

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPŁYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

77

WARSZAWA-POZNAŃ 1980

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA - EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
STEFAN PERYCZ · WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ROMUALD PUZYREWSKI
KAZIMIERZ STELLER (PRZEWODNICZĄCY · CHAIRMAN) · ROBERT SZEWAŁSKI
JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Piłsudskiego 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright

by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1980

Printed in Poland

ISBN 83-01-01613-2

ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 330 + 90 egz.

Ark. wyd. 15. Ark. druk. 11,375

Pap. druk. sat. kl. V, 70 g 70 × 100 cm.

Nr zam. 371/189

Oddano do składania 5 XII 1978 r.

Podpisano do druku I II 1980 r.

Druk ukończono w lutym 1980 r.

Cena zł 50,- L-7/751.

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

ЮРИЙ С. ВОРОБЬЕВ*, АНАТОЛИЙ П. ФИЛИППОВ*

Харьков

Оптимизация спектра собственных частот рабочих лопаток турбомашин с промежуточными связями

Постановка межлопаточных связей является одним из основных способов управления спектром частот облопачивания современных турбомашин для отстройки их от опасных режимов. В настоящей работе рассматривается задача поиска параметров бандажей, паяных или демпферных связей, позволяющих получить заданный спектр собственных частот облопачивания с требуемой точностью.

Варьируемыми параметрами являются число и положение связей по длине лопасти, плотность и модуль упругости материала связи, площадь и форма поперечного сечения связи и количество лопаток, объединяемых в пакет. Целенаправленным их варьированием требуется изменить колебательную систему так, чтобы собственные частоты с произвольными номерами ω_k^0 попали в заданные интервалы $[\omega_{kH}, \omega_{k\sigma}]$; $k \in q$; $q = 1, 2, \dots$; $\omega_{kH}, \omega_{k\sigma}$ — нижняя и верхняя границы ω_k^0 . Для этого достаточно удовлетворить неравенство $(\omega_k^0 - \omega_{kH})(\omega_k^0 - \omega_{k\sigma}) \leq 0$. Более жесткие условия содержит равенство

$$\omega_k^0 = (\omega_{k\sigma} + \omega_{kH})/2.$$

Области изменения варьируемых величин зависят от конструктивных и прочностных ограничений. В частности, они могут характеризовать условия прочности связей, конструктивные ограничения на геометрию поперечного сечения и на площадь связи, ограничения на положение связи относительно корневого сечения лопатки. В качестве ограничений может использоваться дополнительное нагружение, а также дополнительная раскрутка лопатки от связей.

Функционал качества представим выражением

$$Q(X) = \left[\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left(\frac{\omega_k - \omega_k^0}{\omega_k^0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Здесь ω_k — текущее значение k -ой собственной частоты, K — число корректируемых

* Институт проблем машиностроения АН УССР, СССР.

частот, $X = (x_1, \dots, x_m)^T$ — вектор варьируемых параметров, T — обозначает операцию транспонирования.

Сформулированная выше задача является задачей нелинейного программирования и может быть решена путем нахождения вектора X , минимизирующего в рамках заданных ограничений функционал качества $Q(X)$.

Внутри допустимой области оптимизационный поиск будем осуществлять методом наискорейшего спуска. Переход от X_j к X_{j+1} определим зависимостью

$$X_{j+1} = X_j - \alpha D \nabla Q(X_j), \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

Направление градиентного поиска

$$\nabla Q(X_j) = \left(\frac{\partial Q}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial Q}{\partial x_m} \right)^T$$

устанавливаем численно [3]. В случае центральной пробы

$$\frac{\partial Q}{\partial x_i} \approx \frac{Q(X + \Delta x_i) - Q(X)}{\Delta x_i},$$

при парных пробах

$$\frac{\partial Q}{\partial x_i} \approx \frac{Q(X + \Delta x_i) - Q(X - \Delta x_i)}{2\Delta x_i}.$$

Здесь Δx_i — приращение i -ого параметра. Выбор той или иной пробы определяется конкретной постановкой задачи, возможностями ЭВМ, а также требуемой точностью.

Коэффициент α представляет собой произведение

$$\alpha = \alpha_1 \beta,$$

α_1 — некоторый масштабный множитель, позволяющий управлять скоростью спуска (коэффициент растяжения). Его можно принять равным обратной среднеквадратичной норме градиента:

$$\alpha_1 = \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial Q(X_j)}{\partial x_i} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

β — релаксационный множитель, позволяющий следить за монотонностью убывания функционала качества

$$\beta = \begin{cases} \frac{1}{2}, & Q(X_{j+1}) \geq Q(X_j), \\ 1, & Q(X_{j+1}) < Q(X_j); \end{cases}$$

D — диагональная матрица, задает величину шага в соответствующем направлении. Ее элементы $d_{ii} = \gamma_i \Delta x_i$.

Приращение Δx_i составляет 10 - 20% от длины рассматриваемого диапазона изменений x_i , γ_i — коэффициент, учитывающий наличие овражности по соответству-

ющей переменной.

$$\gamma_i = \begin{cases} 1, & j=0 \\ 1,25, & \frac{\partial Q(X_{j+1})}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial Q(X_j)}{\partial x_i} > 0 \text{ и } j > 0, \\ 0,64, & \frac{\partial Q(X_{j+1})}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial Q(X_j)}{\partial x_i} \leq 0. \end{cases}$$

Нагружение ограничений учитываем по методу проецирования градиента. Обозначим через A_l матрицу частных производных нарушенных ограничений $h_l(X_j)$:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial h_1(X_j)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_1(X_j)}{\partial x_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial h_l(X_j)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_l(X_j)}{\partial x_m} \end{vmatrix}$$

Тогда новое направление оптимизационного поиска определится зависимостью [5]:

$$\nabla Q(X_{j+1}) = \nabla Q(X_j) - A_l^T (A_l A_l^T)^{-1} A_l \nabla Q(X_j).$$

При незначительном числе ограничений, требующих существенных затрат машинного времени, например, определение дополнительного нагружения лопаток от связей, можно воспользоваться соответствующими коэффициентами релаксации.

Критерием останова при реализации алгоритма на ЭВМ может служить заданная точность ε абсолютного изменения функционала качества

$$|Q(X_{j+1}) - Q(X_j)| \leq \varepsilon.$$

Переход от недопустимой стартовой точки к допустимой осуществляется про-
ективно.

На каждом пробном и рабочем шаге минимизации функционала качества решается задача анализа спектра собственных частот колебания лопаток. Эта задача решается вариационным методом на основании уточненной теории изгибно-продольно-крутильных колебаний стержней [4].

Моделью лопатки принят консольный закрученный стержень переменного поперечного сечения, вращающийся с угловой скоростью Ω , прошитый произвольным числом S (обычно $S \leq 3$) демпферных или паяных связей и закрепленный на диске радиуса R . Выражения для потенциальной и кинетической энергии лопатки и работы центробежных сил опубликованы в работе [1]. Эти выражения учитывают связь изгибных, крутильных и продольных колебаний лопатки за счет начальной закрутки и несимметрии поперечного сечения, сдвиг и инерцию поворота, а также деформацию поперечного сечения и податливость заделки лопатки в корне. В случае демпферных связей к потенциальной энергии лопатки добавляется работа связей [1].

$$L_c = \frac{n_a}{2\pi} \left(1 - \cos \frac{2m\pi}{n_a} \right) \sum_j \frac{E_j^c F_j^c}{R + Z_j^c} (v_1 + v_2)_j^2; \quad *j \leq 3.$$

Здесь E_j^c — модуль упругости материала j -й связи; F_j^c — площадь поперечного сечения j -й связи, m — число узловых диаметров облопачивания, n_d — количество лопаток, R — радиус диска, Z_j^c — положение связи относительно корневого сечения, v_{1j} и v_{2j} — тангенциальные перемещения лопатки вследствие изгиба и сдвига соответственно в местах прохождения связи.

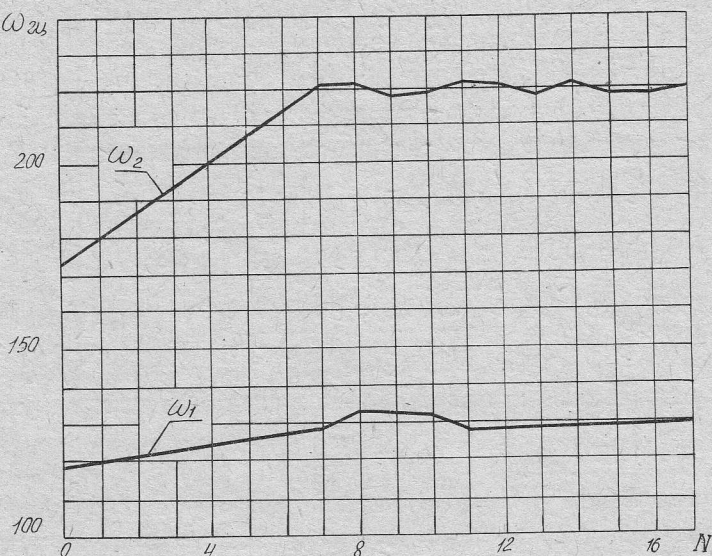


Рис. 1

При синфазных колебаниях пакета лопаток с упругими паяными связями учитывается работа [1]

$$L_c = \frac{1}{2} \sum_j \left[K_{xj} \left(\frac{\partial v_1}{\partial Z} - \frac{v_1 + v_2}{R + Z_c} \right)_j^2 + K_{yj} \left(\frac{\partial u_1}{\partial Z} \right)_j^2 + K_{\theta j} \theta_j^2 \right],$$

где K_{xj} , K_{yj} , $K_{\theta j}$ — коэффициенты жесткости связей [4], u_{1j} — аксиальное перемещение вследствие изгиба, θ_j — угловое перемещение лопатки в местах присоединения связей.

Инерционные свойства связей учитываются изменением инерционных характеристик сечений лопатки, через которые проходят связи.

На основании обобщенного принципа Остроградского-Гамильтона приходим к системе дифференциальных уравнений для определения варьируемых функций f_k [1]:

$$\sum_k (A_{nk} \ddot{f}_k + C_{nk} f_k) = 0.$$

Задача определения собственных частот сводится к проблеме вещественных собственных значений матрицы $C^{-1}A$. Алгоритм, реализующий решение задачи анализа, обладает высокой точностью и эффективностью.

В качестве примера рассматривалась лопатка последней ступени мощной паровой турбины. Длина лопатки 1,2 м. Ее собственные частоты при отсутствии связей

$\omega_1=80$ гц, $\omega_2=132$ гц, $\omega_3=235$ гц, $\omega_4=261$ гц. Для изменения частотного спектра использовались 2 демпферные связи, в качестве варьируемых параметров — положение их относительно корневого сечения Z_j^c и площадь поперечного сечения F_j^c . Исходное положение связей $Z_1^c=0,42$ м, $Z_2^c=0,83$ м принято эвристически, площади поперечного сечения связей $F_1^c=1,04 \cdot 10^{-4}$ м², $F_2^c=1,41 \cdot 10^{-4}$ м² — из условий прочности. Использовались прочностные ограничения $\sigma_j - [\sigma_j] \leq 0$ и конструктивные

$$(Z_j^c - Z_{j\theta}^c)(Z_j^c - Z_{jH}^c) \leq 0, \quad (F_j^c - F_{j\theta}^c)(F_j^c - F_{jH}^c) \leq 0,$$

где Z_{jH}^c , F_{jH}^c и $Z_{j\theta}^c$, $F_{j\theta}^c$ — нижние и верхние границы соответствующих параметров, $[\sigma_j]$ — допускаемое напряжение в j -ой связи, σ_j — напряжение в j -ой связи, определяется в соответствии с работой [2].

Целевыми значениями приняты $\omega_1^0=130$ гц, $\omega_2^0=220$ гц. Реализовался алгоритм с определением направления на каждом рабочем шаге. В случае демпферных связей алгоритм показал хорошую сходимость. Получены частоты с заданной точностью (рис. 1, N — номер очередного приближения), а варьируемые параметры приняли следующие значения:

$$Z_1^c=0,424 \text{ м}, \quad Z_2^c=0,927 \text{ м}, \\ F_1^c=1,56 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2, \quad F_2^c=3,11 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

В случае паяных связей более эффективным был алгоритм, по которому антиградиентное направление определялось в случае нарушения монотонности убывания функционала качества, а длина шага являлась функцией количества удачных шагов (убывания $Q(X)$).

Для заданной лопатки постановка паяных связей слабо меняла первые две низких частоты и более существенно сказывалась на высших частотах. Поэтому для управления низкими частотами в данном случае более эффективна постановка демпферных связей.

Использование алгоритма относительного поиска параметров связей позволяет также обеспечить заданный спектр собственных частот при минимальном числе связей, что повышает экономичность ступени.

При необходимости определяются также формы перемещений, моментов, усилий и напряжений в лопатках.

Полученные результаты свидетельствуют о возможности использования алгоритма при оптимальной отстройке спектра собственных частот длинных лопаток с демпферными или паяными связями.

Работа получена Редакцией в июле 1977 г.

Литература

- [1] Воробьев Ю. С., Гонтаровский П. П., *Использование вариационных методов при вибрационных расчетах рабочих лопаток и воздушных винтов*. В кн.: *Динамика и прочность машин*. Вып. 14. Харьков 1971, с. 37 - 43.
- [2] Гринберг С. М., *Расчеты на изгиб бандажных проволок*, "Теплоэнергетика", 1959, № 7, с. 26 - 31.

- [3] Филиппов А. П., Булгаков В. Н., Воробьев Ю. С., Кантор Б. Я., Марченко Г. А., *Численные методы в прикладной теории упругости*. „Наукова думка”, Киев 1968.
- [4] Растринин Л. А., *Системы экстремального управления*. „Наука”, Москва 1974.
- [5] Химмельблау Д., *Прикладное нелинейное программирование*. „Наука”, Москва 1975.

Optimalizacja widma częstości drgań własnych pakietów łopatek turbin

Streszczenie

W pracy rozwiązano zadanie optymalnego doboru parametrów konstrukcyjnych i materiałowych pakietów łopatek turbin. Obszar zmian parametrów jest ograniczony wymaganiami wytrzymałościowymi i konstrukcyjnymi. Funkcją celu jest zadane widmo częstości drgań własnych. Sformułowane zadanie rozwiązano metodami programowania nieliniowego. Rozważania teoretyczne zilustrowano przykładem obliczeniowym.

Optimization of Free Frequency Spectrum for Turbine Blade Packs

Summary

The problem of optimum selection of constructional and material parameters of turbine blade packs has been solved in the paper. The region of parameter variation is bounded due to strength and constructional requirements. The preset spectrum of free vibration frequency is the objective function. Nonlinear programming methods have been adopted for the solution of the problem. Theoretical considerations have been illustrated with an example of calculations.