

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

79

WARSZAWA - POZNAŃ 1980
P A Ń S T W O W E W Y D A W N I C T W O N A U K O W E

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA — EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
STEFAN PERYCZ · WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ROMUALD PUZYREWSKI
KAZIMIERZ STELLER (PRZEWODNICZĄCY — CHAIRMAN) · ROBERT SZEWAŁSKI
JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY — EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER — REDAKTOR — EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA — EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN

ul. Gen. Józefa Fiszersa 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright

by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1980

Printed in Poland

ISBN 83-01-02691-X

ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE — ODDZIAŁ W POZNANIU

Wydanie I. Nakład 370+90 egz. Ark. wyd. 11. Ark. druk. 8,25. Papier sat. kl. V, 70 g,
70×100. Oddano do składania 2 I 1980 r. Podpisano do druku w listopadzie 1980 r. Druk
ukończono w listopadzie 1980 r. Zam. nr 343/20, T-6/506.

Cena zł 40.—

DRUKARNIA UNIWERSYTETU IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

JAROSŁAW MIKIELEWICZ

Gdańsk

Adiabatyczny przepływ warstwy cieczy w kanale*

W pracy podano zależności pozwalające na obliczenie parametrów fazy ciekłej i gazowej w przepływie. Przepływ fazy gazowej potraktowano jako jednowymiarowy. W rezultacie otrzymano proste zależności analityczne, opisujące zmianę grubości warstwy cieczy wzdłuż kanału.

Spis oznaczeń

A – przekrój kanału,
 c – ciepło właściwe,
 d – średnica kanału,
 $D = -\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx}$ – parametr zdefiniowany w (29),

G – natężenie przepływu,
 p – ciśnienie,
 R – stała gazowa,
 T – temperatura,
 u – prędkość,
 U – obwód kanału,
 x – współrzędna wzdłużna kanału,
 y – współrzędna poprzeczna kanału,
 α – współczynnik przejmowania ciepła,
 δ – grubość warstwy cieczy,
 μ – lepkość dynamiczna,

ν – lepkość kinematyczna,
 τ – naprężenia styczne,
 ρ – gęstość,
 ζ – współczynnik tarcia,
 Nu – liczba Nusselta,
 Re – liczba Reynoldsa,
 Pr – liczba Prandtla.

Indeksy dotyczą:

e – średnicy hydraulicznej,
 i – granicy rozdziału faz,
 g – gazu,
 f – cieczy,
 p – ciśnienia,
 n – kolejnego przybliżenia,
 x, y – odpowiednich współrzędnych,
 0 – warunków początkowych.

1. Wstęp

Badania podjęto w związku z prowadzonymi w Instytucie Maszyn Przepływowych szerszymi badaniami na temat ruchu warstw cieczy (wody) w kanałach kierowniczych i łopatkowych turbin parowych. Przepływ cienkiej warstwy cieczy w kanale występuje również przy chłodzeniu łopatek turbin gazowych lub też dysz rakiet.

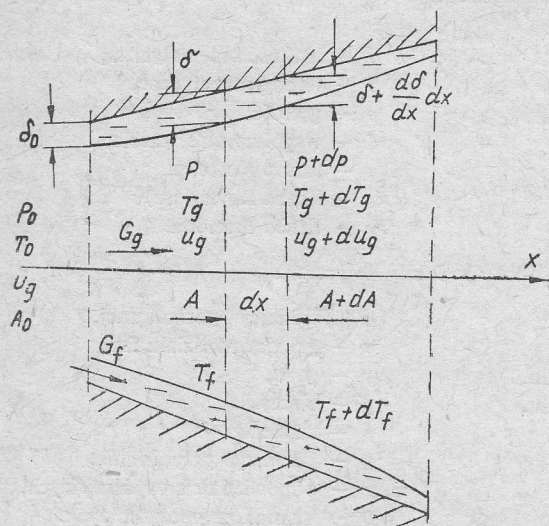
* Pracę wykonano w ramach problemu międzyresortowego MR. I. 26, „Podstawy projektowania maszyn i urządzeń energetycznych”, grupa tematyczna 06.

Zwykle w literaturze przedmiotu przepływ filmu cieczowego traktowany jest niezależnie od ruchu fazy gazowej. Jako sprzężenie przyjmuje się jedynie ten sam gradient ciśnienia oraz naprężenia styczne na granicy rozdziału faz. W niniejszej pracy obie fazy są rozpatrywane łącznie. Analiza ma charakter uproszczony, jej celem jest pokazanie wpływu ruchu jednej fazy na drugą w przepływie dwufazowym w kanale o zmiennym przekroju.

W pracy podano zależności pozwalające na określenie parametrów fazy gazowej oraz fazy ciekłej w zależności od współrzędnej kanału. Rozpatrzono zarówno ściśliwy jak i nieściśliwy ruch fazy gazowej. Przeprowadzona analiza pozwala na obliczenie zmiany grubości warstwy cieczy płynącej po ścianie kanału, spowodowanej przepływem obu faz w kanale.

2. Wyprowadzenie zależności wiążących przepływ warstwy

Rozważmy kanał (rys. 1), w którym przepływa faza gazowa, a po jego ścianie płynie warstwa cieczy (filmu). Załóżmy, że w danym przekroju kanału $A(x)$ prędkość gazu wynosi u_g , temperatura T_g , ciśnienie p_g , a dla filmu, prędkość u_f , temperatura T_f . Zmiana długości o dx powoduje zmianę przekroju kanału o dA . Określmy parametry w nowym przekroju.



Rys. 1. Kanał w którym przepływa faza gazowa oraz warstwa cieczy

Założmy, że istnieje wymiana ciepła i pędu między filmem a gazem. Ponadto przyjmujemy, że:

- wymiana masy między filmem a gazem jest pomijalna,
- przepływ jest adiabatyczny,
- dysypacja energii jest pomijalna w fazie gazowej,
- przepływ jest jednowymiarowy,
- gaz ma własności gazu idealnego,
- własności cieczy tworzącej film są stałe,
- film cieczowy jest na tyle cienki, że można uważać, że przepływ gazu odbywa się całym przekrojem kanału,

– przepływ filmu jest laminarny.

Równanie ciągłości masy daje zależności:

– dla gazu

$$\rho_g u_g A = G_g, \quad (1)$$

– dla filmu

$$\rho_f \delta_f u_f U = G_f, \quad (2)$$

gdzie ρ_g, ρ_f – gęstości gazu i filmu, odpowiednio u_g, u_f prędkości gazu i filmu, δ_f – grubość filmu, U – obwód kanału o przekroju $A(x)$.

Równanie stanu gazu można przedstawić w postaci:

$$p = \rho_g R_g T_g \quad (3)$$

lub, wykorzystując równanie ciągłości (1), jako

$$p = \frac{G_g}{u_g A} R_g T_g, \quad (4)$$

gdzie R_g – stała gazowa.

Z równania (4) wynika, że

$$dp = G_g R_g \left(\frac{dT_g}{A u_g} - \frac{T_g dA}{A^2 u_g} - \frac{T_g du_g}{u_g^2 A} \right), \quad (5)$$

a dalej

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT_g}{T_g} - \frac{du_g}{u_g} - \frac{dA}{A}. \quad (6)$$

Przy pominięciu dysypacji energii mechanicznej równanie ruchu dla obu faz można przedstawić jako

$$-dp = G_f \frac{du_f}{\delta U} + G_g \frac{du_g}{A}. \quad (7)$$

Dla adiabatycznego przepływu równanie energii, dla obu faz, przedstawia się następująco:

$$G_f \left[c_{pf} T_f + \frac{u_f^2}{2} \right] + G_g \left[c_{pg} T_g + \frac{u_g^2}{2} \right] = \text{const}; \quad (8)$$

stąd

$$dT_g = -\frac{u_g du_g}{c_{pg}} - \frac{G_f}{G_g} \left[\frac{c_{pf}}{c_{pg}} dT_f + \frac{u_f du_f}{c_{pg}} \right]. \quad (9)$$

Z równań (5) i (7) można wyeliminować dp otrzymując

$$dT_g = \frac{dA}{A} T_g - \frac{G_f}{G_g} \frac{u_g du_f A}{R_g \delta U} - u_g du_g \left[\frac{1}{R_g} - \frac{T_g}{u_g^2} \right]. \quad (10)$$

Następnie, eliminując dT_g z równań (9) i (10), otrzymuje się

$$du_g = \frac{R_g T_g \frac{dA}{A} - \frac{G_f}{G_g} \left[\frac{-c_{pf}}{c_{pg}} R_g dT_f - \frac{R_g u_f du_f}{c_{pg}} + \frac{A}{U \delta} u_g du_f \right]}{u_g \left[1 - \frac{R_g}{c_{pg}} - \frac{R_g T_g}{u_g^2} \right]}. \quad (11)$$

Aby wyrazić dT_g poprzez du_f i dT_f można równanie (11) podstawić do (10) otrzymując

$$dT_g = f(du_f, dT_f, dA). \quad (12)$$

Ostatecznie dT_g z równania (12) i du_g z (11) można podstawić do równania (5) i uzyskać

$$dp = f(du_f, dT_f, dA). \quad (13)$$

Dla elementarnej długości kanału dx można uzyskać, zamiast równań (11), (12) i (13), zależności

$$\frac{du_g}{dx} = \frac{\frac{R_g T_g}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{G_f}{G_g} \left[\frac{-c_{p_f}}{c_{p_g}} R_g \frac{dT_f}{dx} - \frac{R_g u_f}{c_{p_g}} \frac{du_f}{dx} + \frac{A}{U \delta} u_g \frac{du_f}{dx} \right]}{u_g \left[1 - \frac{R_g}{c_{p_g}} - \frac{R_g T_g}{u_g^2} \right]}, \quad (14)$$

$$\frac{dT_g}{dx} = \frac{T_g}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{G_f}{G_g} \frac{u_g A}{R_g \delta U} \frac{du_f}{dx} - u_g \frac{du_g}{dx} \left[\frac{1}{R_g} - \frac{T_g}{u_g^2} \right], \quad (15)$$

$$\frac{dp}{dx} = G_g R_g \left[\frac{1}{A u_g} \frac{dT_g}{dx} - \frac{T_g}{A^2 u_g} \frac{dA}{dx} - \frac{T_g}{u_g^2 A} \frac{du_g}{dx} \right]. \quad (16)$$

Zależności (14), (15) i (16) są zbliżone do zależności uzyskanych w [1] dla przepływu cząsteczek ciała stałego w gazie; służyć one mogą do obliczeń numerycznych przepływu.

Można uprościć model przyjmując, że faza ciekła nie wpływa na ruch fazy gazowej, tzn. wstawiając w równania (14), (15) i (16) $G_f = 0$ otrzymuje się zależności uproszczone:

$$\frac{du_g}{dx} = \frac{\frac{T_g}{A} R_g \frac{dA}{dx}}{u_g \left[1 - \frac{R_g}{c_{p_g}} - \frac{R_g T_g}{u_g^2} \right]}, \quad (17)$$

$$\frac{dT_g}{dx} = \frac{T_g}{A} \frac{dA}{dx} - u_g \frac{du_g}{dx} \left[\frac{1}{R_g} - \frac{T_g}{u_g^2} \right], \quad (18)$$

$$\frac{dp}{dx} = R_g G_g \left[\frac{1}{A u_g} \frac{dT_g}{dx} - \frac{T_g}{A^2 u_g} \frac{dA}{dx} - \frac{T_g}{u_g^2 A} \frac{du_g}{dx} \right]. \quad (19)$$

Jeżeli przepływ fazy gazowej można traktować jako nieściśliwy, wówczas otrzymuje się z zależności (7) i (1)

$$\frac{1}{\rho_g} \frac{dp}{dx} = -u_g \frac{du_g}{dx}. \quad (20)$$

Z równania ciągłości (1) można otrzymać dla tego przypadku, że

$$\frac{du_g}{dx} = -\frac{G_g}{\rho_g} \frac{1}{A^2} \frac{dA}{dx}. \quad (21)$$

Wprowadzając wzór (21) do (20), otrzymuje się zależność

$$\frac{dp}{dx} = \frac{G_g}{\rho_g^2 A^3} \frac{dA}{dx}, \quad (22)$$

z której wynika, że zmiana ciśnienia spowodowana jest tylko zmianą przekroju kanału.

3. Ruch filmu wodnego po ścianie kanału

Gdy wprowadzi się ciecz na ściankę kanału, przez który przepływa gaz, wówczas gaz, wskutek sił tarcia, powoduje ruch cieczy. Równanie ruchu cieczy płynącej cienką warstwą po ścianie kanału można przedstawić jako

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = \nu_f \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (23)$$

a równanie ciągłości

$$u_y = - \int_0^y \frac{\partial u_x}{\partial x} dy, \quad \text{gdyż} \quad u_y = 0 \quad \text{dla} \quad y = 0. \quad (24)$$

Wprowadzając równanie (24) do (23) otrzymuje się

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial x} \int_0^y \frac{\partial u_x}{\partial x} dy = \nu_f \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (25)$$

Warunki brzegowe zagadnienia można sformułować następująco:

- 1) dla $y=0$ $u_x=0$,
- 2) dla $y=\delta$ $\frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\tau_i}{\mu_f}$,
- 3) dla $x=0$ $u_x=u_0$, $\delta=\delta_0$.

Równanie (25) można przedstawić w postaci

$$\nu_f \frac{d^2 u_{x(n+1)}}{dy^2} = u_{xn} \frac{\partial u_{xn}}{\partial x} - \frac{\partial u_{xn}}{\partial y} \int_0^y \frac{\partial u_{xn}}{\partial x} dy + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (26)$$

przy warunkach brzegowych

- 1) dla $y=0$ $u_{xn}=0$,
- 2) dla $y=\delta$ $\frac{du_{xn}}{dy} = \frac{\tau_i}{\mu_f}$,
- 3) dla $x=0$ $u_{xn}=u_0$ $\delta=\delta_0$.

Postać równania (26) umożliwia zastosowanie metody kolejnych przybliżeń. Metoda ta w teorii warstwy przyściennej została zastosowana przez M. E. Szweca [2]. Równanie (25) należy do tej samej klasy równań co równania warstwy przyściennej. Indeks n oznacza tu numer przybliżeń, z których każde musi spełniać powyższe warunki brzegowe. Jako znane przybliżenie przyjmijmy $u_{x,0}=0$; wobec tego otrzymuje się jako pierwsze przybliżenie rozkładu prędkości w warstwie cieczy

$$u_{x1} = \frac{1}{\mu_f} \frac{dp}{dx} \frac{y^2}{2} + \left(\frac{\tau_i}{\mu_f} - \frac{1}{\mu_f} \frac{dp}{dx} \delta \right) y. \quad (27)$$

W przypadku, gdy gradient ciśnienia jest pomijalnie mały, z równania (27) uzyskuje się znaną zależność na profil prędkości filmu poruszanego przez naprężenia styczne

$$u_{x1} \approx \frac{\tau_i}{\mu_f} y. \quad (28)$$

Wprowadzając zależność (27) do (26) uzyskuje się drugie przybliżenie rozwiązania w postaci

$$u_{x2} = \frac{1}{\nu_f} \left[D \frac{dD}{dx} \frac{y^6}{360} - \frac{dD}{dx} \left(\frac{\tau_i}{\mu_f} + D\delta \right) \frac{y^5}{60} + \left(\frac{\tau_i}{\mu_f} + D\delta \right) \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{1}{\mu_f} \frac{d\tau_i}{dx} + \frac{dD}{dx} \delta + D \frac{d\delta}{dx} \right) \frac{y^4}{24} - D\nu_f \frac{y^2}{2} + c_1 y \right], \quad (29)$$

gdzie

$$c_1 = \frac{\tau_i}{\rho_f} - \left[D \frac{dD}{dx} \frac{\delta^5}{60} - \frac{dD}{dx} \left(\frac{\tau_i}{\mu_f} + D\delta \right) \frac{\delta^4}{12} + \left(\frac{\tau_i}{\mu_f} + D\delta \right) \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{1}{\mu_f} \frac{dT}{dx} + \frac{dD}{dx} \delta + D \frac{d\tau_i}{dx} \right) \frac{\delta^3}{6} \right] + D\delta\nu_f, \\ D = -\frac{1}{\mu_f} \frac{dp}{dx}.$$

Dla stałego gradientu ciśnienia, $D=\text{const}$, otrzymuje się z równania (29) zależność

$$u_{x2} = \frac{1}{\nu_f} \left[\left(\frac{\tau_i}{\mu_f} + D\delta \right) \left(\frac{1}{\mu_f} \frac{d\tau_i}{dx} + D \frac{d\delta}{dx} \right) \frac{y^4}{24} - D\nu_f \frac{y^2}{2} + \right. \\ \left. + \frac{\tau_i}{\rho_f} y - \left(\frac{\tau_i}{\mu_f} + D\delta \right) \left(\frac{1}{\mu_f} \frac{d\tau_i}{dx} + D \frac{d\delta}{dx} \right) \frac{\delta^3}{6} y + D\delta\nu_f y \right]. \quad (30)$$

Znając natężenie przepływu fazy ciekłej G_f można wyznaczyć zależność zmiany grubości warstwy cieczy δ od współrzędnej długości kanału x .

Natężenie przepływu fazy ciekłej wyraża się zależnością

$$G_f = \rho_f \int_0^\delta u_{xf} dy. \quad (31)$$

Wprowadzając zależność (30) do (31) mamy po scałkowaniu

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{\frac{G_f v_f}{\rho_f} + \frac{3}{40} \left(\frac{\tau_i}{\mu} + D\delta \right) \frac{1}{\mu_f} \frac{d\tau_i}{dx} \delta^5 - \left(\frac{1}{3} D\delta + \frac{\tau_i}{2\mu_f} \right) v_f \delta^2}{-\frac{3}{40} \left(\frac{\tau_i}{\mu_f} + D\delta \right) D\delta^5}. \quad (32)$$

Uwzględniając równanie (32) w (30), otrzymuje się przybliżony profil prędkości warstwy cieczy na ścianie kanału.

4. Wymiana ciepła między gazem a warstwą cieczy

Wymiana ciepła pomiędzy warstwą cieczy a gazem odbywa się na drodze konwekcji. Dla ruchu burzliwego gazu współczynnik przejmowania ciepła między gazem a warstwą cieczy może być określony ze znanej zależności Dittusa-Boeltera [2]

$$Nu = 0,023 Re_g^{0,8} Pr_g^{0,4}, \quad (33)$$

gdzie $Nu = \alpha d_e / \lambda_g$ i $Re_g = u_g d_e / \nu_g$ są liczbami Nusselta i Reynoldsa opartymi na średnicy hydraulicznej kanału, tzn. $d_e = 4A/U$, a liczba Prandtla $Pr = \nu_g / \alpha_g$. Uprozczone równanie energii dla warstwy cieczy można zapisać następująco

$$\frac{dT_f}{dx} = \frac{\alpha U}{G_f c_{pf}} (T_f - T_g). \quad (34)$$

Wprowadzając (33) do (34) otrzymuje się

$$\frac{dT_f}{dx} = 0,023 Re_g^{0,8} Pr_g^{0,4} \frac{\lambda_g}{d_e} \frac{U}{G_f c_{pf}} (T_f - T_g). \quad (35)$$

Równania (35) oraz (32) wraz z równaniami (14), (15) i (16) pozwalają obliczyć parametry przepływu dwufazowego gaz-ciecz.

5. Przykład zastosowań wyprowadzonych zależności

Rozpatrzmy przepływ gazu nieściśliwego o natężeniu przepływu G_g przez kanał o zmiennym przekroju, dla którego gradient ciśnienia jest stały, tzn. $dp/dx = \text{const}$. Po ścianach kanału płynie film o natężeniu przepływu G_f na jednostkę szerokości kanału.

Korzystając z zależności (22) i równania ciągłości (1) otrzymuje się

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{1}{\mu_f} \frac{dp}{dx} = \frac{1}{\nu_f} \frac{G_g^2}{\rho_g^2 A^3} \frac{dA}{dx}, \\ \tau &= \frac{\zeta_g \rho_g}{8} u_g^2 = \frac{\zeta_g}{8} \frac{G_g^2}{\rho_g A^2}, \\ \frac{dT}{dx} &= - \frac{\zeta_g}{8} \frac{G_g^2}{\rho_g A^3} \frac{dA}{dx}, \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

gdzie ζ_g jest współczynnikiem tarcia obliczonym jak dla przepływu fazy gazowej po suchej ścianie.

Wprowadzając zależność (36) do (32) otrzymuje się równanie różniczkowe, pozwalające dla określonego kształtu kanału (np. gdy $A = ax + b$) obliczyć grubość filmu cieczowego δ w zależności od współrzędnej kanału x . Równanie (32) jest równaniem nieliniowym i wymaga w zasadzie numerycznego całkowania.

W celu znalezienia prostej relacji na grubość filmu przyjęto w równaniu (32) pewne uproszczenie, a mianowicie

$$1) \quad D\delta \ll \frac{\tau_i}{\mu},$$

$$2) \quad G_f - \frac{\tau_i \rho_f \delta^2}{2\mu_f} = O(0).$$

Pierwsze uproszczenie jest realne w większości przepływów obserwowanych eksperymentalnie. Wynika ono stąd, że udział naprężeń stycznych w ruchu filmu cieczowego jest znacznie większy od udziału gradientu ciśnienia. Drugie uproszczenie wynika stąd, że przy pominięciu gradientu ciśnienia, natężenie przepływu filmu może być z dużą dokładnością określone przez profil prędkości w filmie wywołanym naprężeniami stycznymi. Wprowadzając dwa powyższe uproszczenia do zależności (32) otrzymuje się

$$\frac{d\delta}{dx} \approx -\frac{1}{\mu} \frac{d\tau_i}{dx} \frac{1}{D}. \quad (37)$$

Po uwzględnieniu związków (36) w (37) otrzymuje się

$$\frac{d\delta}{dx} = -\frac{\zeta}{4} \frac{\rho_g}{\rho_f}, \quad (38)$$

a po scałkowaniu w granicach od δ_0 do δ

$$\delta = -\frac{\zeta}{4} \frac{\rho_g}{\rho_f} x + \delta_0. \quad (39)$$

Jak wynika z równań (36), w kanale o stałym gradiencie ciśnienia, grubość filmu cieczowego w przybliżeniu zmienia się liniowo.

6. Wnioski

W pracy przedstawiono zależności opisujące przepływ dwufazowy gaz-ciecz w kanale o zmiennym przekroju, bez wymiany ciepła z otoczeniem. Rozpatrzono ruch fazy gazowej oraz fazy ciekłej. Pominięto przy tym istnienie warstwy przyściennej, traktując przepływ fazy gazowej jako jednowymiarowy. Ruch fazy ciekłej w tym modelu jest spowodowany istnieniem gradientu ciśnienia oraz naprężeniami stycznymi na granicy rozdziału faz. Naprężenia te można obliczyć w pierwszym przybliżeniu na podstawie parametrów fazy gazowej. Przykładowo, zastosowano wyprowadzone zależności do przepływu dwufazowego, w którym faza gazowa może być traktowana jako nieściśliwa; otrzymano proste zależności

analityczne. Bardziej złożony przypadek przepływu, w którym faza gazowa przepływa z dużą prędkością i wymaga uwzględnienia ściśliwości czynnika, prowadzi do konieczności korzystania z analizy numerycznej. Całkowanie numeryczne powinno przebiegać w sposób iteracyjny. Najpierw rozwiązuje się przepływ fazy gazowej dla zadanego kanału przy założeniu, że ruch fazy ciekłej nie wpływa na ruch fazy gazowej. Następnie rozwiązuje się ruch fazy ciekłej, co umożliwia uwzględnienie go w ruchu fazy gazowej. Powyższa metoda jest szczególnie przydatna do analizy przepływu dwufazowego w dyszach maszyn przepływowych.

Praca wpłynęła do Redakcji w listopadzie 1978 r.

Literatura

- [1] J. H. Neilson, A. Gilchrist, *An analytical and experimental investigation of the velocities of particles entrained by the gas flow in nozzles*. J. Fluid Mech., 1968, vol. 33, part 1, pp. 131 - 149.
- [2] J. Madejski, *Teoria wymiany ciepła*. PWN, 1963, s. 223.

Адиабатическое течение пленки жидкости в канале переменного сечения

Резюме

Вопрос движения пленки жидкости в канале выступает в ряду технических применений, м.пр. в направляющих и рабочих межлопаточных каналах паровых турбин, в охлаждаемых каналах газовых турбин или в экспансионных аппаратах ракет.

Рассмотрено движение обеих фаз, т.е. жидкой и газообразной в канале переменного сечения. Анализ имеет упрощенный характер. Его целью является представление инженерского метода расчета параметров обеих текущих фаз. Течение газообразной фазы считается одномерным.

В результате получены простые зависимости, позволяющие вычислять скорости обеих фаз и термические параметры в произвольном сечении канала. Дан простой пример иллюстрирующий метод расчета. Получена аналитическая зависимость описывающая изменение толщины пленки вдоль канала. Более сложные случаи требуют численного анализа, который можно провести используя зависимости выведенные в этой работе.

Adiabatic Flow of a Layer of Liquid in a Channel of Variable Cross-Section

Summary

The problem of flow of a layer of liquid appears in many technical applications as, among others, in guide-ring rotor channels of steam turbines, in cooled channels of gas turbines or in expansion apparatus of rockets.

The motion of both phases, liquid and gaseous, along a channel of variable cross-section has been analyzed. The simplified analysis was aimed at offering an engineer's method of calculation of both flowing phases. The flow of the gaseous phase has been regarded as onedimensional. Simple relations were obtained, rendering possible calculation of velocities of both phases and thermal parameters in any cross-section of the channel. A simple example illustrating the method of calculation was given, in which an analytical relation describing the variation of the liquid layer thickness along the channel was obtained. More complex cases require adoption of numerical analysis which can be carried out basing on the relations derived in the paper.