_z należy dążyć do zwiększenia parametru λ (zredukowana indukcyjność cewki bez rdzenia) i parametru ψ (zredukowany przyrost indukcyjności cewki z rdzeniem). Korzystniejsze są również większe średnice wewnętrzne cewki.

Wymaganą wartość stosunku (12) i odpowiadające jej wymiary cewki z rdzeniem należy określić na podstawie założonej dopuszczalnej wartości błędu dodatkowego przetwarzania.

Jedną z przyczyn błędu jest, spowodowana wahaniami temperatury, zmiana rezystancji uzwojenia pierwotnego, powodująca zmiany natężenia prądu zasilającego. Przyrost natężenia prądu zasilania zależy od zmian rezystancji cewki zgodnie z relacją

$$\frac{\Delta I}{I} = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}{\left(1 + \frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}} - 1. \quad (13)$$

Z danych eksperymentalnych [2] wynika, że względny przyrost indukowanej siły elektromotorycznej jest nie większy od podwojonej wartości względnego przyrostu prądu zasilającego.



Rys. 5. Wykres kryterium $Q_z \left(\frac{L_r}{D_w}, \frac{h}{D_w} \right)$

Z dopuszczalnej wartości błędu $\Delta E / (E_{\max} - E_0)$ można określić wymagany stosunek $\omega L / R$ przy założonych względnych zmianach rezystancji $\Delta R / R$

$$\frac{\omega L}{R} = \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{\frac{1}{2}\Delta E}{E_{\max} - E_0}\right)^2 \left(1 + \frac{\Delta R}{R}\right)^2 - 1}{1 - \left(1 + \frac{\frac{1}{2}\Delta E}{E_{\max} - E_0}\right)^2}} \approx \sqrt{-2 \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta E}{E_{\max} - E_0}} + 1}. \quad (14)$$

Wyrażenie po prawej stronie (14) jest związkiem przybliżonym, w którym pominięto przyrosty drugiego rzędu. Ujemny znak wyrażenia pod pierwiastkiem (14) znika jeśli uwzględni się, że dodatniemu przyrostowi rezystancji odpowiada ujemny przyrost siły elektromotorycznej. Przyrost siły elektromotorycznej (natężenie prądu (13)) jest największy wówczas, gdy indukcyjność cewki jest najmniejsza, a więc w punktach, w których siła magnetyczna osiąga maksimum. Odpowiada to punktom przegięcia funkcji indukcyjności od położenia rdzenia. Z danych zamieszczonych w [13] wynika, że wartość indukcyjności w punktach przegięcia jest nie mniejsza niż 1/3 wartości maksymalnej indukcyjności.

Do zależności (12), z której określamy wymagane wymiary geometryczne i liczbę zwojów cewki, należy zatem podstawić potrojoną wartość uzyskaną z wyrażenia (14), tzn. $Q_z = 3\omega L/R$.

Stosunek $\omega L_{\max}/R$ powinien być jak największy, aby wyeliminować zmiany rezystancji uzwojenia pierwotnego na wynik pomiaru. Można to osiągnąć zwiększając stosunek D_z/D_w , a więc liczbę zwojów N oraz średnicę drutu nawojowego ϕ . Ten ostatni zabieg powoduje też zmniejszenie gęstości prądu, a tym samym obniża wartość mocy wydzielanej w uzwojeniu. W szczególnych przypadkach (np. pomiar przesunięcia fazowego jako wielkości wyjściowej) wymagana jest wartość $\omega L/R \simeq 1$. Doboru parametrów konstrukcyjnych dokonuje się wówczas bezpośrednio z relacji (12).

W celu ograniczenia wpływu zmian częstotliwości przy zasilaniu napięciowym należy dążyć do wyboru takiej wartości stosunku $\omega L/R$, aby przyrost siły elektromotorycznej

$$E = \omega M \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \quad (15)$$

wynoszący

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2 \left(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega}\right)^2}} \left(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega}\right) - 1, \quad (16)$$

przyjmował wartość zero. Ponieważ warunek ten nie jest spełniony dla żadnej wartości $\omega L/R$, a funkcja (16) nie posiada minimum dla rzeczywistych wartości $\omega L/R$, należy więc określić najmniejszą wartość stosunku $\omega L/R$ przy założonych zmianach częstotliwości $\Delta \omega/\omega$ dla dopuszczalnego względnego przyrostu $\Delta E/E$ na podstawie relacji

$$\frac{\omega L}{R} = \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right)^2 - \left(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega}\right)^2}{\left(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega}\right)^2 \left[1 - \left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right)^2\right]}} \approx \sqrt{\frac{\frac{\Delta \omega}{\omega}}{\frac{\Delta E}{E}}} - 1. \quad (17)$$

W przybliżonym wyrażeniu po prawej stronie (17) pominięto przyrosty drugiego rzędu.

Ponieważ najbardziej niekorzystny wpływ częstotliwości występuje wówczas, gdy indukcyjność cewki jest największa, wyznaczoną wartość stosunku (17) należy bezpośrednio podstawić jako Q_z w (12),

5. Minimalizacja mocy wydzielanej w uzwojeniu

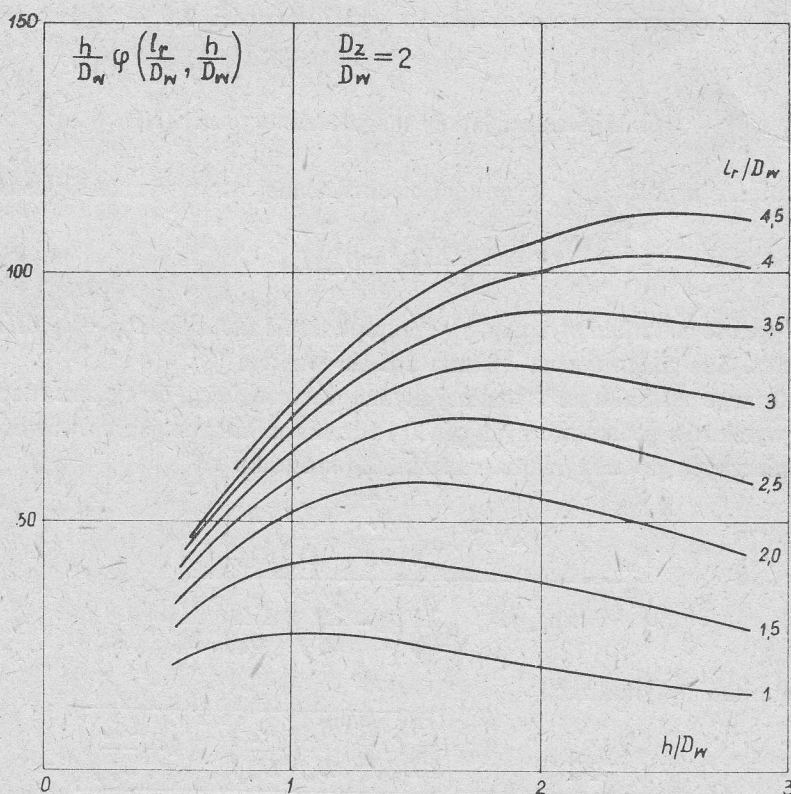
Potrzeba minimalizacji mocy wydzielanej w cewce występuje w dwóch przypadkach: 1) gdy przetwornik zasilany jest ze źródła napięciowego i zachodzi konieczność zmniejszenia zmian rezystancji uzwojenia pierwotnego pod wpływem ciepła Joule'a, oraz 2) gdy przetwornik służy do pomiaru bardzo małych natężeń przepływu i wydzielane ciepło może podwyższać temperaturę czynnika, zmieniając jego lepkość i gęstość.

Jako kryterium optymalizacji można przyjąć maksymalizację stosunku siły magnetycznej działającej na rdzeń do mocy czynnej wydzielanej w cewce

$$Q_P = \frac{F_{\max}}{I^2 R} \quad (18)$$

Podstawiając do (18) zależności (8) i (11) otrzymuje się

$$Q_P = \frac{\sigma \kappa \mu_0 D_w}{2\pi} \frac{\sqrt{\frac{D_r}{D_w} \left(\frac{D_z}{D_w} - 1 \right)}}{\sqrt{\frac{D_z}{D_w} \left(\frac{D_z}{D_w} + 1 \right)}} \frac{h}{D_w} \varphi \left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w} \right), \quad (19)$$



Rys. 6. Wykres kryterium $\bar{Q}_P \left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w} \right)$

lub po normalizacji

$$\bar{Q}_P = \frac{2\pi Q_P}{\sigma\kappa\mu_0 D_w} = \frac{\frac{D_z}{D_w} - 1}{\sqrt{\frac{D_z}{D_w} \left(\frac{D_z}{D_w} + 1 \right)}} \sqrt{\frac{D_r}{D_w}} \frac{h}{D_w} \varphi \left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w} \right). \quad (20)$$

Funkcja $\bar{Q}_P$ stanowi kryterium optymalizacji, zaś h/D_w , l_r/D_w i D_z/D_w są zmiennymi decyzyjnymi.

Ponieważ analityczna postać funkcji φ nie jest znana, maksimum funkcji $\bar{Q}_P$ należy poszukiwać po jej przedstawieniu graficznym (rys. 6). Z wykresu tego można określić wartości h/D_w i l_r/D_w , dla których osiąga się minimum mocy koniecznej dla utrzymania rdzenia o danym ciężarze. Najlepszy stosunek D_z/D_w można określić bezpośrednio z zależności (20)

$$\frac{\partial \bar{Q}_P}{\partial \left(\frac{D_z}{D_w} \right)} = \frac{-\left(\frac{D_z}{D_w} \right)^2 + 4 \left(\frac{D_z}{D_w} \right) + 1}{\left(\frac{D_z}{D_w} \right)^{3/2} \left(\frac{D_z}{D_w} + 1 \right)^2} = 0. \quad (21)$$

Kryterium $\bar{Q}_P$ osiąga maksimum dla $D_z/D_w = 2 + \sqrt{5}$. Ze względu na płaski przebieg funkcji $\bar{Q}_P$ od D_z/D_w zwiększanie tego stosunku powyżej wartości 2,5 – 3 jest praktycznie niecelowe

6. Minimalizacja siły magnetomotorycznej (NI)

Ciężar rdzenia wykonanego w postaci cienkościennej rurki wyraża się zależnością

$$F_g = \frac{\pi \rho_{Fe} g}{4} (D_r^2 - D_{rw}^2) l_r, \quad (22)$$

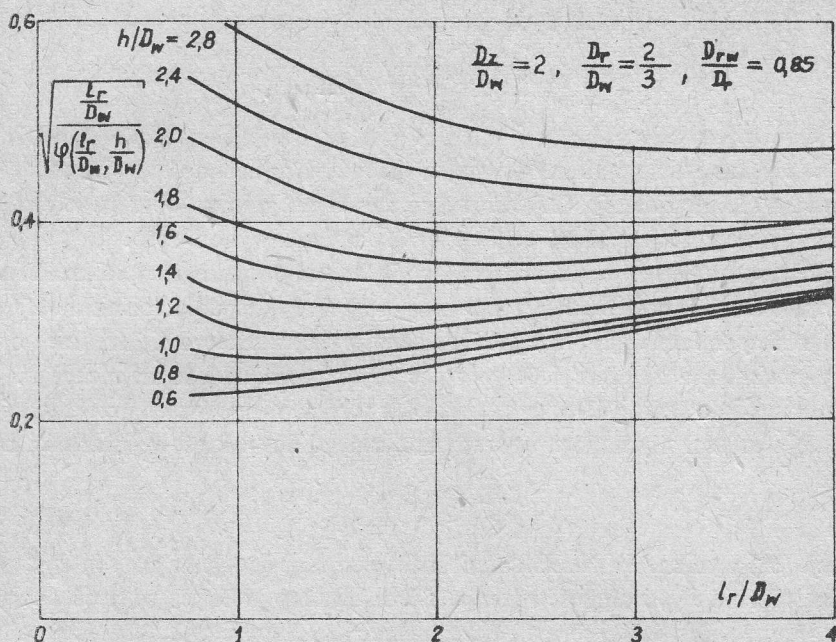
gdzie ρ_{Fe} – gęstość materiału pływak, g – przyspieszenie ziemskie, D_{rw} – średnica wewnętrzna pływak. Siła magnetyczna opisana została wzorem (8).

Dla założonego stosunku maksymalnej siły magnetycznej $F_{\max}$ do ciężaru rdzenia F_g poszukuje się wymiarów geometrycznych cewki i rdzenia minimalizujących wartość amperozwojów koniecznych do utrzymania rdzenia. Ze stosunku sił

$$\frac{F_{\max}}{F_g} = \frac{2N^2 I^2 \mu_0 \sqrt{\frac{D_r}{D_w}} \varphi \left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w} \right)}{\pi \rho_{Fe} g D_w^3 \sqrt{\frac{D_z}{D_w} \left(1 - \frac{D_{rw}^2}{D_r^2} \right)} \left(\frac{D_r}{D_w} \right)^2 \frac{l_r}{D_w}} \quad (23)$$

wynika kryterium optymalizacji

$$Q_{NI} = \frac{NI}{\sqrt{\frac{1}{2\mu_0} \pi \rho_{Fe} g D_w^3}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{D_r}{D_w} \right)^{3/2} \frac{l_r}{D_w} \left(\frac{D_z}{D_w} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{D_{rw}^2}{D_r^2} \right)}{\varphi \left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w} \right)}}. \quad (24)$$


 Rys. 7. Wykres kryterium $\bar{Q}_{NI}\left(\frac{l_r}{D_w}, \frac{h}{D_w}\right)$

Funkcja Q_{NI} nie osiąga ekstremum dla żadnej z wartości D_{rw}/D_r , D_r/D_w ani D_z/D_w . Badanie ekstremum ze względu na l_r/D_w i h/D_w przeprowadzono metodą graficzną na rysunku 7. W celu minimalizacji siły magnetomotorycznej należy stosować krótkie cewki $h/D_w < 1,5$ i krótkie rdzenie $1 < l_r/D_w < 2$. Kryterium (24) należy stosować w przypadku przepływomierzy do pomiaru dużych natężeń przepływu, gdy wartość natężenia prądu zasilania ograniczona jest możliwościami zasilaczy stabilizowanych.

7. Minimalizacja uogólnionej rezystancji wejściowej

Rezystancję uogólnioną systemu fizycznego definiuje się jako stosunek uogólnionej siły („zmienna spadku”) do uogólnionej prędkości („zmienna przepływu”) [5]. W przypadku elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego zmienną przepływu jest natężenie przepływu $\dot{V}$, a zmienną spadku – spadek ciśnienia Δp na pływaku. Uogólniona rezystancja wejściowa wynosi więc

$$Q_{Ap} = \frac{\Delta p}{\dot{V}}. \quad (25)$$

Wyrażenie na spadek ciśnienia dla pływaka z otworem centralnym ma postać [1]

$$\Delta p = \frac{8\rho_c}{\pi^2 D_v^4} \left(\frac{D_p^4}{D_0^4} - 1 \right) \dot{V}^2. \quad (26)$$

Zależność (25) można sprowadzić do postaci bezwymiarowej

$$\bar{Q}_{\Delta p} = \frac{\pi^2}{8} \frac{Q_{\Delta p} D_p^4}{\rho_c \dot{V}} = \left(\frac{D_p^2}{D_0^2} - 1 \right)^2. \quad (27)$$

Relacja (27) stanowi kryterium optymalizacji. Jediną zmienną decyzyjną może być stosunek $D_p/D_z \in (1, \infty)$. Funkcja (27) osiąga minimum na granicy obszaru dla $D_p/D_z = 1$. Jednak dla tej wartości stosunku czułość przetwarzania wynosi zero.

Najlepszych parametrów cewki i rdzenia należy zatem poszukiwać po określeniu maksymalnej dopuszczalnej uogólnionej rezystancji wejściowej (spadku ciśnienia $\Delta p_{\max}$) przy danym zakresie pomiaru wydatku $\dot{V}_{\max}$. Z zależności (26) wyznacza się średnicę otworu w kołpaku pływaka, a z zależności (4) wartość siły naporu hydrodynamicznego.

Z warunku równowagi sił (3) wynika, że ciężar rdzenia nie powinien przekraczać połowy maksymalnej wartości siły naporu hydrodynamicznego dla zakresowej wartości natężenia przepływu

$$F_g \leq \frac{1}{2} F_{h\max}, \quad (28)$$

Z relacji (22) wynika, że wielkościami, których zmiana wpływa na siłę F_g są średnica wewnętrzna rdzenia D_{rw} i długość rdzenia l_r . Ponieważ w praktyce wartość $D_{rw} \leq 0,85 D_r$ [15], więc jedyną wielkością, którą można zmieniać jest długość l_r . Zależność

$$\frac{l_r}{D_w} \leq \frac{\left(\frac{D_p}{D_w} \right)^2}{2\rho_{Fe} g D_w \left(\frac{D_r}{D_w} \right)^2 \left(1 - \frac{D_{rw}^2}{D_r^2} \right)} \Delta p \quad (29)$$

określa związek między długością rdzenia a dopuszczalnym spadkiem ciśnienia. Na podstawie kryterium (24) i rysunku 7 można wyznaczyć pozostałe parametry geometryczne cewki. Należy jednak pamiętać, że każde obniżenie spadku ciśnienia odbywa się kosztem obniżenia czułości przetwarzania.

8. Podsumowanie

Przeprowadzone rozważania pozwalają na wybór optymalnych wymiarów geometrycznych cewki pierwotnej i rdzenia w elektromagnetycznym przepływomierzu pływakowym. Otrzymane wyniki zestawiono w tabeli 1.

Wielość przyjętych kryteriów optymalizacji wymaga pewnego komentarza. Pierwsze kryterium będzie podstawowym w przypadku zasilania przetwornika ze źródła napięciowego przy niezbyt dużych wahaniach temperatury otoczenia. Eliminacja wpływu zmian rezystancji na błąd przetwarzania wymaga, by $\omega L/R = 8 \dots 12$ (por. (15)). W praktyce trudno jest osiągnąć tę wartość dla małych średnic wewnętrznych cewki D_w . Dlatego ten sposób eliminacji błędów przetwarzania jest bardziej skuteczny dla przepływomierzy o dużym przekroju przewodu pomiarowego. Eliminację wpływu wyższych harmonicznych dla dużych $\omega L/R$ osiąga się przy pomiarze wartości szczytowej siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu wtórnym.

Tabela 1

Cel optymalizacji	Kryterium optymalizacji	Wartości wymiarów			Uwagi
		h/D_w	D_z/D_w	l_r/D_w	
1. Minimalizacja wpływu temperatury i harmonicznych oraz bezwładności cieplnej	$\max \frac{\omega L}{R}$	2 ... 3	2 ... 3	3 ... 4	wzory (12) i (14)
2. Minimalizacja wpływu częstotliwości i harmonicznych	$\min \frac{\omega L}{R}$	0,4 ... 1	1 ... 1,5	1 ... 2	wzory (12) i (17)
3. Minimalizacja zmian rezystancji uzwojenia i ogrzewania czynnika	$\max \frac{F_m}{I^2 R}$	1,5 ... 2,5	2 ... 3	3 ... 4	wzór (20) rys. 8
4. Minimalizacja liczby amperozwojów	$\min NI$	0,4 ... 1	1 ... 1,5	1 ... 2	(wzór (24) rys. 9
5. Minimalizacja spadku ciśnienia	$\min Q_p$	2 ... 3	1 ... 1,5	3 ... 4	wzory (27) i (29)

Uwaga: W zestawieniu pominięto wymiar D_r/D_w , który powinien być jak największy. Średnica rdzenia D_r powinna zbliżać się do średnicy przewodu pomiarowego D_p .

Przetwornik zasilany ze źródła prądowego jest nieczuły na zmiany rezystancji uzwojenia i kryteria 1 i 3 mogą być pominięte. W przypadku znacznych zmian częstotliwości zasilania należy skorzystać z kryterium 2, które jest łatwe do spełnienia dla przetworników o małej średnicy wewnętrznej cewki D_w . W szczególnych przypadkach zmniejszenie stosunku $\omega L/R$ możliwe jest przez włączenie rezystancji szeregowej, co jednak prowadzi do niepotrzebnych strat mocy. Eliminację wpływu wyższych harmonicznych dla małych $\omega L/R$ osiąga się przy pomiarze wartości średniej siły elektromotorycznej.

Uzupełniające do kryterium 2 jest kryterium 4 minimalizujące liczbę amperozwojów konieczną do zawieszenia rdzenia, a tym samym moc pobieraną z zasilacza.

Zmniejszenie spadku ciśnienia na pływaku prowadzi do konieczności zmniejszenia ciężaru pływaka (rdzenia). Wynikająca z tego wymagana długość rdzenia określona jest przez kryterium 5. Stosunek D_{rw}/D_r powinien być tu jak największy (mała grubość ścianki pływaka).

Praca wpłynęła do Redakcji w lipcu 1981 r.

Literatura

- [1] J. Śmigielski, *Elektromagnetyczne, pływakowe przetworniki wydatku i ciśnienia*. PWN, Warszawa – Poznań 1980.
- [2] A. Jaworek, *Ogólna analiza powstawania i metod redukcji błędów przetwarzania elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego*. Prace IMP, z. 87, 1984.
- [3] A. Jaworek, *Badanie parametrów układu cewki z rdzeniem dla celów zawieszenia magnetycznego*. Oprac. wewn. IMP PAN, nr 225/79.
- [4] A. A. Cejtlin, P. L. Kalantarov, *Rasczot induktiwnostej*. Leningrad 1970.
- [5] J. Piotrowski, *Podstawy metrologii*. Warszawa 1977.
- [6] A. Jaworek, *Błędy pomiaru elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego*, Zeszyty Naukowe IMP PAN, nr 73/964/1979.

- [7] A. Jaworek, J. Ziemann, *Układy zasilające i pomiarowy elektromagnetyczny przepływomierz pływakowego*. Oprac. wewn. IMP PAN, nr 156/80.
- [8] A. Jaworek, *Kompensacja błędu spowodowanego zmianami napięcia zasilania przy pomiarach elektromagnetycznym przepływomierzem pływakowym*. Zesz. Nauk. IMP PAN, nr 4/879/1977.
- [9] A. Jaworek, *Pomiary fazy w transformatorowych przetwornikach pomiarowych*. Zesz. Nauk. IMP PAN, nr 38/904/1978.
- [10] A. Jaworek, *Wpływ wyższych harmonicznych na dokładność pomiaru przetwornikami transformatorowymi*. Prace IMP, z. 82, 1982.
- [11] B. S. Bengtsson, *The Magnetic Properties of the Solenoid*. 26th Annual National Relay Conference, Oklahoma 1978.
- [12] S. G. Gončarov, *Opriedelenie optimalnych parametrov cilindriczeskich katuszek induktywnosti*. Izv. AN SSSR, Energetika i Transport, 5/75, s. 175.
- [13] A. Jaworek, *Charakterystyki statyczne elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego*. Zesz. Nauk. IMP PAN, nr 42/908/1978.
- [14] A. Lewiński, A. Lewińska, *Nomogramy i tablice radiotechniczne*. Warszawa 1970.
- [15] J. Śmigieński, W. Piechocki, *Badanie oddziaływania rdzenia ferromagnetycznego z cewką*. Biuletyn IMP PAN, nr 114/773/1975.

Оптимизация электромагнитного поплавкового расходомера по точностным критериям

Резюме

В работе произведен поиск таких геометрических размеров составных элементов электромагнитного поплавкового расходомера, которые минимализируют значение добавочной ошибки превращения. Рассмотрены изменения температуры датчика и среды, изменения амплитуды, частоты и формы снабжающего напряжения, как источника добавочной ошибки и на этой основе формулируются оптимизационные критерии. Кроме того проведена минимализация обобщенной входной резистанции расходомера.

Optimization of the Electromagnetic Float Flowmeter According to Accuracy Criteria

Summary

Geometrical dimensions of the electromagnetic float flowmeter components that would minimize the value of the additional conversion error are sought in the paper. Changes of the transducer and medium temperatures and those of amplitude, frequency and wave-form of the power supply voltage are considered as sources of the additional error and serve as the basis for formulation of the optimization criteria. Besides, minimization of the generalized input resistance of the flowmeter is carried out.