

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
I N S T Y T U T M A S Z Y N P R Z E P Ł Y W O W Y C H

PRACE
I N S T Y T U T U M A S Z Y N
P R Z E P Ł Y W O W Y C H

T R A N S A C T I O N S
O F T H E I N S T I T U T E O F F L U I D - F L O W M A C H I N E R Y

82

W A R S Z A W A - P O Z N A Ń 1982

P A Ń S T W O W E W Y D A W N I C T W O N A U K O W E

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA – EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK
KAZIMIERZ STELLER · ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY · CHAIRMAN)
JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY – EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER – REDAKTOR – EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA – EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1982

Printed in Poland

ISBN 83-01-03979-5
ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE – ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 340 + 90 egz.	Oddano do składania 12 X 1981 r.
Ark. wyd. 12 Ark. druk. 9,25	Podpisano do druku 18 V 1982 r.
Pap. druk. sat. kl. V, 70 g 70 × 100 cm.	Druk ukończono w maju 1982 r.
Nr zam. 577/122. W-6/523.	

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

ANATOL JAWOREK

Gdańsk

Wpływ wyższych harmoniczných na dokładność pomiaru przetwornikami transformatorowymi*

Przedstawione rozważania dotyczą wpływu zniekształceń napięcia zmiennego, polegających na obcięciu wierzchołka sinusoidy na wartość średnią, skuteczną i szczytową siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej. Zjawisko to ma istotne znaczenie w przypadku zasilania transformatorowych przetworników pomiarowych, w których dokładność pomiaru zależy od współczynnika zawartości harmoniczných w napięciu zasilającym.

Wykaz oznaczeń

A, B , – stałe zdefiniowane odpowiednimi równaniami,	I_{sc} – wartość szczytowa natężenia prądu,
C, K	I_{sk} – wartość skuteczna natężenia prądu
E – amplituda siły elektromotorycznej źródła zasilającego,	I_{sr} – wartość średnia natężenia prądu,
$\mathcal{E}$ – siła elektromotoryczna indukcji wzajemnej,	L – indukcyjność własna,
$\mathcal{E}_{sc}$ – wartość szczytowa siły elektromotorycznej,	M – indukcyjność wzajemna,
$\mathcal{E}_{sk}$ – wartość skuteczna siły elektromotorycznej,	R – rezystancja,
$\mathcal{E}_{sr}$ – wartość średnia siły elektromotorycznej	t – czas,
h – współczynnik zawartości harmoniczných,	u – wartość chwilowa napięcia,
i – wartość chwilowa natężenia prądu,	U – amplituda napięcia,
	U_{sk} – wartość skuteczna napięcia,
	U_z – napięcie Zenera,
	U_1 – amplituda 1-harmonicznej napięcia,
	φ_0 – kąt odcięcia,
	ω – pulsacja napięcia zmiennego.

1. Wstęp

Właściwością transformatorowych przetworników pomiarowych jest znaczna zależność sygnału pomiarowego od zmiennego napięcia zasilającego. Przeciwdziałanie temu możliwe jest przez stosowanie stabilizowanych generatorów mocy lub zasilanie przetwor-

* Praca wykonana w ramach problemu międzyresortowego MR.I.26, pt. „Podstawy projektowania maszyn i urządzeń energetycznych”, grupa tematyczna 10.

nika z sieci za pośrednictwem stabilizatorów napięcia zmiennego. Prawie wszystkie znane stabilizatory powodują jednak odkształcenie przebiegu sinusoidalnego, co jest przyczyną zmian wartości siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej. Ogranicza to do pewnego stopnia dowolność w wyborze rodzaju stabilizatora.

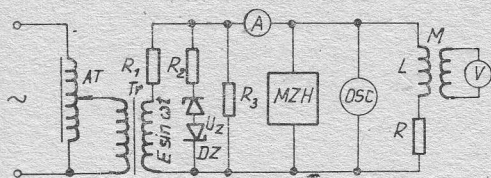
W literaturze brak jest danych opisujących w jaki sposób zniekształcenia nieliniowe napięcia zasilającego wpływają na siłę elektromotoryczną indukcji wzajemnej przetworników transformatorowych, a zwłaszcza przetworników z zawieszeniem magnetycznym.

Przedstawione rozważania są próbą krytycznego ustosunkowania się do możliwości zastosowania stabilizatorów napięcia zmiennego wprowadzających wyższe harmoniczne do zasilania transformatorowych przetworników pomiarowych, a w szczególności do zasilania elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego.

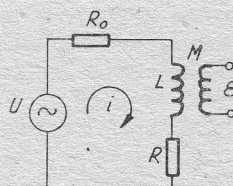
2. Układ pomiarowy stosowany w badaniach

Opisanie wszystkich możliwych odkształceń przebiegu sinusoidalnego, które mogą wystąpić w znanych stabilizatorach napięcia zmiennego, nie wydaje się celowe. Rozważania sprowadzono do przypadku najbardziej typowego, polegającego na skokowym ograniczeniu amplitudy napięcia sinusoidalnego poprzez „obcięcie” jego wierzchołków. Zjawisko takie, chociaż w różnym stopniu, może występować w przypadku stabilizatorów transformatorowych, tyrystorowo-rezonansowych, tranzystorowych, czy ograniczników diodowych. Rozważania nie dotyczą wszelkiego rodzaju stabilizatorów z regulatorem tyrystorowym, z uwagi na inny charakter wprowadzanych odkształceń (niekiedy subharmonicznych).

Badania przetwornika transformatorowego przeprowadzono w układzie przedstawionym na rysunku 1, symulującym zniekształcenia przebiegu sinusoidalnego, jakie mogłyby być wprowadzone przez układ nieliniowy jakim jest stabilizator. Elementami zapewniającymi otrzymanie napięcia wyjściowego w kształcie obciętej sinusoidy są diody



Rys. 1. Układ pomiarowy do badania wpływu zawartości harmonicznych na pracę transformatorowego przetwornika pomiarowego



Rys. 2. Schemat zastępczy układu pomiarowego

Zenera DZ współpracujące z rezystancjami R_1 i R_3 . Aby zapewnić przekroczenie bariery potencjału, wartość napięcia Zenera U_Z obu diod powinna być mniejsza od amplitudy spadku napięcia na rezystancji R_3 , tzn.

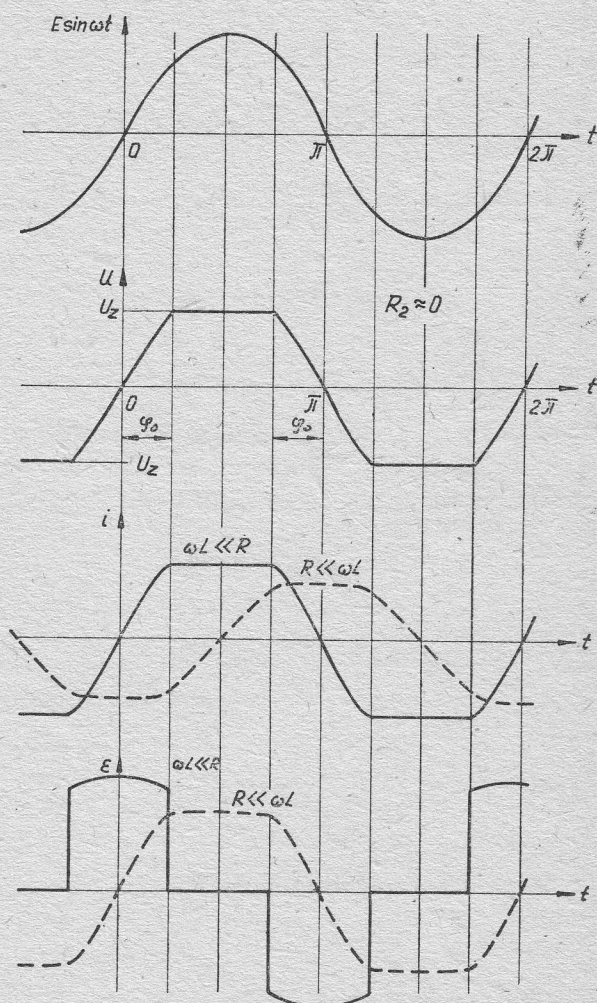
$$U_Z < \frac{ER_3}{R_1 + R_3}, \quad (1)$$

przy sinusoidalnym napięciu zasilającym: $E \sin \omega t$. Równolegle do obciążenia dołączono oscyloskop *OSC* służący do rejestracji kształtu napięcia zasilającego oraz miernik zawartości harmonicznych *MZH*.

W pracy [1] podobny układ spełniał funkcję stabilizatora. Jego analiza przeprowadzona została ze względu na stabilność amplitudy pierwszej harmonicznej w zależności od zmian napięcia zasilania i rezystancji obciążenia.

W celu zbliżenia warunków pomiaru do warunków rzeczywistych działania stabilizatora, rezystancja R_3 powinna być dużo mniejsza od przewidywanej impedancji obciążenia Z

$$R_3 \ll \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}. \quad (2)$$



Rys. 3. Wykres czasowy napięć i prądów w stanie ustalonym

Jeżeli warunek ten nie byłby spełniony, w dalszych rozważaniach, a także w wynikach pomiarów, należałoby uwzględnić przesunięcia fazowe między napięciem zasilającym a natężeniem prądu płynącego przez obciążenie, które wpływa na moment załączenia

i odłączenia diod Zenera. Spełnienie warunku (2) pozwala na traktowanie równoległego połączenia rezystancji R_3 i impedancji obciążenia Z jako czystej rezystancji oraz na wprowadzenie źródła zastępczego widzianego z zacisków obciążenia Z (rys. 2), jako superpozycji napięcia zasilającego $E \sin \omega t$ i napięcia zastępczego diod Zenera, gdy spełniony jest warunek (1).

Dla pierwszego półokresu sinusoidy (rys. 3) napięcie wyjściowe z układu pomiarowego może być zapisane w postaci

$$u(t) = \begin{cases} \frac{E \sin \omega t}{R_1 + R_3} R_3 & \text{dla } 0 < \omega t < \varphi_0 \text{ i } \pi - \varphi_0 < \omega t < \pi, \\ \frac{R_2 E \sin \omega t + R_1 U_Z}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} & \text{dla } \varphi_0 < \omega t < \pi - \varphi_0. \end{cases} \quad (3)$$

Kąt odcięcia φ_0 (por. rys. 3) wyznaczony przez wartość napięcia Zenera wynosi

$$\varphi_0 = \arcsin \left(\frac{R_1 + R_3}{R_3} \cdot \frac{U_Z}{E} \right). \quad (4)$$

Rezystancja zastępcza R_0 takiego źródła przyjmuje periodycznie wartości

$$R_0 = \begin{cases} \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} & \text{dla } -\varphi_0 < \omega t < \varphi_0 \\ \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} & \text{dla } \varphi_0 < \omega t < \pi - \varphi_0 \end{cases} \quad (5)$$

na skutek zmiany rezystancji diod Zenera od wartości R_2 do nieskończoności.

W dalszych rozważaniach wykorzystano zapis napięcia wyjściowego z układu pomiarowego, równoważny zapisowi (3) lecz wygodniejszy przy obliczeniach

$$u(t) = \begin{cases} A \sin \omega t & \text{dla } -\varphi_0 < \omega t < \varphi_0, \\ B \sin \omega t + C & \text{dla } \varphi_0 < \omega t < \pi - \varphi_0, \end{cases} \quad (6)$$

przy czym wprowadzono oznaczenia

$$A = \frac{ER_3}{R_1 + R_3}, \quad B = \frac{ER_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}, \quad C = \frac{U_Z R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}. \quad (7)$$

Amplituda pierwszej harmonicznej napięcia otrzymywanego z takiego układu wyraża się wzorem

$$U_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(\omega t) \sin \omega t d(\omega t) = A \left(\frac{2\varphi_0}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sin 2\varphi_0 \right) + B \left(1 - \frac{2\varphi_0}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sin 2\varphi_0 \right) + \frac{4}{\pi} C \cos \varphi_0. \quad (8)$$

Wartość skuteczna napięcia wyjściowego

$$U_{sk} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u^2(\omega t) d(\omega t)} = \sqrt{A^2 \left(\frac{\varphi_0}{\pi} - \frac{1}{2\pi} \sin 2\varphi_0 \right) + B^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\varphi_0}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\varphi_0 \right) + \frac{4}{\pi} BC \cos \varphi_0 + \frac{C^2}{\pi} (\pi - 2\varphi_0)}. \quad (9)$$

Potrzebny w dalszych rozważaniach współczynnik zawartości harmonicznych, wyrażony wzorem definicyjnym

$$h = \sqrt{\frac{U_{sk}^2 - \frac{1}{2}U_1^2}{U_{sk}^2}}, \quad (10)$$

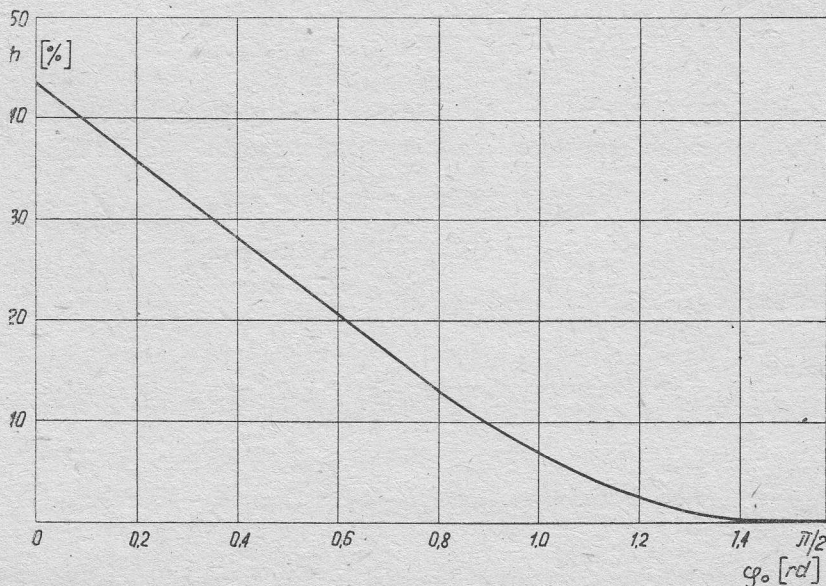
otrzymuje się po podstawieniu (8) i (9). Przyjmując, że $R_2 = 0$, a więc przypadek najmniej korzystny jaki może wystąpić w praktyce, wyrażenia (8) i (9) można sprowadzić do prostszej postaci

$$U_1 = \frac{A}{\pi} (2\varphi_0 - \sin 2\varphi_0) + \frac{4}{\pi} C \cos \varphi_0, \quad (11)$$

$$U_{sk} = \sqrt{\frac{A^2}{\pi} \left(\varphi_0 - \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0 \right) + \frac{C^2}{\pi} (\pi - 2\varphi_0)}. \quad (12)$$

Współczynnik zawartości harmonicznych (10) może być opisany wyrażeniem

$$h = \sqrt{1 - \frac{(2\varphi_0 + \sin 2\varphi_0)^2}{\pi [(2\varphi_0 - \sin 2\varphi_0) + 2(\pi - 2\varphi_0) \sin^2 \varphi_0]}}, \quad (13)$$



Rys. 4. Wykres współczynnika zawartości harmonicznych jako funkcji kąta odcięcia φ_0

w którym zgodnie z równaniami (4) i (7) zastosowano podstawienie

$$\frac{C}{A} = \sin \varphi_0. \quad (14)$$

Wykres współczynnika zawartości harmoniczných jako funkcji kąta odcięcia φ_0 , dla rezystancji diod Zenera $R_2=0$, przedstawiono na rysunku 4. Jeżeli $R_2>0$, to wartości h są mniejsze od przedstawionych na wykresie. Dla $\varphi_0 \rightarrow 0$ przebieg wyjściowy zbliżony jest do impulsu prostokątnego, dla którego współczynnik zawartości harmoniczných wynosi

$$h = \sqrt{1 - 8/\pi^2} \cong 0,435. \quad (15)$$

3. Natężenie prądu płynącego przez obciążenie

Obliczenia natężenia prądu płynącego przez obciążenie wykonano przy założeniu, że rezystancję wewnętrzną (5) zastępczego źródła napięciowego (6) można pominąć, gdyż jest dużo mniejsza od impedancji obciążenia

$$R_0 \ll \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}. \quad (16)$$

Natężenie prądu obciążenia w ogólnym przypadku można obliczyć rozwiązując równanie różniczkowe opisujące obwód

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}, \quad (17)$$

gdzie $i(t)$ — natężenie prądu płynącego przez obciążenie.

Całka ogólna takiego równania ma postać

$$i(t) = \frac{1}{L} e^{-\int_{t_0}^t \frac{R}{L} dt} \left[\int_{t_0}^t u(t) e^{\int_{t_0}^t \frac{R}{L} dt} + K \right]. \quad (18)$$

Wartości funkcji (18) należy obliczyć oddzielnie dla każdego przedziału zmian napięcia (6) podstawiając jako dolną granicę całkowania wartości zadane warunkami ze wzoru (6)

$$i(t) = \begin{cases} i_1(t) & \text{dla } -\varphi_0 < \omega t < \varphi_0, \\ i_2(t) & \text{dla } \varphi_0 < \omega t < \pi - \varphi_0. \end{cases} \quad (19)$$

Postacie funkcji $i_1(t)$ i $i_2(t)$ są następujące:

$$i_1(t) = \frac{A e^{-\frac{R}{L}t}}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[e^{\frac{R}{L}t} (R \sin \omega t - \omega L \cos \omega t) + e^{-\frac{R}{\omega L} \varphi_0} (R \sin \varphi_0 + \omega L \cos \varphi_0) + K_1 \right] \quad (20)$$

$$i_2(t) = \frac{B e^{-\frac{R}{L}t}}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[e^{\frac{R}{L}t} (R \sin \omega t - \omega L \cos \omega t) - e^{-\frac{R}{\omega L} \varphi_0} (R \sin \varphi_0 - \omega L \cos \varphi_0) + \right. \\ \left. + \frac{C}{B} \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{R} (e^{\frac{R}{L}t} - e^{\frac{R}{\omega L} \varphi_0}) + K_2 \right]. \quad (21)$$

Stałe całkowania K_1 i K_2 mogą być wyznaczone z warunków ciągłości natężenia prądu w stanie ustalonym

$$i_1(\omega t = -\varphi_0) = -i_2(\omega t = \pi - \varphi_0), \quad i_2(\omega t = \varphi_0) = i_1(\omega t = \varphi_0) \quad (22)$$

i wynoszą

$$K_1 = \frac{-B}{2A} \left[e^{-\frac{R}{\omega L} \varphi_0} (R \sin \varphi_0 + \omega L \cos \varphi_0) + e^{-\frac{R}{\omega L} (\pi - \varphi_0)} (R \sin \varphi_0 - \omega L \cos \varphi_0) + \right. \\ \left. + \frac{C}{B} \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{R} (e^{-\frac{R}{\omega L} \varphi_0} - e^{-\frac{R}{\omega L} (\pi - \varphi_0)}) \right] + \\ - \frac{1}{2} [e^{\frac{R}{\omega L} \varphi_0} (R \sin \varphi_0 - \omega L \cos \varphi_0) + e^{-\frac{R}{\omega L} \varphi_0} (R \sin \varphi_0 - \omega L \cos \varphi_0)], \quad (23)$$

$$K_2 = \frac{A}{2B} [e^{\frac{R}{\omega L} \varphi_0} (R \sin \varphi_0 - \omega L \cos \varphi_0) + e^{-\frac{R}{\omega L} \varphi_0} (R \sin \varphi_0 + \omega L \cos \varphi_0)] + \\ - \frac{1}{2} \left[e^{-\frac{R}{\omega L} \varphi_0} (R \sin \varphi_0 + \omega L \cos \varphi_0) + e^{-\frac{R}{\omega L} (\pi - \varphi_0)} (R \sin \varphi_0 - \omega L \cos \varphi_0) + \right. \\ \left. + \frac{C}{B} \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{R} (e^{-\frac{R}{\omega L} \varphi_0} - e^{-\frac{R}{\omega L} (\pi - \varphi_0)}) \right]. \quad (24)$$

Natężenie prądu $i(t)$ (rys. 3) płynącego przez obciążenie można także obliczyć rozkładając wyrażenie na napięcie (6) w szereg Fouriera i obliczając natężenie prądu dla każdej harmonicznej oddzielnie [2].

4. Siła elektromotoryczna indukcji wzajemnej

Siła elektromotoryczna $\mathcal{E}$ indukcji wzajemnej jest proporcjonalna do prędkości zmian natężenia prądu w uzwojeniu pierwotnym

$$\mathcal{E} = -M \frac{di}{dt}. \quad (25)$$

Współczynnikiem proporcjonalności jest indukcyjność wzajemna M , przy czym dla uproszczenia rozważań pomija się nasycenie i histerezę rdzenia.

Wartości pochodnej

$$\frac{di}{dt} = \begin{cases} \frac{di_1}{dt} & \text{dla } -\varphi_0 < \omega t < \varphi_0, \\ \frac{di_2}{dt} & \text{dla } \varphi_0 < \omega t < \pi - \varphi_0 \end{cases} \quad (26)$$

można obliczyć z zależności (20) i (21)

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{A\omega}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[R \cos \omega t + \omega L \sin \omega t - \frac{R}{\omega L} e^{-\frac{R}{\omega L}(\omega t + \varphi_0)} (R \sin \varphi_0 + \omega L \cos \varphi_0) - \right. \\ \left. - \frac{R}{\omega L} K_1 e^{-\frac{R}{\omega L} \omega t} \right], \quad (27)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{B\omega}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[R \cos \omega t + \omega L \sin \omega t + \frac{R}{\omega L} e^{-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \varphi_0)} (R \sin \varphi_0 - \omega L \cos \varphi_0) + \right. \\ \left. + \frac{C}{B} \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{\omega L} e^{-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \varphi_0)} - \frac{R}{\omega L} K_2 e^{-\frac{R}{\omega L} \omega t} \right]. \quad (28)$$

Przyjmuje się przy tym, że uzwojenie wtórne jest rozwarte i nie oddziałuje na natężenie prądu w uzwojeniu pierwotnym.

W dalszym ciągu rozważono jedynie dwa przypadki szczególne:

1 – uzwojenie pierwotne ma charakter indukcyjny

$$R \ll \omega L, \quad (29)$$

2 – uzwojenie pierwotne ma charakter rezystancyjny

$$\omega L \ll R. \quad (30)$$

W pierwszym przypadku (29) wartość siły elektromotorycznej można wyznaczyć bezpośrednio z równania różniczkowego (17) obwodu pierwotnego

$$u = L \frac{di}{dt}. \quad (31)$$

Wartość pochodnej może być podstawiona bezpośrednio do równania (25), co daje wyrażenie na siłę elektromotoryczną w postaci (por. rys. 3)

$$\mathcal{E}_L = \begin{cases} -\frac{M}{L} A \sin \omega t & \text{dla } -\varphi_0 < \omega t < \varphi_0, \\ -\frac{M}{L} (B \sin \omega t + C) & \text{dla } \varphi_0 < \omega t < \pi - \varphi_0. \end{cases} \quad (32)$$

Wartość średnia modułu siły elektromotorycznej wynosi

$$\mathcal{E}_{Lsr} = \frac{2M}{\pi L} \left[A(1 - \cos \varphi_0) + B \cos \varphi_0 + C \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0 \right) \right]. \quad (33)$$

Wartość skuteczna siły elektromotorycznej wyraża się równaniem

$$\mathcal{E}_{Lsk} = \frac{M}{L} \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[A^2 \left(\varphi_0 - \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0 \right) + B^2 \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0 + \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0 \right) + 4CB \cos \varphi_0 + \right. \\ \left. + C^2(\pi - 2\varphi_0) \right]}. \quad (34)$$

Siła elektromotoryczna indukcji wzajemnej osiąga wartość szczytową wówczas, gdy prędkość zmian natężenia prądu w obwodzie pierwotnym będzie największa, a więc dla wartości $\omega t = \pi/2$

$$\mathcal{E}_{Lsc} = -\frac{M}{L}(B+C). \quad (35)$$

W drugim przypadku, gdy obciążenie ma charakter rezystancyjny (por. (30)), pochodna natężenia prądu, zgodnie z równaniem (17), wynosi

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du}{dt}, \quad (36)$$

natomiast siła elektromotoryczna (por. rys. 3)

$$\mathcal{E}_R = \begin{cases} -\frac{\omega M}{R} A \cos \omega t & \text{dla } -\varphi_0 < \omega t < \varphi_0, \\ -\frac{\omega M}{R} B \cos \omega t & \text{dla } \varphi_0 < \omega t < \pi - \varphi_0. \end{cases} \quad (37)$$

Wartość średnia modułu siły elektromotorycznej wyraża się równaniem

$$\mathcal{E}_{Rsr} = \frac{2\omega M}{\pi R} [A \sin \varphi_0 + B(1 - \sin \varphi_0)], \quad (38)$$

zaś wartość skuteczna

$$\mathcal{E}_{Rsk} = \frac{\omega M}{R} \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[A^2 \left(\varphi_0 + \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0 \right) + B^2 \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0 - \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0 \right) \right]}. \quad (39)$$

Dla rozważanego przypadku siła elektromotoryczna osiąga wartość szczytową w momencie $\omega t = 0$

$$\mathcal{E}_{Rsc} = -\frac{\omega M}{R} A. \quad (40)$$

Przy dodatkowym założeniu $R_2 = 0$, co implikuje $B = 0$, a więc przypadek najbardziej niekorzystny (największy współczynnik zawartości harmonicznych), wielkości (33) ÷ (35) i (38) ÷ (40), charakteryzujące siłę elektromotoryczną indukcji wzajemnej, przyjmą postać

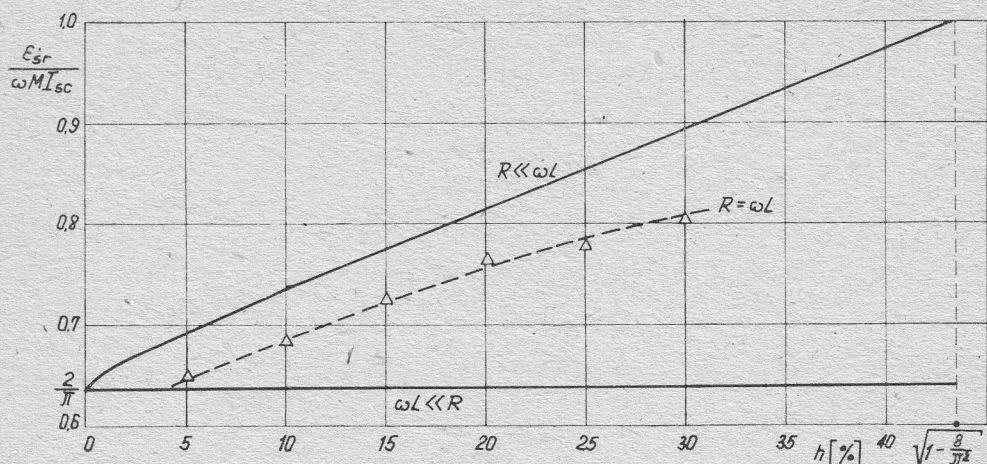
- wartość średnia modułu

$$\frac{\mathcal{E}_{Lsr}}{\omega M I_{sc}} = \frac{2}{\pi} \left[\frac{1 - \cos \varphi_0}{\sin \varphi_0} + \frac{\pi}{2} - \varphi_0 \right], \quad (41)$$

$$\frac{\mathcal{E}_{Rsr}}{\omega M I_{sc}} = \frac{2}{\pi}, \quad (42)$$

- wartość skuteczna

$$\frac{\mathcal{E}_{Lsk}}{\omega M I_{sc}} = \sqrt{\frac{\varphi_0 - \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0}{\pi \sin^2 \varphi_0} + 1 - \frac{2\varphi_0}{\pi}}, \quad (43)$$

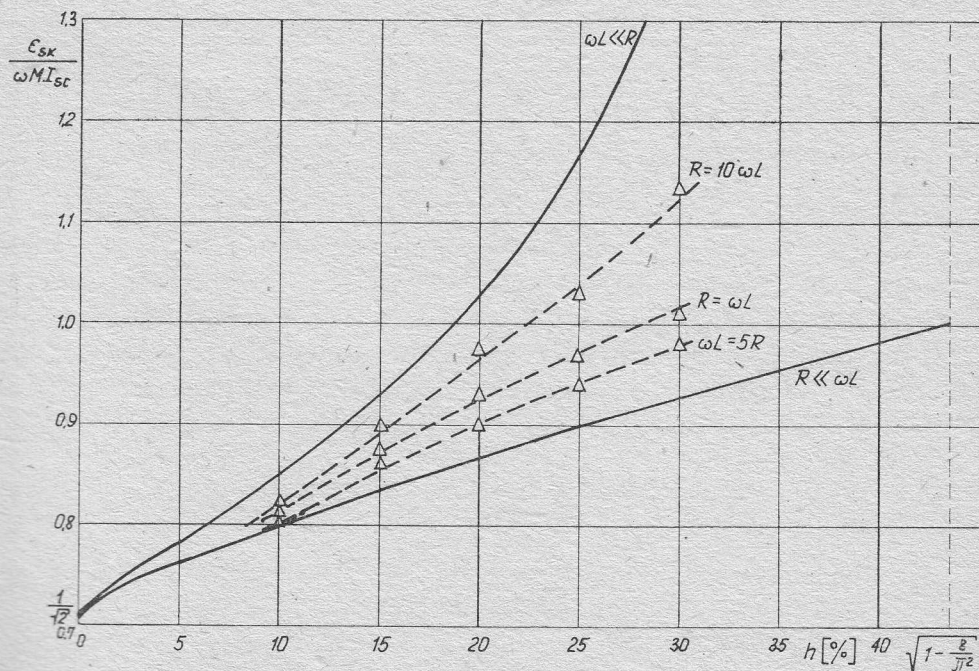


Rys. 5. Zależność wartości średniej siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej od współczynnika zawartości harmoniczych

$$\frac{\mathcal{E}_{Rsk}}{\omega M I_{sc}} = \sqrt{\frac{\varphi_0 + \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0}{\pi \sin^2 \varphi_0}}, \quad (44)$$

— wartość szczytowa

$$\frac{\mathcal{E}_{Lsc}}{\omega M I_{sc}} = 1, \quad (45)$$



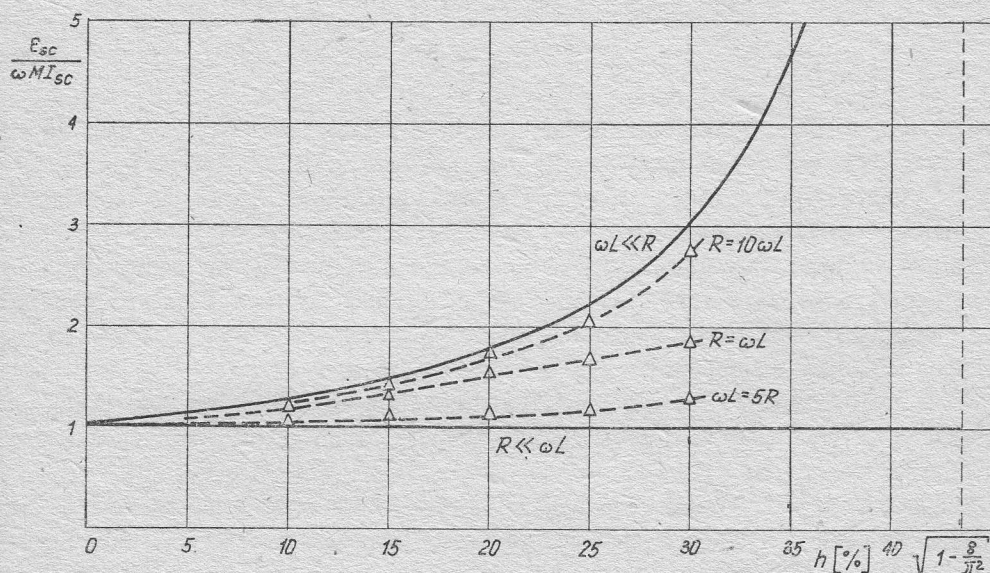
Rys. 6. Zależność wartości skutecznej siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej od współczynnika zawartości harmoniczych

$$\frac{\mathcal{E}_{Rsc}}{\omega M I_{sc}} = \frac{1}{\sin \varphi_0} \quad (46)$$

W równaniach (41)÷(46) zastosowano podstawienie (20) oraz

$$\frac{C}{\omega L} = \frac{C}{R} = I_{sc}, \quad (47)$$

oznaczające wartość szczytową natężenia prądu płynącego przez uzwojenie pierwotne.



Rys. 7. Zależność wartości szczytowej siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej od współczynnika zawartości harmonicznych

Po wyeliminowaniu z wyrażeń (41)÷(46) i (13) kąta φ_0 można otrzymać zależność opisującą wpływ współczynnika zawartości harmonicznych na wartość średnią, skuteczną i szczytową siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej. Przedstawiono je w formie wykresowej na rysunkach 5÷7. W przypadkach pośrednich, gdy żaden z warunków (29) ani (30) nie jest spełniony, wartości średnia, skuteczna lub szczytowa siły elektromotorycznej zawarte są w obszarze wyznaczonym przez pary krzywych z rysunków 5÷7. Dla przykładu na rysunkach tych przytoczono wyniki pomiarów wartości średniej, skutecznej i szczytowej siły elektromotorycznej (linia przerywana) dla uzwojenia pierwotnego, posiadającego różny stosunek $\omega L/R$ (w przypadkach tych nie jest spełniony warunek $B=0$, gdyż $R_2 \simeq 4\Omega$).

5. Zasilanie przetworników transformatorowych przebiegiem zniekształconym

Wyprowadzone zależności wskazują na ograniczenia, jakie istnieją przy stosowaniu zasilaczy stabilizowanych napięcia lub prądu zmiennego do zasilania przetworników transformatorowych. Stabilizacja, w wyniku której następuje „spłaszczenie” wierzchołka

sinusoidy, pozwala wprowadzić na utrzymanie stałej wartości średniej, skutecznej lub szczytowej natężenia prądu zasilającego, jednak jest przyczyną niekontrolowanych zmian siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej, a zatem przyczyną błędu pomiarowego. Należy przy tym zauważyć, że wartości średnia, skuteczna i szczytowa siły elektromotorycznej nie są czułe na zniekształcenia w jednakowym stopniu. Najbardziej wrażliwa jest wartość maksymalna, której względne zmiany spowodowane przyrostem napięcia zasilającego E w układzie z rysunku 1 są równe względnemu przyrostowi tego napięcia, gdy impedancja przetwornika ma charakter rezystancyjny

$$\frac{\Delta \mathcal{E}_{Rsc}}{\mathcal{E}_{Rsc}} = \frac{\Delta E}{E}. \quad (48)$$

Zależność ta wynika bezpośrednio z relacji (40) i (7). Wartość stosunku (48) dąży do zera jeżeli reaktancja indukcyjna przetwornika przewyższa wielokrotnie jego rezystancję (por. rys. 7). W pierwszym przypadku stosowanie miernika wartości szczytowej jest niewskazane, w drugim — zalecane.

Pomiar wartości szczytowej siły elektromotorycznej jest technicznie najprostszy i dlatego w przypadku stosowania zasilaczy stabilizowanych zniekształcających sinusoidę należy dążyć do zwiększenia stosunku $\omega L/R$, aby wpływ współczynnika zawartości harmonicznych był jak najmniejszy.

W żadnym przypadku nie jest wskazane stosowanie mierników wartości skutecznej, ze względu na wrażliwość wartości skutecznej siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej na zniekształcenia (por. rys. 6).

Magnetoelektryczne, wychyłowe wskaźniki pomiarowe reagują na wartość średnią napięcia zmiennego. Dlatego mogą być stosowane jako mierniki wartości średniej siły elektromotorycznej po jej wyprostowaniu. Pomiar taki jest zalecany w tych przypadkach, w których rezystancja uzwojenia pierwotnego przetwornika wielokrotnie przewyższa jego reaktancję indukcyjną (por. rys. 5).

W przypadku indukcyjnego charakteru impedancji, wrażliwość siły elektromotorycznej na zmiany napięcia zasilającego w układzie z rysunku 1 można wyznaczyć na podstawie wzoru (41)

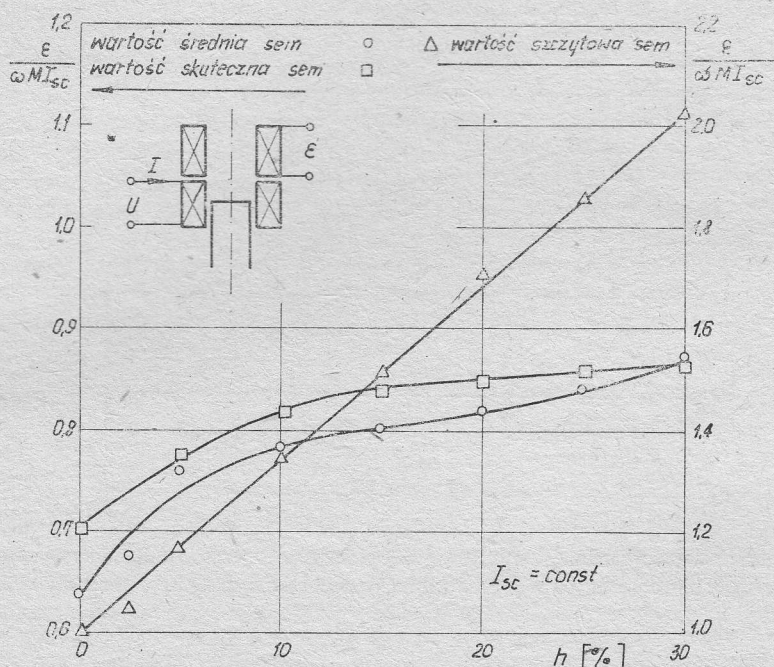
$$\frac{\Delta \mathcal{E}_{Lsr}}{\mathcal{E}_{Lsr}} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_1 + R_3}{R_3}\right)^2 \frac{C^2}{E^2}}}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_1 + R_3}{R_3}\right)^2 \frac{C^2}{E^2}} + \frac{\pi}{2} \frac{E}{C} \frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{E}{C} \frac{R_3}{R_1 + R_3} \arcsin \frac{C}{E} \frac{R_1 + R_3}{R_3}} \frac{\Delta E}{E}. \quad (49)$$

Wówczas, gdy nie ma dodatkowych wymagań co do wartości natężenia prądu zasilającego, wzrost rezystancji przetwornika można osiągnąć przez szeregowie włączenie rezystancji dodatkowej.

6. Zagadnienie błędów w pomiarach elektromagnetycznym przepływomierzem pływakowym

Zjawiska opisane w poprzednich rozdziałach uwidaczniają się także w przypadku wrzutowników ze swobodnie zawieszonym rdzeniem, np. elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego [3]. Zmiana kształtu prądu zasilającego oddziałuje na siłę elektro-

motoryczną indukcji wzajemnej podwójnie: a) poprzez zmianę siły magnetycznej działającej na rdzeń, proporcjonalnej do kwadratu wartości skutecznej natężenia prądu i związaną z tym zmianę położenia rdzenia, oraz b) poprzez zmianę siły elektromotorycznej

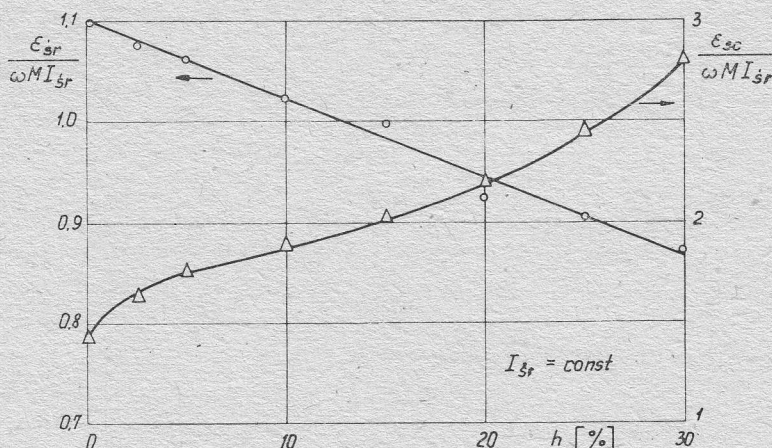


Rys. 8. Zależność wartości średniej, skutecznej i szczytowej siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej od współczynnika zawartości harmonicznych w przetworniku ze swobodnie zawieszonym rdzeniem dla $I_{sc} = \text{const}$

indukcji wzajemnej spowodowaną zmianą kształtu natężenia prądu w uzwojeniu pierwotnym (przypadek opisany w poprzednich rozdziałach). Zmiana położenia rdzenia spowodowana zmianą siły magnetycznej jest przyczyną zmian indukcyjności cewki, co zwrótnie wpływa na wartość skuteczną natężenia prądu. To złożone zjawisko najwygodniej jest przedstawić za pomocą funkcji empirycznej ujmującej zależność wartości średniej, skutecznej i szczytowej siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej od współczynnika zawartości harmonicznych (rys. 8). Siła elektromotoryczna znormalizowana została względem czynnika $\omega M I_{sc}$, w którym I_{sc} jest wartością szczytową natężenia prądu płynącego przez uzwojenie pierwotne, a ωM – reakcją wzajemną obu uzwojeń. Wartość ωM wyznaczono empirycznie przy zasilaniu przetwornika przebiegiem nieznieskształconym. Parametry uzwojenia pierwotnego z zawieszonym swobodnie rdzeniem dobrano w ten sposób, aby $R \approx \omega L$. Stabilizacja wartości szczytowej natężenia prądu zasilającego, najłatwiejsza do uzyskania w praktyce, nie pozwala uzyskać niezależności siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej od współczynnika zawartości harmonicznych, wprowadzonych przez układ stabilizujący (rys. 8).

Podobnie jest wówczas, gdy stabilizowana jest wartość średnia natężenia prądu (rys. 9). Na wykresie siłę elektromotoryczną znormalizowano względem czynnika $\omega M I_{sr}$.

Rozważania te stosują się bezpośrednio do elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego, w którym względny przyrost siły elektromotorycznej w uzwojeniu wtórnym spowodowany wzrostem zawartości harmoniczných jest identyczny jak na rysunkach 8 lub 9, w zależności od rodzaju stabilizacji.



Rys. 9. Zależność wartości średniej i szczytowej siły elektromotorycznej indukcji wzajemnej od współczynnika zawartości harmoniczných w przetworniku ze swobodnie zawieszonym rdzeniem dla $I_{sr} = \text{const}$

W pracy starano się wykazać, że istotne znaczenie dla dokładności pomiarów przetwornikami transformatorowymi ma nie tylko stabilne napięcie (prąd) zasilające, ale również kształt tego napięcia. Znaczna zależność sygnału pomiarowego od współczynnika zawartości harmoniczných zmniejsza dowolność w stosowaniu różnych stabilizatorów napięcia (prądu) zmiennego.

W praktyce w zależności od rodzaju stabilizacji można oczekiwać zmian współczynnika zawartości harmoniczných w granicach $h = \pm 5\%$ (stabilizator transduktorowy) przy zmianach napięcia zasilania o $\pm 10\%$. Wartość ta zależy ponadto od charakteru obciążenia i punktu pracy stabilizatora. Poza szczególnymi przypadkami, konieczne jest więc stosowanie jedynie stabilizatorów nie wprowadzających wyższych harmoniczných.

Praca wpłynęła do Redakcji we wrześniu 1979 r.

LITERATURA

- [1] A. I. Rudoj, *Analiz pogriessnostiej ograniczitiela sinusoidalnogo napriazhenija*. Problemy Tiechniczskoj Elektrodinamiki, 49/74, s. 64.
- [2] T. Cholewicki, *Elektrotechnika teoretyczna*. Warszawa 1971.
- [3] J. Śmigielski, *Elektromagnetyczne, pływakowe przetworniki wydatku i ciśnienia*. PWN, Warszawa – Poznań 1980.

Влияние высших гармоник на точность измерений трансформаторными датчиками

Резюме

В работе обсуждается влияние деформаций напряжения, в виде „урезания” вершин синусоиды на электродвижущую силу взаимной индукции. Это явление имеет истинное значение в случае питания трансформаторных датчиков из стабилизированных питателей, вводящих деформации такого рода. Представлен вывод аналитической формы хода по времени силы тока текущего через нагрузку RL , для заданной формы возбуждающего напряжения. Проведены расчеты значений среднего, эффективного и пикового электродвижущей силы взаимной индукции для избранных соотношений $\omega L/R$, а также приведены результаты измерений. Обсуждена также проблема ошибки, вытекающей из деформаций питающего напряжения в электромагнитном поплавковом расходомере.

The Influence of Harmonic Components on the Accuracy of Measurements with Transducers of Transformer Type

Summary

The paper deals with the effect of voltage distortion on the mutual induction EMF for the distorted waveform having the form of a sinusoid with cut-off peaks. The problem is important for transducers of transformer type supplied from constant-voltage regulators in which this kind of distortion takes place. The analytical form of the current waveform has been derived for a given form of voltage applied at RL load terminals. The mean, rms and peak values of the EMF in the second coil have been calculated for various $\omega L/R$ values and results of measurements have been given. The error of the electromagnetic float flowmeter caused by supply voltage distortion is also discussed.