

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
I N S T Y T U T M A S Z Y N P R Z E P Ł Y W O W Y C H

P R A C E
I N S T Y T U T U M A S Z Y N
P R Z E P Ł Y W O W Y C H

T R A N S A C T I O N S
O F T H E I N S T I T U T E O F F L U I D - F L O W M A C H I N E R Y

81

W A R S Z A W A - P O Z N A Ń 1981
P A Ń S T W O W E W Y D A W N I C T W O N A U K O W E

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA – EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
STEFAN PERYCZ · WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ROMUALD PUZYREWSKI
KAZIMIERZ STELLER (PRZEWODNICZĄCY · CHAIRMAN) · ROBERT SZEWAŁSKI
JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY – EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER – REDAKTOR – EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA – EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright

by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1981

Printed in Poland

ISBN 83-01-03053-4
ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE – ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 340 + 90 egz.

Ark. wyd. 8,75 Ark. druk. 7,125

Pap. druk. sat. kl. V, 70 g 70 × 100 cm.

Nr zam. 631/49. P-4/16.

Oddano do składania 25 VI 1980 r.

Podpisano do druku 13 IV 1981 r.

Druk ukończono w kwietniu 1981 r.

Cena zł 35,–

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

JANUSZ STELLER

Gdańsk

Opływ cieczą idealną układu profili umieszczonych między ściankami równoległymi*

Znany z literatury algorytm rozwiązujący postawione w tytule zagadnienie metodą osobliwości zestawiono z propozycją jego kombinacji z metodą odwzorowań konforemnych. Zastosowanie odwzorowania konforemnego w postaci wykładniczej zaproponowanej przez Prosnaka [6] pozwoliło kilkakrotnie skrócić czas obliczeń.

1. Wprowadzenie

Mimo od dawna prowadzonych badań modelowych płatów nośnych w tunelach przepływowych, dopiero w ostatnich latach opublikowane zostały numeryczne metody wyznaczania opływu cieczą doskonałą układu profili umieszczonych między ściankami równoległymi [6÷8]. Ich rozwój związany jest z rosnącym zainteresowaniem relacją między czułymi na rozkład ciśnień w przepływie potencjalnym parametrami aero- lub hydrodynamicznymi płata w tunelu i w warunkach przepływu nieograniczonego.

W niniejszej pracy dokonano zestawienia rozwiniętej przez Jacoba i Steinbacha metody punktów osobliwych z przedstawioną w dalszym ciągu modyfikacją, wykorzystującą pewne odwzorowanie konforemne.

2. Metoda punktów osobliwych

2.1. Podstawy teoretyczne

Wspomniany na wstępie algorytm Jacoba i Steinbacha [8] stanowi wariant metody Martensena [5], w której pole przepływu przez układ profili traktuje się jako superpozycję pola przepływu niezakłóconego oraz nałożonego na kontury profili rozkładu wirów. Uwzględnienie wszystkich przyczynków prowadzi wprost do równania

$$\psi(x, y) = \psi_0(x, y) + \frac{1}{2\pi} \sum_i \oint_{K_i} \gamma_i(\sigma_i) \ln \frac{1}{r(s, \sigma_i)} d\sigma_i + \text{const}, \quad (2.1)$$

* Praca wykonana w ramach problemu międzyresortowego MR. I. 26, pt. „Podstawy projektowania maszyn i urządzeń energetycznych”, grupa tematyczna 07.

gdzie $\psi(x, y)$ – funkcja prądu przepływu superponowanego w punkcie $s=(x, y)$, $\psi_0(x, y)$ – funkcja prądu przepływu niezakłóconego w punkcie $s=(x, y)$, σ_i – punkt bieżący na konturze K_i i -tego profilu ($i=1, 2, \dots, I$), $\gamma_i(\sigma_i)d\sigma_i$ – natężenie wiru na odcinku $[\sigma_i, \sigma_i + d\sigma_i]$, $r(s, \sigma_i)$ – odległość punktów s i σ_i .

Martensen wykazał, że $\gamma_i(\sigma_i)$ jest jednocześnie prędkością styczną do konturu w punkcie σ_i w przepływie superponowanym. Jeśli $s=(x, y)$ jest punktem położonym na jednym z konturów K_i , to różniczkowanie równania (2.1) w kierunku stycznym do konturu wraz z żądaniem pewnego rozkładu (w szczególności znikania) składowej normalnej prędkości prowadzi do metod opisanych w pracach [3, 4]. Różniczkowanie w kierunku normalnym do konturu wraz z żądaniem znikania składowej stycznej po jego stronie wewnętrznej prowadzi do metod opisanych w pracach [1, 2, 8]. Jeśli przepływ niezakłócony odbywa się wzdłuż prostoliniowych linii prądu, to otrzymuje się układ równań całkowych

$$v_t(s_k) + \frac{1}{\pi} \sum_i \frac{\partial}{\partial n_k} \oint_{K_i} v_t(\sigma_i) \ln \frac{1}{r(s_k, \sigma_i)} d\sigma_i = -2V_\infty \frac{\partial}{\partial n_k} (y_k \cos \alpha - x_k \sin \alpha), \quad (2.2)$$

gdzie $v_t(s_k)$ jest prędkością styczną do k -tego profilu w punkcie $s_k=(x_k, y_k)$, n_k – jednostkowym wektorem normalnym do k -tego profilu, natomiast $V_\infty \cos \alpha$, $V_\infty \sin \alpha$ – składowymi wektora prędkości przepływu niezakłóconego.

Dyskretna parametryzacja

$$x_\mu^{(k)} \equiv x_k(\varphi_\mu^{(k)}) \text{ i } y_\mu^{(k)} \equiv y_k(\varphi_\mu^{(k)}),$$

gdzie $\mu=0, 1, \dots, 2N_k-1$, $\varphi_\mu^{(k)}=(\mu/N_k)\pi$, natomiast $2N_k$ jest liczbą punktów na k -tym konturze – prowadzi do układu równań liniowych względem zmiennych $w_{\mu\nu}^{(j)}$

$$\sum_j \frac{1}{2N_j} \sum_{\nu=0}^{2N_j-1} K_{\mu\nu}^{(kj)} w_{\nu}^{(j)} = 2V_\infty (\dot{x}_\mu^{(k)} \cos \alpha + \dot{y}_\mu^{(k)} \sin \alpha), \quad (2.3)$$

gdzie kropki nad współrzędnymi oznaczają różniczkowanie względem parametru φ ,

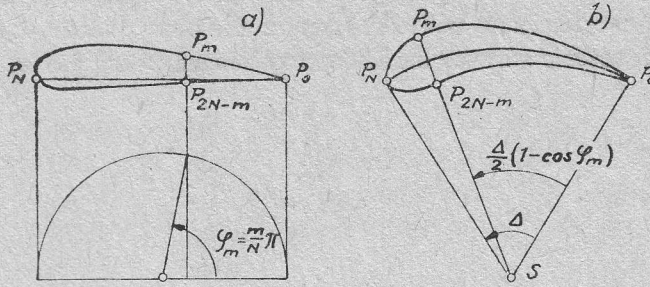
$$w_{\nu} \equiv v_t(x_\nu^{(k)}, y_\nu^{(k)}) \sqrt{[\dot{x}_\nu^{(k)}]^2 + [\dot{y}_\nu^{(k)}]^2}, \quad (2.3a)$$

$$K_{\mu\nu}^{(kj)} \equiv \begin{cases} -2 \frac{\dot{y}_\mu^{(k)}(x_\mu^{(k)} - x_\nu^{(j)}) - \dot{x}_\mu^{(k)}(y_\mu^{(k)} - y_\nu^{(j)})}{(x_\mu^{(k)} - x_\nu^{(j)})^2 + (y_\mu^{(k)} - y_\nu^{(j)})^2}, & \mu \neq \nu \text{ lub } k \neq j, \\ -\sum_{\substack{\mu=0 \\ \mu \neq \nu}}^{2N_j-1} K_{\mu\nu}^{(jj)}, & \mu = \nu \text{ i } k = j. \end{cases} \quad (2.3b)$$

Pochodne funkcji $f=f(\varphi)$ o okresie 2π , zadanej w $2N$ węzłach $\varphi_\mu=\mu\pi/N$ ($\mu=0, 1, \dots, \dots, 2N-1$), znaleźć można z równania

$$\dot{f}_\mu = \sum_{\nu=1}^{2N-1} D_\nu f_{\mu+\nu}, \quad \text{gdzie} \quad D_\nu = \frac{(-1)^{\nu+1}}{2} \operatorname{ctg} \left(\nu \frac{2\pi}{4N} \right). \quad (2.4)$$

Z równania (2.2) wynika jedynie żądanie, by $x(\varphi)$ i $y(\varphi)$ były funkcjami o okresie 2π i ciągłych, nieznikających równocześnie pochodnych. Obliczenia numeryczne potwierdzają, że ze względu na wykorzystywany we wzorze (2.4) rozkład Fouriera, szczególnie wskazana jest parametryzacja zilustrowana rysunkiem 1.



Rys. 1. Zalecane sposoby parametryzacji profili o mało wygiętej (a) i wyraźnie wygiętej (b) linii szkieletowej

Z uwagi na spełnione tożsamościowo związki

$$\sum_{\mu=0}^{2N_j-1} K_{\mu\nu}^{(jj)} = \sum_{\mu=0}^{2N_j-1} \dot{x}_{\mu}^{(j)} = \sum_{\mu=0}^{2N_j-1} \dot{y}_{\mu}^{(j)} = 0,$$

równania układu (2.3) są zależne. Rezygnacja z równań zawierających współczynniki $K_0^{(kj)}$ oraz żądanie zerowania się prędkości na ostrzach (warunek Kutty-Żukowskiego) prowadzi do układu $N = \sum_j (2N_j - 1)$ niezależnych równań postaci

$$\sum_j \frac{1}{2N_j} \sum_{\nu=1}^{2N_j-1} K_{\mu\nu}^{(kj)} w_{\nu}^{(j)} = 2V_{\infty} (\dot{x}_{\mu}^{(k)} \cos \alpha + \dot{y}_{\mu}^{(k)} \sin \alpha), \quad (2.5)$$

gdzie $\mu = 1, \dots, 2N_k - 1$, natomiast $k = 1, 2, \dots, I$.

Ze względu na dużą liczbę niewiadomych warto zastosować algorytm iteracyjny Gaussa-Seidela, polegający na rozwiązywaniu układu równań partiami dla $k = 1, 2, \dots, I$ przy wyznaczonych z poprzednich obliczeń rozkładach prędkości na profilach o indeksie $i \neq k$. Dalsze skrócenie czasu obliczeń można uzyskać [2] interpolując co drugą niewiadomą $w_{\nu}^{(i)}$ wzorem

$$w_{\nu}^{(i)} = \frac{1}{16} (-w_{\nu-3}^{(i)} + 9w_{\nu-1}^{(i)} + 9w_{\nu+1}^{(i)} - w_{\nu+3}^{(i)}). \quad (2.6)$$

W rezultacie układ równań (2.5) sprowadza się do układu

$$\sum_j \frac{1}{4N_j} \sum_{\nu=2,4,6,\dots}^{N_j-1} K_{\mu\nu}^{*(ij)} w_{\nu}^{(i)} = 2V_{\infty} (\dot{x}_{\mu}^{(i)} \cos \alpha + \dot{y}_{\mu}^{(i)} \sin \alpha), \quad (2.7)$$

gdzie $\mu = 2, 4, 6, \dots, N_i - 1$.

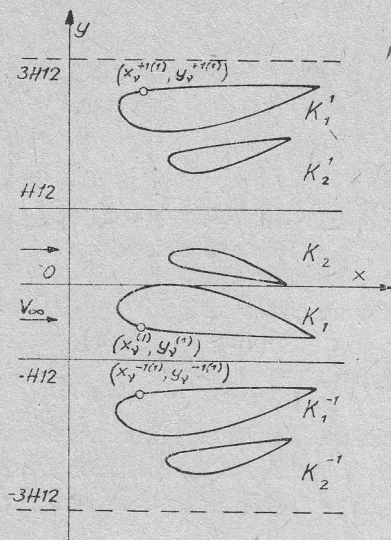
$$K_{\mu\nu}^{*(ij)} = K_{\mu\nu}^{(ij)} + \frac{1}{16} (-K_{\mu\nu-3}^{(ij)} + 9K_{\mu\nu-1}^{(ij)} + 9K_{\mu\nu+1}^{(ij)} - K_{\mu\nu+3}^{(ij)}). \quad (2.8)$$

Wielkości występujące w równaniach (2.6) i (2.8) należy traktować jako okresowe względem dolnych indeksów. Okres ten równy jest liczbie punktów na odpowiednim profilu.

2.2. Przepływ między ściankami równoległymi

Geometria przepływu wraz z obowiązującą dla potencjału zespolonego zasadą symetrii Schwarza sprawia, że zarysowany na wstępie problem opływu układu I profili umieszczo-

nych między ściankami równoległymi jest równoważny zagadnieniu wyznaczenia pola przepływu przez naprzemienną palisadę przedstawioną na rysunku 2. Z rysunku tego wynika również znaczenie górnych indeksów przy zmiennych x_v , y_v i w_{tv} .



Rys. 2. Szkic do algorytmu Steinbacha

Korzystając z będących rezultatem symetrii takiego układu związków

$$x_v^{\pm 1(i)} = x_v^{(i)}, \quad y_v^{\pm 1(i)} = \pm H - y_v^{(i)},$$

$$x_v^{\pm 2(i)} = x_v^{(i)}, \quad y_v^{\pm 2(i)} = \pm H + y_v^{(i)},$$

$$x_v^{\pm 3(i)} = x_v^{(i)}, \quad y_v^{\pm 3(i)} = \pm 2H - y_v^{(i)}$$

...itd.

oraz

$$w_{tv}^{\pm 1(i)} = -w_{tv}^{(i)}, \quad w_{tv}^{\pm 2(i)} = w_{tv}^{(i)}, \quad w_{tv}^{\pm 3(i)} = -w_{tv}^{(i)}$$

...itd.,

gdzie $i=1, 2, \dots, I$, $v=0, 1, \dots, 2N_i-1$, natomiast H jest odległością ścianek tunelu, łatwo spostrzec, że w układzie równań liniowych (2,5) wystarczy zastąpić elementy macierzowe $K_{\mu\nu}^{ij}$ współczynnikami

$$\tilde{K}_{\mu\nu}^{ij} = K_{\mu\nu}^{ij} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (K_{\mu\nu}^{(i,-nj)} + K_{\mu\nu}^{(i,+nj)}), \quad (2.9)$$

gdzie

$$K_{\mu\nu}^{(i,\pm nj)} = -2 \frac{y_{\mu}^{(i)}(x_{\mu}^{(i)} - x_{\nu}^{(j)}) - x_{\mu}^{(i)}(y_{\mu}^{(i)} - y_{\nu}^{\pm nj(j)})}{(x_{\mu}^{(i)} - x_{\nu}^{(j)})^2 + (y_{\mu}^{(i)} - y_{\nu}^{\pm nj(j)})^2}$$

oraz przyjąć $\alpha=0^\circ$.

W pracy [8] stwierdza się, że celem uzyskania zadowalającej dokładności należy zazwyczaj uwzględnić 30 - 40 wyrazów szeregu (2.9). Dalsze zwiększenie dokładności można uzyskać szacując resztę szeregu elementarną całką względem indeksu n [10].

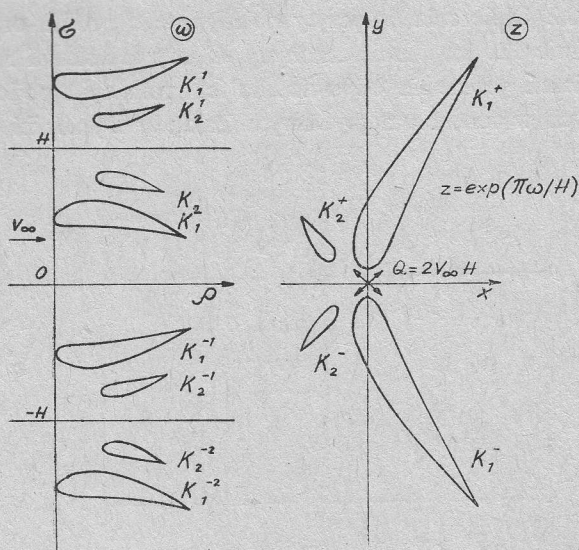
3. Metoda kombinowana

Sumowanie szeregów (2.9) wydłuża algorytm i wpływa niekorzystnie na czas obliczeń. Prezentowana niżej metoda nie zawiera tego rodzaju niedogodności, a jej dokładność zależy, poza błędami zaokrągleń, jedynie od liczby uwzględnionych punktów na konturze oraz sposobu rozwiązywania układu (2.5).

W dalszym ciągu punkty położone w zespolonej płaszczyźnie przepływu oznaczane będą symbolem $\omega = \rho + i\sigma$, natomiast punkty w płaszczyźnie pomocniczej – symbolem $z = x + iy$. Odwzorowanie konforemne

$$z = \exp(2\pi\omega/t),$$

gdzie $t = 2H$, przeprowadza palisadę z rysunku 2 w układ 2I profili umieszczonych symetrycznie względem osi liczb rzeczywistych (rys. 3). Przepływ równoległy przy $\operatorname{Re} \omega \rightarrow -\infty$ transformuje się w umieszczone w początku układu współrzędnych źródło o natężeniu $Q = V_\infty t$, natomiast przepływ równoległy przy $\operatorname{Re} \omega \rightarrow \infty$ – w upust umieszczony w $z = \infty$ [6].



Rys. 3. Odwzorowanie konforemne palisady naprzemiennej w symetryczny układ profili

Wykorzystanie symetrii otrzymanego układu pozwala zapisać układ równań (2.5) w postaci

$$\sum_j \frac{1}{2N_j} \sum_{v=1}^{2N_j-1} (K_{\mu v}^{(ij)} - K_{\mu v}^{(i,-j)}) w_{iv} = \frac{Q}{\pi} \frac{x_\mu^{(i)} \dot{x}_\mu^{(i)} + y_\mu^{(i)} \dot{y}_\mu^{(i)}}{(x_\mu^{(i)})^2 + (y_\mu^{(i)})^2}, \quad (3.1)$$

gdzie elementy macierzowe $K_{\mu v}^{(ij)}$ zostały określone równaniem (2.3b), natomiast

$$K_{\mu v}^{(i,-j)} = -2 \frac{\dot{y}_\mu^{(i)}(x_\mu^{(i)} - x_v^{(j)}) - \dot{x}_\mu^{(i)}(y_\mu^{(i)} + y_v^{(j)})}{(x_\mu^{(i)} - x_v^{(j)})^2 + (y_\mu^{(i)} + y_v^{(j)})^2}. \quad (3.1a)$$

Z równania (2.3a) wynika, że prędkość zespolona w płaszczyźnie z wyraża się wzorem

$$\left. \frac{dW}{dz} \right|_{z=x_v^{(i)}+iy_v^{(i)}} = w_{iv}^{(i)} \frac{\dot{x}_v^{(i)} - i\dot{y}_v^{(i)}}{(\dot{x}_v^{(i)})^2 + (\dot{y}_v^{(i)})^2}, \quad (3.2)$$

natomiast prędkość w płaszczyźnie przepływu – wzorem

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{\pi}{H} w_{iv}^{(i)} \frac{(x_v^{(i)} \dot{x}_v^{(i)} + y_v^{(i)} \dot{y}_v^{(i)}) + i(\dot{x}_v^{(i)} y_v^{(i)} - x_v^{(i)} \dot{y}_v^{(i)})}{(\dot{x}_v^{(i)})^2 + (\dot{y}_v^{(i)})^2}, \quad (3.3)$$

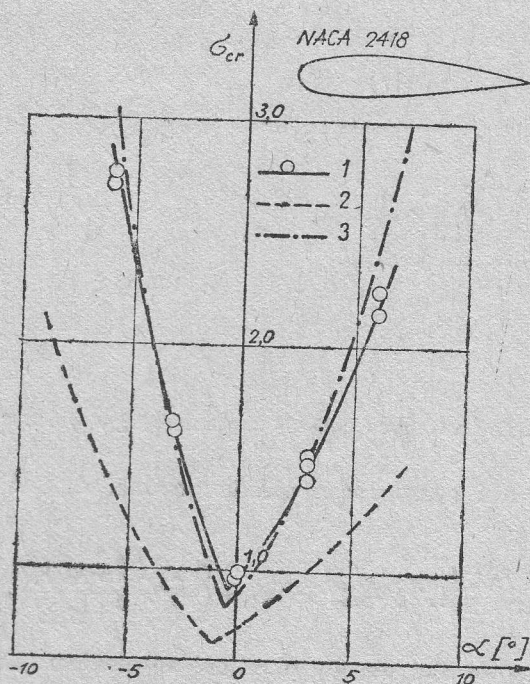
gdzie $\omega = H \ln(x_v^{(i)} + iy_v^{(i)})/\pi$, natomiast W jest potencjałem zespolonym.

Wynik obliczeń nie zmienia się, jeśli w równaniu (3.1) przyjąć $Q = 2\pi$, a następnie pomnożyć wyrażenie (3.3) przez $V_\infty H/\pi$. Prędkość styczna do profilu umieszczonego między ściankami równoległymi wyraża się wówczas równaniem

$$v_{iv}^{(i)} = V_\infty w_{iv}^{(i)} \sqrt{(x_v^{(i)} \dot{x}_v^{(i)} + y_v^{(i)} \dot{y}_v^{(i)})^2 + (\dot{x}_v^{(i)} y_v^{(i)} - x_v^{(i)} \dot{y}_v^{(i)})^2} / [(\dot{x}_v^{(i)})^2 + (\dot{y}_v^{(i)})^2]. \quad (3.4)$$

4. Wyniki numeryczne

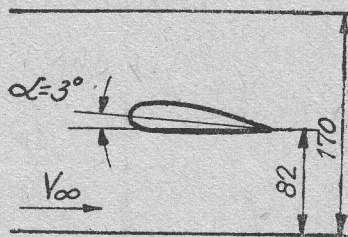
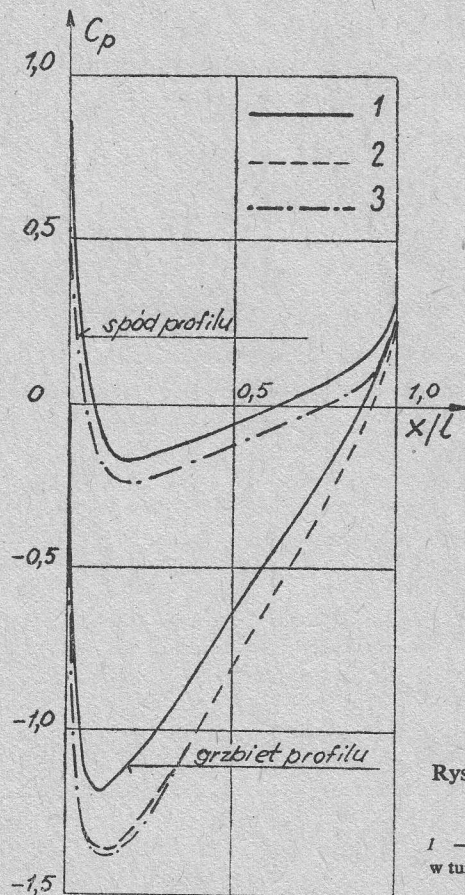
Opisany w poprzednim rozdziale algorytm był wielokrotnie sprawdzany na maszynie cyfrowej ODRA 1204. Obliczenia dotyczyły pojedynczego profilu oraz układu 3 profili NACA 2418 o cięciwie 120 mm umieszczonych między ściankami równoległymi. Założona w trakcie obliczeń geometria odpowiadała ich położeniu podczas badań kawitacyjnych prowadzonych w tunelu przepływowym Zakładu Dynamiki Cieczy IMP PAN.



Rys. 4. Wrażliwość kawitacyjna profilu NACA 2418

1 – krzywa doświadczalna, 2 – krzywa teoretyczna (bez wpływu ścianek), 3 – krzywa teoretyczna (przepływ w tunelu)

W wyniku obserwacji zjawisk zachodzących na pojedynczym płacie stwierdzono uprzednio [9] wyraźne przesunięcie doświadczalnej krzywej wrażliwości kawitacyjnej względem krzywej teoretycznej, uzyskanej z modelu przepływu nieograniczonego ściankami (rys. 4). Obliczenia algorytmem z poprzedniego rozdziału pozwoliły usunąć tę niezgodność, wskazując jednocześnie, że ich rezultaty – w zakresie stosowności modelu ciecchy doskonałej – są bliskie rzeczywistości.

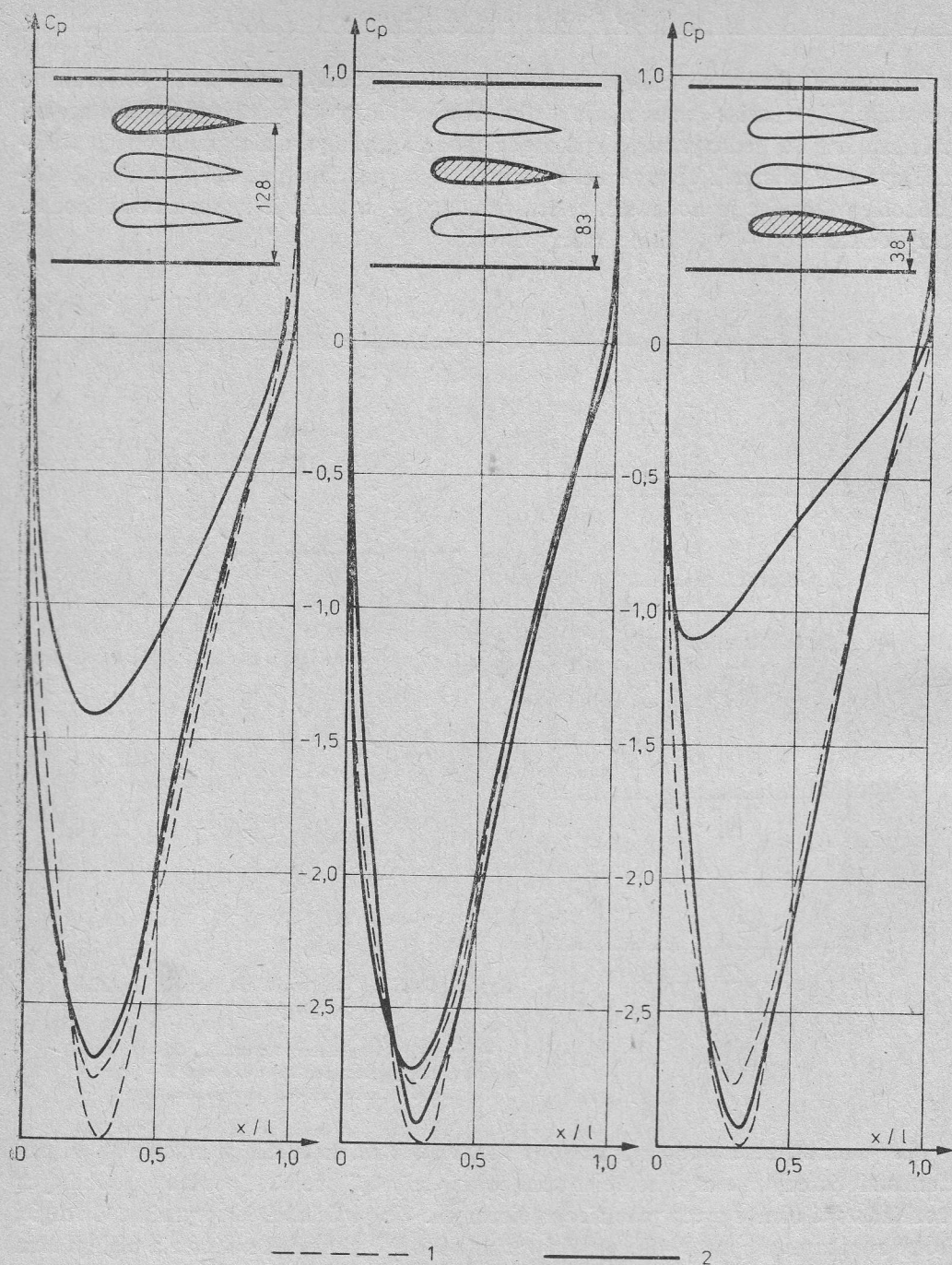


Rys. 5. Rozkład ciśnienia na profilu NACA 2418 ($\alpha = 3^\circ$)

1 – przepływ nieograniczony ściankami, 2 – przepływ w tunelu liczony metodą punktów osobliwych, 3 – przepływ w tunelu liczony metodą kombinowaną

Na rysunku 5 zestawiono przykładowo rozkład ciśnień na profilu w przepływie między ściankami liczony metodą kombinowaną oraz „czystą” metodą punktów osobliwych z rozkładem ciśnień w przepływie nieograniczonym. Wpływ ścianek jest wyraźny. Z drugiej strony zwraca uwagę zgodność wyników obu metod, jakkolwiek obliczenia algorytmem z rozdziału 3 trwały ponad trzykrotnie krócej od obliczeń „czystą” metodą punktów osobliwych.

Dobłą ilustracją wpływu ścianek jest również rysunek 6, przedstawiający rozkład ciśnienia na trójpłatowej palisadzie profili NACA 2418. Okazuje się, że przy małych kątach odchylenia cięciwy od osi tunelu, wpływ ten ogranicza się do powierzchni położonych najbliżej ścianek. W związku z tym, o ile przepływ nie jest istotnie zakłócony



Rys. 6. Rozkład ciśnień na układzie 3 profili NACA 2418 ($\alpha=0^\circ$)

1 — profil w palisadzie nieskończonej, 2 — profil w palisadzie trójplatawej umieszczonej między ściankami równoległymi

Uzyskane rezultaty nie tylko potwierdzają użyteczność opisanego wcześniej algorytmu, ale wskazują na celowość prób łączenia metody odwzorowań konforemnych oraz punktów osobliwych przy rozwiązywaniu zagadnień płaskich. Zysk czasowy w stosunku do „czystych” metod odwzorowań konforemnych lub punktów osobliwych może okazać się tutaj bardzo znaczny.

Literatura

- [1] K. Jacob, *Berechnung der Potentialströmung um mehrere Profile mit gegenseitiger Beeinflussung*. Mitteilungen aus dem Max-Planck-Institut für Strömungsforschung und Aerodynamischen Versuchsanstalt, Nr 27, 1962.
- [2] K. Jacob, F. W. Riegels, *Druckverteilung endlich dicker Profile*. Z. Flugwiss., vol. 11, 357, 1963.
- [3] K. Jacob, *Berechnung der Potentialströmung um Profile mit Absaugung und Ausblasen*. Ing. Arch., vol. 32, 51, 1963.
- [4] K. Jacob, *Berechnung der abgelösten inkompressiblen Strömung um Tragflügelprofile und Bestimmung des maximalen Auftriebs*. Z. Flugwiss. vol. 17, 221, 1969.
- [5] E. Martensen, K. von Sengbusch, *Über die Randkomponenten ebener harmonischer Vektorfelder*. Arch. Rat. Mech. Anal., vol. 5, 46, 1960.
- [6] W. J. Prosnak, *On a method of computing the plane steady flow around a profile situated between straight parallel lines*. Bull. Ac. Pol. Sci., Sér. Sci. Tech., vol. 20, no. 4, 1, 1972.
- [7] W. J. Prosnak, *Some special cases of potential flow around multiconnected airfoil sections*. Bull. Ac. Pol. Sci., Sér. Sci. Tech., vol. 25, no. 7, 37, 1977.
- [8] D. Steinbach, *Berechnung der Strömung mit Ablösung für Profile und Profilsysteme in Bodennähe oder in geschlossenen Kanälen*. Z. Flugwiss. Weltraumforsch., vol. 2, 293, 1978.
- [9] J. Steller, *Rozwój kawitacji na profilu przy różnych kierunkach napływu*. Zesz. Nauk. IMP PAN, nr 68/965/79.
- [10] J. Steller, *Opływ cieczą idealną pojedynczego profilu umieszczonego między ściankami równoległymi*. Zesz. Nauk. IMP PAN, nr 76/980/79.

Резюме

Предложенный Д. Штейнбахом [8] алгоритм определения методом Мартенсена распределения скорости на системе I профилей между параллельными стенками, считаемой фрагментом поперечной решетки, представлен вместе с предложением его комбинации с методом конформных отображений. Применение конформного отображения $z \rightarrow \exp(\pi z/H)$, где H — расстояние стенок, позволило привести проблему к обтеканию симметричной системы $2I$ профилей с источником помешенном в начале системы координат, а также избежать трудоемкого суммирования элементов рядов определяющих коэффициенты решаемой системы уравнений.

Flow of Perfect Liquid through a System of Profiles Placed between Parallel Walls

Summary

The algorithm as presented by D. Steinbach [8] in which the Martensen method was adopted for determination of the velocity distribution in a system of I profiles between parallel walls — the system having been regarded as a part of alternating grid of blades — is compared to its combination with the method of conformal representations. By the conformal representation $z \rightarrow \exp(\pi z/H)$, where H is the distance between the walls, the problem was reduced to that of a flow through a symmetric system of $2I$ profiles with the source at the coordinate system origin. Tedious summing of contributions to the coefficients of the set of equations solved could thus be avoided.