

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

87

WARSZAWA - POZNAŃ 1984

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with/special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA - EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK · KAZIMIERZ STELLER
ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY - CHAIRMAN) · JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1984

Printed in Poland

ISBN 83-01-05677-0

ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 300 + 90 egz.	Oddano do składania 30 XI 1983 r.
Ark. wyd. 10,25. druk. 9,5	Podpisano do druku 3 IX 1984 r.
Pap. druk. sat. kl. V, 70 g, 70×100	Druk ukończono we wrześniu 1984 r.
Cena zł 120,-. A-12/542.	Zamówienie nr 160/36.

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

JÓZEF ŚMIGIELSKI

Gdańsk

Pomiar indukcyjności cewek z otwartym rdzeniem ferromagnetycznym*

W pracy dokonano przeglądu problemów związanych z pomiarem indukcyjności cewki z ferromagnetycznym rdzeniem otwartym, przy konfiguracji i parametrach zasilania stosowanych w pływakowych przepływomierzach elektromagnetycznych. Wskazano na trudności, jakie mogą wywołać nieliniowości spowodowane obecnością rdzenia ferromagnetycznego. Przedstawiono dwie metody pomiaru stosunku indukcyjności, którego znajomość jak wykazano, ma podstawowe znaczenie przy ustalaniu charakterystyk cewek stanowiących podstawowy element elektromagnetycznych przepływomierzy pływakowych.

Projektowanie, a zwłaszcza projektowanie optymalne proporcji geometrycznych i parametrów elektrycznych elektromagnetycznych przepływomierzy pływakowych wymaga znajomości impedancji cewek z rdzeniem ferromagnetycznym o odpowiedniej konfiguracji geometrycznej układu. Rezystancję R cewki można wyznaczyć bez trudności na drodze obliczeniowej lub zmierzyć z zadowalającą dokładnością przy zasilaniu prądem stałym, albo przy częstotliwościach, dla których nie ujawnia się efekt naskórkowości i straty w rdzeniu. Można też łatwo ustalić jej zależność od parametrów geometrycznych, gdyż określa ją prosta funkcja długości i przekroju drutu uzwojenia oraz jego rezystywność. Reaktancja cewki zależy od jej indukcyjności L oraz pulsacji ω prądu zasilania. Indukcyjność cewki bez rdzenia jest proporcjonalna do kwadratu liczby zwojów, ale zależy również, i to w sposób złożony, od wymiarów geometrycznych uzwojenia. Można ją wyznaczyć wykorzystując w tym celu istniejące dane w postaci stabelaryzowanej [1]. Można również zmierzyć ją za pomocą odpowiednich mostków albo wyznaczyć mierząc spadek napięcia U , natężenie prądu I oraz rezystancję R i wykorzystując zależność

$$U = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \quad (1)$$

która uwzględnia fakt przesunięcia siły elektromotorycznej samoindukcji E względem natężenia prądu o kąt $\varphi = \pi/2$, jeśli zmienia się ona sinusoidalnie, oraz gdy spełnione są warunki

$$C \ll \frac{L}{R^2}, \quad \omega^2 \ll \frac{1}{LC}, \quad (2a), (2b)$$

przy czym C oznacza pojemność własną uzwojenia cewki.

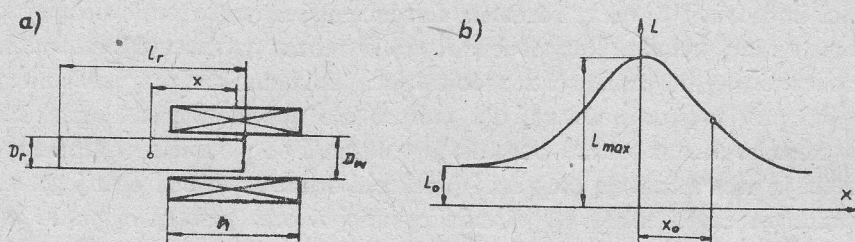
* Praca wykonana w ramach planu C1 (badania własne placówki).

Ponieważ indukcyjność określa wyrażenie

$$\frac{\omega L}{R} = \sqrt{\left(\frac{U}{IR}\right)^2 - 1}, \quad (3)$$

więc przy małych wartościach stosunku reaktancji do rezystancji $\omega L/R$, a co za tym idzie małych wartościach wyrażenia pod pierwiastkiem, można popełnić przy tym znaczny błąd. W celu zwiększenia stosunku reaktancji do rezystancji wskazane jest zasilanie prądem o podwyższonej częstotliwości. W mostkach do pomiaru indukcyjności stosuje się wewnętrzne źródła zasilania o częstotliwości 1 kHz, które nie mogą być wykorzystywane dla cewek z rdzeniem ferromagnetycznym i wówczas gdy pojemność własna uzwojenia jest duża (por. (2a)). Szczegółowy opis działania różnego rodzaju mostków do pomiaru indukcyjności można znaleźć w literaturze [2, 3]. Przybliżoną zależność indukcyjności cewki bez rdzenia od jej parametrów geometrycznych podano w [4], konfrontując wyniki obliczeń z wynikami pomiarów.

Z punktu widzenia przepływomierzy elektromagnetycznych ważna jest znajomość indukcyjności cewki z rdzeniem w różnych położeniach względem cewki. W ten sposób jako dodatkowe parametry trzeba uwzględnić wymiary rdzenia, współrzędną x jego położenia oraz własności magnetyczne materiału rdzenia, które określa współczynnik przenikalności magnetycznej μ .



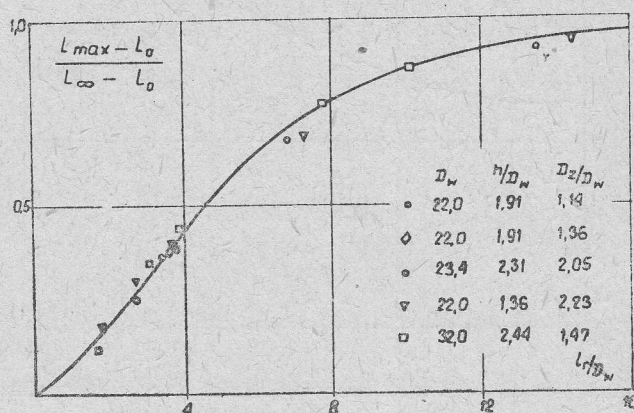
Rys. 1. Wyjaśnienie oznaczeń układu cewki z rdzeniem i charakterystycznych wartości rozkładu indukcyjności

Komplikuje to znacznie zagadnienie wskutek wzrostu liczby zmiennych i dlatego brak w literaturze danych, które pozwalałyby wyznaczyć indukcyjność cewek z rdzeniem na drodze obliczeniowej, a spotykane zależności prowadzą do błędnych wyników [5]. Przeprowadzenie badań indukcyjności cewek z otwartym rdzeniem ferromagnetycznym wykazało istnienie pewnych ogólnych prawidłowości [6]. Umożliwiają one przedstawienie poszukiwanej zależności jako iloczynu funkcji, z których każda zależy od jednej zmiennej, przynajmniej jeśli zakres zmian ograniczony jest do przedziałów wartości wchodzących w grę z punktu widzenia konstrukcji przepływomierzy. Ułatwia to wyznaczenie postaci tych funkcji w formie równań empirycznych i przeprowadzanie odpowiednich pomiarów. W szczególności stwierdzono, że stosunek przyrostu indukcyjności $L_{\max} - L_0$ spowodowany obecnością rdzenia o długości l_r umieszczonego w środku cewki i przyrostu $L_{\infty} - L_0$ dla rdzenia o długości wzrastającej nieograniczenie jest funkcją tylko dłu-

gości rdzenia odniesionej do średnicy wewnętrznej D_w cewki

$$\frac{L_{\max} - L_0}{L_{\infty} - L_0} = f_l \left(\frac{l_r}{D_w} \right). \quad (4)$$

Oznaczenia wyjaśnia rysunek 1, a zależność (4) w formie graficznej pokazano na rysunku 2.



Rys. 2. Zależność zredukowanej wartości maksymalnej indukcyjności cewki od długości rdzenia

Wyrażenie (4) można przekształcić do postaci

$$\frac{L_{\max}/L_0 - 1}{L_{\infty}/L_0 - 1} = f_l \left(\frac{l_r}{D_w} \right), \quad (5)$$

przy czym czynnik L_{∞}/L_0 określa funkcja

$$\frac{L_{\infty}}{L_0} - 1 = f_h \left(\frac{h}{D_w} \right), \quad (6)$$

jeżeli h oznacza wysokość cewki. Przebieg tej funkcji wyznaczony doświadczalnie pokazano na rysunku 3.

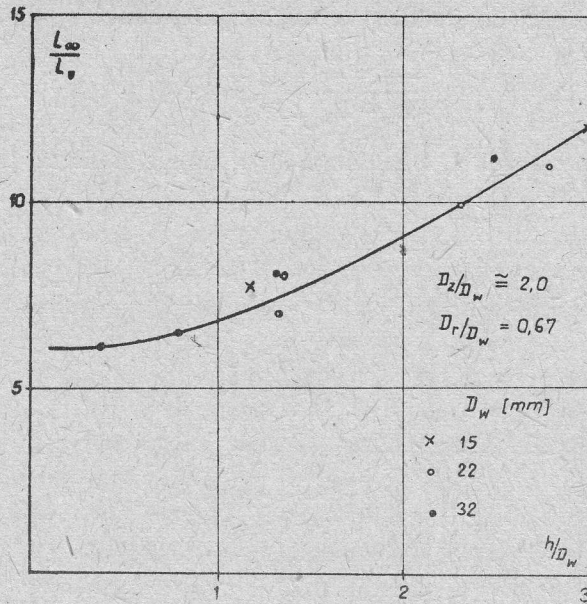
Zależność indukcyjności cewki od położenia rdzenia określa funkcja (por. rys. 1)

$$\frac{L - L_0}{L_{\max} - L_0} = f_x \left(\frac{x}{x_0} \right), \quad (7)$$

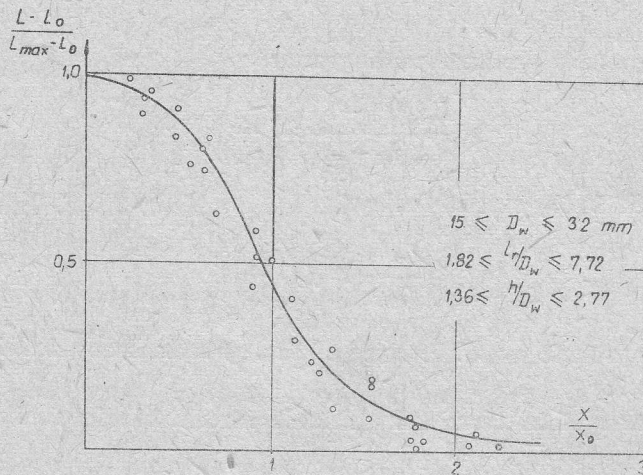
gdzie x_0 oznacza położenie rdzenia odpowiadające ekstremum dL/dx . Funkcję (7) można też wyrazić w postaci

$$\frac{L/L_0 - 1}{L_{\max}/L_0 - 1} = f_x \left(\frac{x}{x_0} \right). \quad (8)$$

Przedstawia ją w formie graficznej rysunek 4 jako jedną krzywą przy parametrach geometrycznych zmieniających się w dużym zakresie. Ostatecznie więc, uwzględniając (5), (6)



Rys. 3. Zależność indukcyjności cewki z rdzeniem o długości rosnącej nieograniczenie od wysokości cewki



Rys. 4. Zależność zredukowanej indukcyjności cewki z rdzeniem od jego położenia

i (8), można indukcyjność cewki z rdzeniem przedstawić w postaci

$$\frac{L}{L_0} - 1 = f_h \left(\frac{h}{D_w} \right) f_l \left(\frac{l_r}{D_w} \right) f_x \left(\frac{x}{x_0} \right). \quad (9)$$

Wyznaczenie eksperymentalne postaci funkcji f_l , f_h i f_x wymaga pomiaru tylko odpowiednich stosunków indukcyjności, a nie bezwzględnych jej wartości. Ich znajomość oraz znajomość wyrażenia określającego zależność L_0 od parametrów geometrycznych [4] umo-

żliwia wyrażenie indukcyjności cewki z rdzeniem w dowolnym położeniu w formie analitycznej za pomocą składowych funkcji empirycznych.

Przy pomiarach indukcyjności cewek z rdzeniem trzeba brać pod uwagę nieliniowości, które są spowodowane obecnością materiału ferromagnetycznego. Pociągają one za sobą zależność indukcyjności od natężenia prądu i wówczas siłę elektromotoryczną samoindukcji zamiast (2) określa zależność

$$E = - \frac{d(LI)}{dt} = - \left(L + I \frac{dL}{dI} \right) \frac{dI}{dt}. \quad (10)$$

Traci wówczas ważność zależność (1), gdyż siła elektromotoryczna samoindukcji jest przesunięta w fazie w stosunku do natężenia prądu o kąt $\varphi \neq \pi/2$. Histereza materiału rdzenia powoduje stratę energii na jego przemagnesowywanie, co też powinno być brane pod uwagę.

Krzywa magnesowania wprowadza zniekształcenia przebiegu natężenia prądu, a zatem występowanie wyższych harmonicznych. Manifestuje się to szczególnie silnie, gdy rdzeń ma mały przekrój, a natężenie pola dużą wartość, ponieważ osiągną jest wówczas stan nasycenia magnetycznego. Te czynniki muszą być uwzględnione przy pomiarze indukcyjności, gdyż ich pomijanie może pociągnąć za sobą brak powtarzalności wyników, obarczonych błędami przypadkowymi wskutek ich zależności, np. od natężenia prądu [7].

Można wykazać, że wpływ przenikalności magnetycznej może być w rozpatrywanym przypadku pominięty. Prawo przepływu dla konturu obejmującego N zwoi, przez które płynie prąd o natężeniu I wyraża równanie

$$NI = \sum H_i l_i, \quad (11)$$

gdzie H_i oraz l_i oznaczają odpowiednio wartości natężenia pola magnetycznego i długości poszczególnych odcinków obwodu magnetycznego. Równanie to można przedstawić też w postaci

$$NI = \sum \frac{B_i l_i}{\mu_i}, \quad (12)$$

jeśli B_i oznacza indukcję magnetyczną, a μ_i przenikalność magnetyczną na poszczególnych odcinkach l_i obwodu.

Rozpatrując obwód magnetyczny, w którym strumień magnetyczny ma stałą wartość oraz przyjmując, że indukcja ma stałą wartość (średnią) w każdym przekroju poprzecznym obwodu, można równanie (12) przedstawić w postaci

$$NI = \Phi \sum \frac{l_i}{\mu_i A_i}. \quad (13)$$

Dla cewki z rdzeniem otwartym trudno jest ustalić długość odcinków obwodu na zewnątrz układu oraz ich przekrój. Wprowadzając wartości zastępcze można jednak przynajmniej oszacować wpływ przenikalności magnetycznej materiału rdzenia na indukcyjność cewki.

Dla cewki bez rdzenia można napisać

$$NI = \Phi_0 \left(\frac{l_{z0}}{A_{z0} \mu_0} + \frac{l_{w0}}{A_{w0} \mu_0} \right), \quad (14)$$

jeżeli indeksy z i w oznaczają odpowiednio zewnętrzną i wewnętrzną część obwodu i odnoszą się do wartości zastępczych. Dla cewki z rdzeniem, przez analogię, można napisać

$$NI = \Phi \left(\frac{l_z}{A_z \mu_0} + \frac{l_w}{A_w \mu} \right). \quad (15)$$

Uwzględniając związek

$$\Phi = \frac{LI}{N}, \quad (16)$$

w którym zakłada się przenikanie wszystkich zwoi cewki przez cały strumień Φ oraz przyjmując

$$l_{z0} \cong l_z, \quad (17)$$

$$A_{z0} \cong A_z, \quad (18)$$

dochodzi się do relacji

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1 + \frac{l_{w0}}{l_z} \frac{A_z}{A_{w0}}}{1 + \frac{l_w}{l_z} \frac{A_z}{A_w} \frac{\mu_0}{\mu}}. \quad (19)$$

Dla rdzeni o długości l_r niewiele przewyższającej długość cewki można przyjąć

$$l_{w0} \cong l_w. \quad (20)$$

W przypadku obecności wewnątrz cewki rdzenia ferromagnetycznego o średnicy D_r cały strumień magnetyczny skupia się w jego zewnętrznej warstwie. Związane to jest z ustaleniem się takiego rozkładu indukcji magnetycznej, przy którym strumień magnetyczny osiąga wartość maksymalną (albo rezystancja magnetyczna obwodu — minimalną) dla danej wartości siły magnetomotorycznej. Grubość tej warstwy określa zależność [6]

$$\delta \cong 0,1 D_r, \quad (21)$$

determinująca zarazem najmniejszą efektywną grubość ścianki rdzenia, przy czym w przeplwowierzach elektromagnetycznych ze względów konstrukcyjnych [6]

$$D_r \cong 2/3 D_w. \quad (22)$$

Zatem przekrój strumienia magnetycznego wewnątrz cewki określa wyrażenie

$$A_w \cong 0,1 \cdot 4/9 \pi D_w^2, \quad (23)$$

a ponieważ

$$A_{w0} \cong \pi/4 D_w^2, \quad (24)$$

więc

$$A_w \cong 0,177 A_{w0}. \quad (25)$$

Uwzględniając zależności (25) i (20) równanie (19) można przedstawić w postaci

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1 + \frac{l_w}{l_z} \frac{A_z}{A_{w0}}}{1 + \frac{1}{0,177} \frac{\mu_0}{\mu} \frac{l_w}{l_z} \frac{A_z}{A_{w0}}} \quad (26)$$

Jak wynika z danych, które można odczytać z wykresów na rysunkach 2 i 3, dla rdzeni o długości $l_r/D_w = 3 \div 4$ stosowanych w przepływomierzach

$$\frac{L_{\max}}{L_0} \cong 4 \div 5. \quad (27)$$

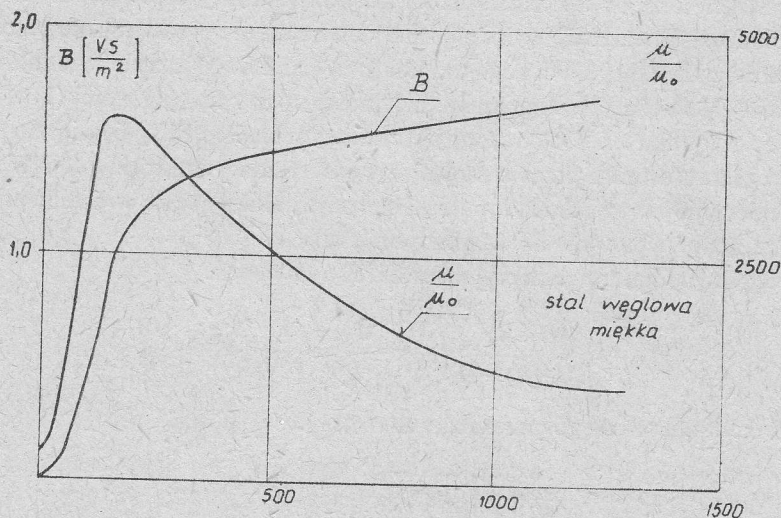
Przenikalność magnetyczna zmienia się tak, jak to pokazano w formie wykresu na rysunku 5 (dla miękkiej stali), tj. w zakresie

$$300 < \frac{\eta}{\eta_0} < 4000. \quad (28)$$

Uwzględniając te wartości można obliczyć, że

$$\frac{l_w}{l_z} \frac{A_z}{A_{w0}} \cong 3 \div 4, \quad (29)$$

co zarazem, biorąc pod uwagę zależność (26), uzasadnia brak wpływu zmian przenikalności magnetycznej μ na indukcyjność cewki z rdzeniem w rozpatrywanej konfiguracji geometrycznej.

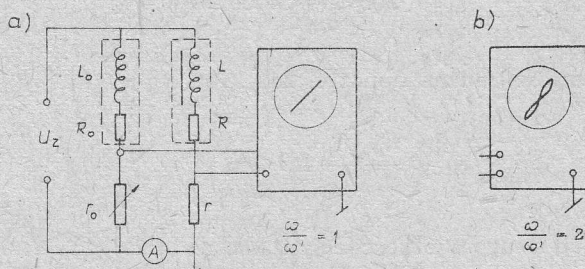


Rys. 5. Zależność indukcji magnetycznej i przenikalności magnetycznej od natężenia pola dla miękkiej stali

O tym czy prąd nie zawiera składowych wyższego rzędu wskutek odkształcenia przebiegu sinusoidalnego pod wpływem nieliniowości można się przekonać stosując układ przedstawiony na rysunku 6a. Zmieniając rezystancję r można doprowadzić do równości przesunięcia faz prądu płynącego w obu gałęziach mostka, gdy

$$\frac{\omega L_0}{R_0 + r_0} = \frac{\omega L}{R + r} \quad (30)$$

Krzywa Lissajous obserwowana na ekranie oscyloskopu redukuje się wówczas do linii prostej. W przypadku występowania składowych wyższego rzędu okazuje się to niemożliwe. Znaczący udział pierwszej harmonicznej ujawniłby kształt krzywej Lissajous taki, jak to pokazano na rysunku 6b. Kształt krzywych Lissajous dla innych stosunków częstości można znaleźć np. w [8]. Próba powinna być dokonana przy pulsacji standardowej zasilania i takim natężeniu prądu płynącego przez cewkę z rdzeniem, jakie odpowiada warunkom pracy przepływomierza, tj. utrzymującym rdzeń w stanie zawieszenia, gdyż przy dużych prądach może następować nasycenie powodujące nieliniowość.



Rys. 6. Schemat układu do kontroli udziału wyższych harmonicznych spowodowanego nieliniowością

Brak wyższych harmonicznych wskazuje na to, że indukcyjność ma przy standardowej pulsacji zasilania stałą wartość, a więc nie zależy od natężenia prądu jeśli nie przekracza ono pewnej wartości granicznej dla danego układu (por. (10)). Stwierdzenie tego faktu uprawnia do stosowania zależności (1). Pomiar indukcyjności oparty na zależności (1) w przypadku małej wartości stosunku $\omega L/R$ obarczony jest znacznym błędem, dąży się więc do podwyższenia wartości tego stosunku przez stosowanie podwyższonej częstotliwości. W przypadku cewki z rdzeniem nie jest to jednak dopuszczalne, gdyż indukujące się w rdzeniu prądy wirowe o dużym natężeniu wpływają na wyniki pomiaru.

Błąd względny pomiaru indukcyjności określa zależność

$$\frac{dL}{L} = \frac{(U/IR)^2}{(U/IR)^2 - 1} \left(\frac{dU}{U} - \frac{dI}{I} \right) - \frac{1}{(U/IR)^2 - 1} \frac{dR}{R}, \quad (31)$$

która po dokonaniu prostego przekształcenia przybiera postać

$$\frac{dL}{L} = \frac{1}{(\omega L/R)^2} \left\{ \left[1 + \left(\frac{\omega L}{R} \right)^2 \right] \left(\frac{dU}{U} - \frac{dI}{I} \right) - \frac{dR}{R} \right\}. \quad (32)$$

Wynika z niej, że małe wartości $\omega L/R$ znacznie pogarszają dokładność pomiaru.

Trudności związane z pomiarami indukcyjności cewki z rdzeniem, jakie powstają przy stosowaniu metod standardowych można usunąć stosując prostą metodę porównawczą. Polega ona na znajdowaniu takiej pulsacji ω , przy której dla cewki bez rdzenia osiąga się tę samą wartość stosunku $\omega L/R$, co dla tej samej cewki z rdzeniem, zasilanej przy częstotliwości 50 Hz. Pomiar sprowadza się więc do ustalenia dla cewki z rdzeniem natężenia prądu I i spadku napięcia U , a następnie, po usunięciu rdzenia, do poszukiwania takiej częstotliwości zasilania, przy której dochodzi się do pierwotnych wartości I oraz U . Jako źródło zasilania można użyć standardowy generator akustyczny.

Z równości (por. (1))

$$\frac{U}{IR} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0 L_0}{R}\right)^2} \quad (33)$$

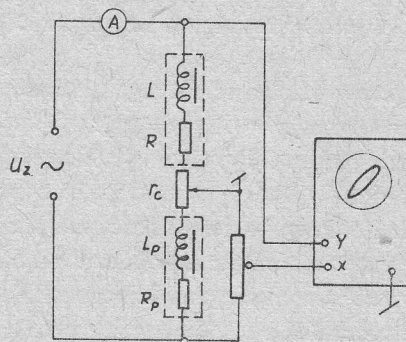
wynika wprost zależność

$$\frac{L}{L_0} = \frac{\omega_0}{\omega} \quad (34)$$

Może być ona wykorzystana do określania stosunku indukcyjności cewki z rdzeniem ferromagnetycznym do indukcyjności cewki bez rdzenia, gdy:

- 1) cewka z rdzeniem zasilana jest przy pulsacji tej, dla której ma być określona jej indukcyjność,
- 2) cewka bez rdzenia nie ma elementów metalowych, w których mogłyby się indukować prądy wirowe
- 3) natężenie prądu zasilającego cewkę z rdzeniem nie osiąga wartości, przy których może następować nasycenie magnetyczne rdzenia.

Przy badaniach charakterystyk cewek z rdzeniem stosowanych w przepływomierzach elektromagnetycznych wystarcza znajomość stosunku L/L_0 . Wartość bezwzględną L można wyznaczyć znając L_0 , która może być z dobrą dokładnością obliczona (por. [4]), albo zmierzona za pomocą mostka przy zasilaniu o częstotliwości 1 kHz wobec braku ograniczeń jakie powoduje rdzeń ferromagnetyczny.



Rys. 7. Schemat do wyznaczania indukcyjności z oscyloskopem jako wskaźnikiem przesunięcia fazowego

Przy wykonywaniu dużych serii pomiarów indukcyjności może okazać się przydatna inna metoda, wymagająca jednak zestawienia prostego układu, który umożliwia wyznaczenie stosunku indukcyjności przy znanych rezystancjach. Pomiar polega na sprowadzaniu do zera przesunięcia fazowego dwóch spadków napięcia. Schemat tego układu pokazano

na rysunku 7. W tej metodzie (fazowej) porównuje się spadki napięcia ustalające się na badanej cewce o indukcyjności L i rezystancji R oraz na cewce pomocniczej o indukcyjności L_p i rezystancji R_p z uwzględnieniem dwóch części potencjometru r_1 i r_2 , przy czym

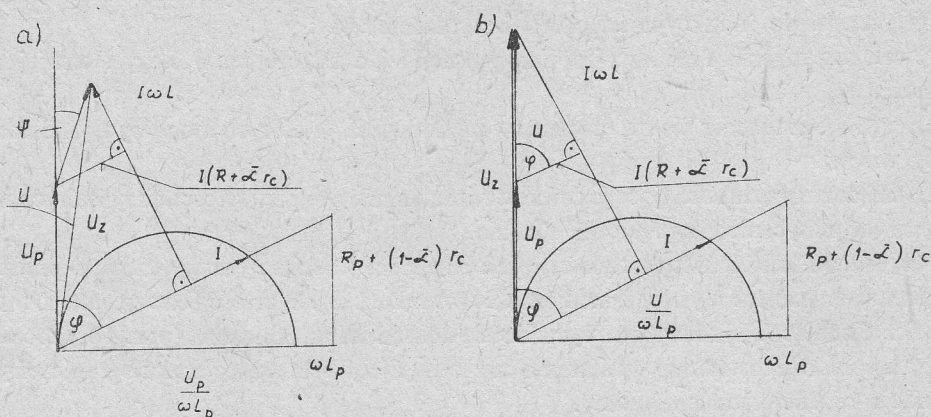
$$r_1 + r_2 = r_c \quad (35)$$

jeżeli r_c oznacza całkowitą rezystancję potencjometru.

Te spadki napięcia doprowadzone do pionowo i poziomo odchylających płytek oscyloskopu tworzą na jego ekranie krzywą Lissajous w kształcie elipsy. Potencjometr r_c umożliwia sprowadzanie różnicy faz ψ do zera, co ujawnia się na ekranie oscyloskopu przejściem elipsy w linię prostą.

Można wykazać [8], że czułość zerowania różnicy faz rośnie ze zmniejszaniem się różnicy faz do zera, co jest korzystne z punktu widzenia dokładności pomiaru.

Potencjometr bocznikujący cewkę pomocniczą umożliwia dostosowanie napięcia do wejścia x oscyloskopu, które zwykle nie ma regulowanego wzmocnienia. Wartość tej rezystancji powinna być znacznie większa od impedancji bocznikowanej.

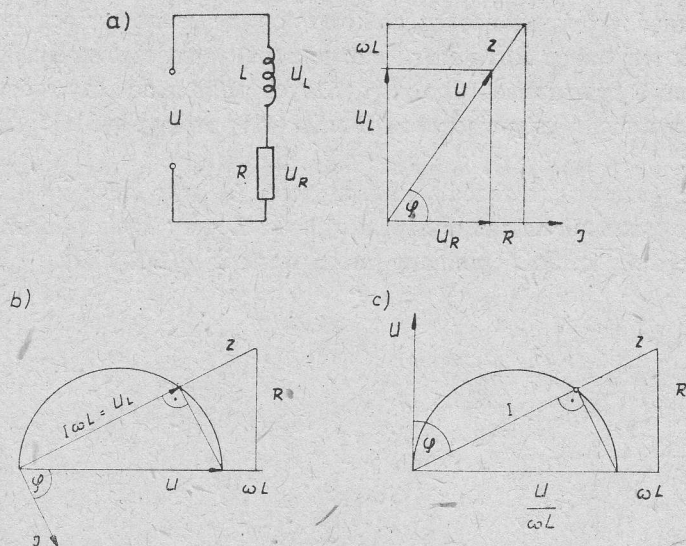


Rys. 8. Wykres wskazowy dla układu z rys. 7; a) przypadek ogólny, b) zerowe przesunięcie fazowe

Wykresy wskazowe dla tego układu pokazano na rysunkach 8a i b dla przesunięć fazowych $\psi \neq 0$ oraz $\psi = 0$. Przyjmując wielkość i kierunek spadku napięcia U_p można wyznaczyć natężenie prądu. Odpowiednią konstrukcję geometryczną umożliwiającą wyznaczenie natężenia prądu wyjaśniają rysunki 9a, b i c (por. np. [9]). Konstrukcję tę wykorzystano na rysunkach 8a i b. Przyjmując wielkość i kierunek spadku napięcia U_p oraz impedancję ωL_p wyznacza się natężenie prądu I . Taki sam prąd płynie przez drugą cewkę — można więc wyznaczać spadek napięcia znając jego składowe. Całkowity spadek napięcia określa suma geometryczna U i U_p . Zmieniając położenie pokrętła potencjometru r_c można sprowadzić przesunięcie fazowe spadków napięć do zera. Spełniona jest wówczas równość

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R + r_1} = \frac{\omega L_p}{R_p + r_2} \quad (36)$$

Oznaczając przez α_c całkowity kąt obrotu potencjometru, a przez α kąt ustawienia pokrętła,



Rys. 9. Wykresy wskazowe wyjaśniające konstrukcję pozwalającą na wyznaczenie natężenia prądu dla indukcyjności i rezystancji połączonych szeregowo; a) układ i wykres wskazowy napięć, b) wyznaczanie spadku napięcia (siły elektromotorycznej samoindukcji), c) wyznaczanie natężenia prądu

można wyrazić częściowe rezystancje w postaci (por. (35))

$$r_1 = \frac{\alpha}{\alpha_c} r_c \quad (37)$$

$$r_2 = \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_c}\right) r_c. \quad (38)$$

Dla skrócenia zapisu względny kąt ustawienia potencjometru oznaczono jako

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha_c}. \quad (39)$$

Uwzględniając (36), (37) i (38) można wyznaczyć stosunek indukcyjności cewki badanej z rdzeniem L i bez rdzenia L_0 z relacji

$$\frac{L}{L_0} = \frac{R/r_c + \bar{\alpha} R_p/r_c + 1 - \bar{\alpha}_0}{R/r_c + \bar{\alpha}_0 R_p/r_c + 1 - \bar{\alpha}}, \quad (40)$$

w której nie występuje indukcyjność L_p cewki pomocniczej. Zależność (40) upraszcza się, jeżeli dla cewki bez rdzenia o indukcyjności L_0 różnicę faz ψ sprowadza się do zera przy $\bar{\alpha}_0 = 0$ co można łatwo osiągnąć zmieniając indukcyjność L_p za pomocą przesuwne rdzenia ferromagnetycznego. Dochodzi się wówczas do relacji

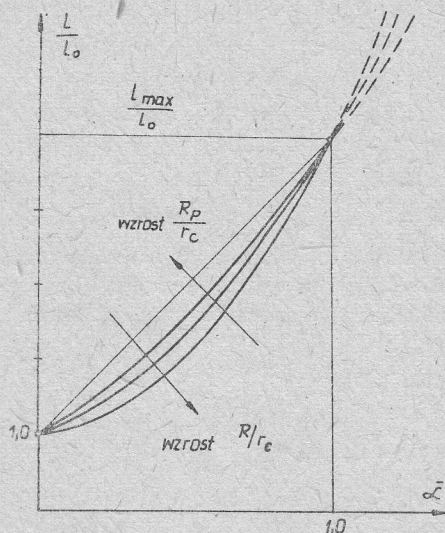
$$\frac{L}{L_0} = \frac{1 + \bar{\alpha}/(R/r_c)}{1 + \bar{\alpha}/(R/r_c + 1)}. \quad (41)$$

Ustalając położenie pokrętła potencjometru r_c , a zatem kąt $\bar{\alpha}$ tak, aby dla cewki z rdzeniem

ponownie osiągnąć zerową różnicę faz, co kontrolowane jest za pomocą oscyloskopu, oraz znając stosunek rezystancji R/r_c i R_p/r_c , można z (41) wyznaczyć stosunek indukcyjności cewki z rdzeniem i bez rdzenia, albo przy różnych położeniach czy rodzajach rdzenia.

Wartości rezystancji występujące w zależności (41) powinny być takie, aby umożliwiły one uzyskanie:

- 1) zerowego przesunięcia faz dla indukcyjności L_0 przy kącie $\bar{\alpha}=0$,
- 2) zerowego przesunięcia faz dla indukcyjności L przy kącie bliskim $\bar{\alpha}=1,0$,
- 3) możliwie dużej czułości pomiaru (małej wartości $d(L/L_0)/d\bar{\alpha}$).



Rys. 10. Zależność indukcyjności od położenia pokrętła potencjometru r_c dla układu z rys. 7

Funkcję (41) przedstawiono w formie graficznej na rysunku 10 dla różnych wartości R/r_c i R_p/r_c . Dla skrócenia zapisu zostaną przyjęte oznaczenia

$$K = (L/L_0)_{\max}, \quad (42)$$

$$a = \frac{1}{R/r_c}, \quad (43)$$

$$b = \frac{1}{R_p/r_c + 1}. \quad (44)$$

Z (36) wynika warunek zerowania się różnicy faz dla $L/L_0=1,0$ przy $\bar{\alpha}=0$ w postaci

$$\frac{\omega L_0}{R} = \frac{\omega L_p}{R_p + r_c}. \quad (45)$$

Narzucając zakres pomiaru, można z (41) wyznaczyć zależność pomiędzy rezystancjami w formie związku

$$K = \frac{1+a}{1-b}. \quad (46)$$

Uwzględniając (43), (44) i (46) można z relacji (45) określić warunek

$$\frac{R_p}{r_c} = \left(\frac{L_p}{L_0} + 1 \right) \frac{1}{K-1}. \quad (47)$$

W przypadku trudności ze znalezieniem cewki, której indukcyjność L_p i rezystancja R_p spełniłyby warunek (47), można zwiększyć obie te wartości o ΔL_p i ΔR_p przez dołączenie dodatkowej rezystancji i umieszczenie wewnątrz cewki rdzenia ferromagnetycznego. Pochodna funkcji (41), po uwzględnieniu podstawień (43) i (44), ma postać

$$\frac{d(L/L_0)}{d\bar{\alpha}} = \frac{a+b}{(1-b\bar{\alpha})^2}. \quad (48)$$

Dla $\bar{\alpha}=1,0$, po uwzględnieniu (46) pochodną (48) określa związek

$$\left(\frac{d(L/L_0)}{d\bar{\alpha}} \right)_{\bar{\alpha}=1,0} = \frac{K-1}{1-b}. \quad (49)$$

Największą czułość osiąga się, gdy ta pochodna ma najmniejszą wartość, tj. gdy $b \rightarrow 0$, co jest równoznaczne z warunkiem $R_p/r_c \rightarrow \infty$. Jednak R_p/r_c musi również spełniać równanie (47). Ze względów technicznych indukcyjność pomocnicza L_p nie może rosnąć nieograniczenie, więc maksymalna wartość R_p/r_c wynika z (47) dla danych wartości L_0 i K .

Zatem minimalną wartość pochodnej (49), a zarazem czułość, określa zależność

$$\left[\left(\frac{d(L/L_0)}{d\bar{\alpha}} \right)_{\bar{\alpha}=1,0} \right]_{\min} = \frac{K-1}{1-(K-1)/(L_p/L_0 + K)}. \quad (50)$$

Wartość R/r_c można wyznaczyć z (41) w postaci zależności

$$\frac{R}{r_c} = \frac{1 + R_p/r_c}{(K-1)R_p/r_c - 1}. \quad (51)$$

Podsumowując, można ustalić następujące wytyczne doboru elementów układu pomiarowego:

- indukcyjność L_p cewki pomocniczej powinna być jak największa, określa ona przy danym L_0 wartość stosunku R_p/r_c (zależność (49)),
- wartość stosunku rezystancji R/r_c określa zależność (51) jako funkcję R_p/r_c – przy danym R można więc wyznaczyć r_c ,
- K jest to przewidywany zakres pomiaru – przy doborze elementów układu należy przyjmować wartość K z nadmiarem, w razie potrzeby dokonując później korekty.

Opisana metoda pomiaru indukcyjności zapewnia zadowalającą dokładność, na co wskazuje dobra powtarzalność wyników i ich mały rozrzut. Warunkiem jest precyzja potencjometru, którego charakterystyka $\alpha = \alpha(r_c)$ powinna zostać sprawdzona.

Metoda ta pozwala na bezpośrednią kontrolę występowania wyższych harmonicznnych spowodowanych nieliniowością wywołaną obecnością rdzenia ferromagnetycznego przy dużych wartościach natężenia pola magnetycznego, gdyż objawiają się one jako deformacje linii widocznej na ekranie oscyloskopu.

Stosując tę metodę trzeba znać rezystancję badanej cewki R i cewki pomocniczej R_p oraz potencjometru r_c , albo wartość stosunków rezystancji R/r_c i R_p/r_c .

Z dwóch opisanych metod na ogół bardziej przydatna w praktyce okazuje się pierwsza (porównawcza), w której zmienia się częstotliwość zasilania, ze względu na jej prostotę i wykorzystywanie standardowej aparatury.

W przypadkach, gdy w grę wchodzi większe moce, np. przy badaniu cewek z rdzeniem w stanie nasycenia, druga metoda (fazowa) zapewnia większe możliwości zmian parametrów zasilania.

Obie metody zostały opracowane w związku z badaniami charakterystyki układu cewek z rdzeniem stosowanych w przepływomierzu elektromagnetycznym. W pomiarach tych chodziło przede wszystkim o wyznaczenie stosunku indukcyjności, a nie bezwzględnych wartości. Wszystkie opisane w literaturze metody pomiaru indukcyjności oraz standardowe mostki okazały się do tego celu mało przydatne. Natomiast przedstawione metody pomiaru stosunku indukcyjności odznaczają się dużą prostotą, a przy tym zapewniają dobrą powtarzalność wyników i dokładność.

Praca wpłynęła do Redakcji w listopadzie 1982 r.

Literatura

- [1] P. L. Kalantarov, L. A. Cejtlin, *Rasczot induktiwnostiej*. Energijs, Leningrad 1970.
- [2] F. X. Eder, *Moderne Messmethoden der Physik. Cz. III*. Deutsch. Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972.
- [3] D. Owen, *Alternating current measurements at audio and radio frequencies*. Methuen, London 1962.
- [4] J. Śmigielski, *Indukcyjność cewki o grubym uzwojeniu i małej długości*. Prace IMP, z. 87, 1984.
- [5] O. G. Kacnelson, A. S. Edelštejn, *Awtomatyczne zmierzitelnye pribory s magnitnoj podwieskoj*. Energijs, Moskwa 1970.
- [6] J. Śmigielski, *Elektromagnetyczne pływakowe przetworniki wydatku i ciśnienia*. PWN, Warszawa 1980.
- [7] E. Philippow, *Nichtlineare Elektrotechnik*. Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig 1971.
- [8] J. Czech, *Oscillografen-Messtechnik*. Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik, Berlin 1959.
- [9] G. Flegel, *Elektrotechnik für den Maschinenbauer*. Carl Hensner Verlag, München 1966.

Измерения индуктивности катушек с открытым ферромагнитным сердечником

Резюме

Кратко обсуждаются вопросы связанные с измерениями индуктивности. Указывается на значение знания отношения индуктивностей для катушек с ферромагнитным сердечником. Обосновывается это на примере обобщенных результатов экспериментальных исследований катушки с сердечником, применяемой в электромагнитных поплавковых расходомерах.

Доказывается пренебрежимое влияние значения магнитной проницаемости материала сердечника.

Оценивается ошибка измерения индуктивности с помощью стандартных методов. Представлены два новых метода измерения индуктивности катушек с ферромагнитным сердечником.

Первый из них основывается на сравнении перепадов напряжения и силы тока для катушки без сердечника и с сердечником при различных частотах питающего тока. Таким способом можно непосредственно определить отношение соответствующих индуктивностей, применяя стандартный акустический генератор в виде источника снабжения.

Второй метод основывается на сравнении фазовых перемещений перепадов напряжения на исследуемой и вспомогательной катушках, что становится видным на осциллооскопе в форме кривой Лиссажу. Для этого метода определены оптимальные значения резистанции в системе обеспечивающей максимальную точность измерения.

Сравнены оба метода измерения индуктивности, указывая на их достоинства и ограничения.

Measurement of Inductance of a Coil with an Open Ferromagnetic Core

Summary

General problems connected with measurements of inductance are discussed briefly. The importance of inductance ratio of a coil with open ferromagnetic core is indicated. This is exemplified by generalized results of experimental investigations of a coil used in an electromagnetic float flowmeter.

It is shown that the influence of magnetic permeability of ferromagnetic material is negligible. The measuring error for standard procedures is evaluated.

Two novel methods for inductance measurement are introduced.

The first one consists in comparing voltage drops and currents for a coil with and without core at different power supply frequencies. It allows direct determination of inductance ratio in a simple way by utilizing standard acoustic generator with voltage and current indicators.

The second method is based on equalization of phase shifts of voltage drops across the coil investigated and an auxiliary coil by observing the Lissajous figure displayed on the oscilloscope screen. Optimum resistance values for a circuit ensuring the highest accuracy of measurements are determined for this method.

Both methods are compared and their advantages as well as drawbacks are pointed out.