

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPIWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPIWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

76

WARSZAWA-POZNAŃ 1978
PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

KOMITET REDAKCYJNY — EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER — REDAKTOR — EDITOR

WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ . ZENON ZAKRZEWSKI

ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA — EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN,

80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, ul. Gen. Józefa Fiszer 14, tel. 41-12-71

Copyright

by Państwowe Wydawnictwo Naukowe

Warszawa 1978

Printed in Poland

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE — ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 340+90 egz.	Oddano do składania 27 lutego 1978 r.
Ark. wyd. 12,25. Ark. druk. 9,375	Podpisano do druku 24 października 1978 r.
Papier druk. sat. kl. V, 70 g, 70×100 cm.	Druk ukończono w październiku 1978 r.
Nr zam. 319/98. J-14/662.	Cena zł 40,—

DRUKARNIA UNIWERSYTETU IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

JAROSŁAW MIKIELEWICZ

Gdańsk

Wpływ zmian fazowych na wielkość naprężeń stycznych na granicy rozdziału faz*

Podano teoretyczny model dwuwarstwowy obliczania naprężeń stycznych na granicy rozdziału faz w obecności poprzecznego strumienia masy. Wyniki analizy porównano z istniejącymi danymi eksperymentalnymi.

Wykaz oznaczeń

$b = \frac{2V_0}{C_{f0}u_\infty}$ — parametr poprzecznego strumienia

masy,

C_f — współczynnik tarcia,

u — prędkość w kierunku wzdłużnym,

v — prędkość w kierunku poprzecznym,

x — współrzędna,

y — współrzędna,

z — parametr, zależność (2.14),

α — współczynnik przejmowania ciepła,

δ — grubość warstwy przyściennej,

η — współrzędna bezwymiarowa (2.9),

χ — parametr turbulencji Prandtla,

μ — lepkość dynamiczna,

ρ — gęstość,

τ — naprężenia styczne,

φ — prędkość bezwymiarowa (2.9),

Pr — liczba Prandtla,

Re — liczba Reynoldsa,

St — liczba Stanton.

Indeksy

$+$ — wielkość bezwymiarowa,

$-$ — wielkość średnia,

0 — granica rozdziału faz, brak poprzecznego strumienia masy,

1 — granica podwarstwy laminarnej,

w — ścianka,

∞ — granica warstwy przyściennej,

α — dynamiczna,

δ — stała grubość warstwy przyściennej

x — stała długość warstwy przyściennej,

l — podwarstwa laminarna,

t — jądro turbulentne.

1. Wprowadzenie

Jeżeli na granicy rozdziału faz zachodzą zmiany fazowe, takie jak np. kondensacja, wrzenie lub też umyślnie wprowadza się lub odprowadza czynnik poprzez porowatą ściankę, wówczas wraz z wymianą masy odbywa się również wymiana pędu (wskutek istnienia gradientu prędkości w kierunku prostopadłym do granicy rozdziału faz).

* Ta praca badawcza była finansowana z Funduszu im. Marii Skłodowskiej-Curie, utworzonego z wkładów wniesionych przez Rząd PRL i USA.

Zmiany fazowe, w obecności gradientu prędkości w kierunku prostopadłym do granicy rozdziału faz, występują w takich urządzeniach technicznych, w których mają miejsce procesy kondensacji lub wrzenia wewnątrz kanału. Zagadnienie to jest szczególnie ważne dla procesu odparowania fazy ciekłej z powierzchni łopatki ostatnich stopni turbin parowych, procesu proponowanego w celu zredukowania groźnych skutków erozji wirnika turbiny. Odparowanie, które odbywa się przy dużych prędkościach pary roboczej w turbinie, przeprowadza się za pomocą tzw. podgrzewu wewnętrznego łopatek kierowniczych typu powłokowego [1].

Innym przykładem zastosowań może być sposób zabezpieczenia ciała przed wysoką temperaturą, np. w turbinach gazowych, polegający na wdmuchu gazu przez porowatą ściankę do warstwy przyściennej.

W literaturze zagadnienie zmiany naprężeń stycznych na granicy rozdziału faz, wywołane przepływem poprzecznego strumienia masy, jest rozwiązywane w kilku aspektach. Na podstawie tzw. strumienia Reynoldsa, Silver i Wallis [2] przedstawili prostą metodę obliczania naprężeń stycznych na granicy rozdziału faz, dość dobrze zgadzającą się z eksperymentem dla małych strumieni przenikającej masy. Model ten może być z powodzeniem stosowany dla przypadków wrzenia lub kondensacji, przy niewielkich prędkościach przepływu nad powierzchnią rozdziału faz. Przyjęty przez Silvera i Wallisa model jest jednowymiarowy. Zakłada, że obie fazy poruszają się z różnymi prędkościami i nie uwzględnia rozkładu prędkości w warstwie przyściennej. Na podstawie nieco bardziej złożonej, ale zbliżonej teorii, zbudowany jest model Spaldinga [2]. Rozpatrywane zagadnienie posiada rozwiązanie asymptotyczne dla dużych liczb Reynoldsa [3 - 5]. Wyprowadzenie tego rozwiązania opiera się na tzw. „tarcu granicznym” występującym przy niekończeniu dużych liczb Reynoldsa. W niniejszej pracy autor przedstawia model dwuwarstwowy zagadnienia, z podwarstwą laminarną oraz jądrem turbulentnym, jak się wydaje bardziej zbliżony do rzeczywistości dla umiarkowanych liczb Re niż model asymptotyczny. W granicy uzyskane rozwiązanie przechodzi w rozwiązanie podane przez Kutateladze i Leontieva, a przy pewnych ograniczeniach uzyskuje się z rozwiązania zależność podaną przez Silvera i Wallisa (małe wartości poprzecznego strumienia masy).

2. Analiza teoretyczna

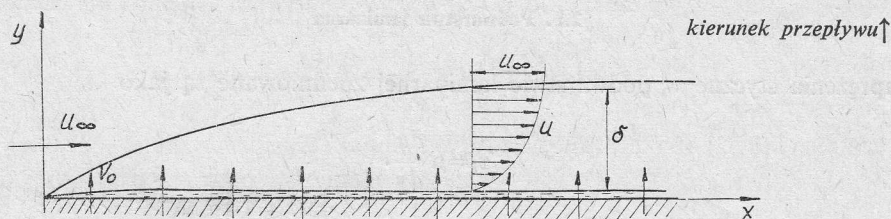
Rozpatrzmy turbulentny przepływ płynu nieściśliwego bez gradientu ciśnienia w kierunku przepływu nad płaską powierzchnią rozdziału faz, przez którą przenika strumień masy jak na rys. 1.

Równanie ruchu płaskiej warstwy przyściennej opisują równania ruchu

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \rho \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \quad (2.1)$$

i zachowania masy

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0. \quad (2.2)$$



Rys. 1. Schemat ideowy warstwy przyściennej z poprzecznym strumieniem masy o prędkości v_0

W pobliżu ścianki, z uwagi na to, że $\bar{u} \approx 0$ i $v \approx v_0$, równania sprowadzają się do postaci

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \rho v_0 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}. \quad (2.3)$$

Zdefiniujmy zmienne bezwymiarowe jako

$$\tau^+ = \frac{\tau}{\tau_w}, \quad u^+ = \frac{u}{u_\infty}, \quad y^+ = \frac{y}{\delta}, \quad \tau_0^+ = \frac{\tau_w}{\tau_{w0}},$$

gdzie τ_w – naprężenia styczne na ścianie kanału dla przypadku przenikania strumienia przez granicę rozdziału faz, τ_{w0} – naprężenia styczne na ścianie kanału dla równoważnego przypadku bez przenikania strumienia masy przez granicę rozdziału faz $\left(\tau_{w0} = C_{f0} \frac{\rho u_\infty^2}{2}\right)$, u_∞ – prędkość niezaburzonego strumienia płynu, δ – grubość warstwy przyściennej.

Wprowadzając zmienne bezwymiarowe do (2.3) otrzymano

$$\tau_0^+ \frac{\partial \tau^+}{\partial y^+} = b \frac{\partial u^+}{\partial y^+}, \quad (2.4)$$

gdzie parametr b charakteryzujący przepływ masy przez granicę rozdziału faz, wyraża się jako

$$b = \frac{2v_0}{C_{f0} u_\infty}.$$

Całkując równanie (2.4) otrzymano rozkład naprężeń stycznych w warstwie przyściennej

$$\tau^+ = 1 + \frac{b}{\tau_0} u^+. \quad (2.5)$$

Rozkład ten jest tym bliższy rzeczywistości, im bliżej ścianki jest rozpatrywany.

Następnie rozpatrzmy naprężenia w podwarstwie laminarnej oraz jądrze turbulentnym warstwy przyściennej.

2.1. Podwarstwa laminarna

Napężenia styczne w podwarstwie laminarnej zdefiniowane są jako

$$\tau_l = \mu \frac{du}{dy}. \quad (2.6)$$

Wprowadzając zmienne bezwymiarowe do (2.6) otrzymuje się

$$\tau_0^+ \tau^+ = \frac{2}{C_{f_0} Re_\delta} \frac{\partial u^+}{\partial y^+}, \quad (2.7)$$

gdzie $Re_\delta = u_\infty \delta / \nu$ – liczba Reynoldsa obliczana na podstawie grubości warstwy przyściennej.

Wprowadzając (2.5) do (2.7) i całkując w granicach podwarstwy laminarnej otrzymano

$$\frac{Re_\delta C_{f_0}}{2} y^+ = \frac{1}{b} \ln \frac{\tau_0^+ + b u^+}{\tau_0^+}. \quad (2.8)$$

W przypadku braku wymiany masy dla podwarstwy laminarnej obowiązują znane zależności

$$\eta = \varphi, \quad (2.9)$$

gdzie

$$\varphi = \frac{u}{u_d} = \frac{u_0}{u_\infty \sqrt{\frac{C_{f_0}}{2}}} = \frac{u_0^+}{\sqrt{\frac{C_{f_0}}{2}}},$$

$$\eta = \frac{u_d y}{\nu} = Re_\delta \sqrt{\frac{C_{f_0}}{2}} y^+,$$

z których wynika, że

$$u_0^+ = \frac{C_{f_0}}{2} Re_\delta y^+. \quad (2.10)$$

Uwzględniając (2.10) w (2.8) otrzymuje się rozkład prędkości w podwarstwie laminarnej w postaci

$$u_l^+ = \frac{\tau_0^+}{b} [e^{u^+ b} - 1]. \quad (2.11)$$

2.2. Jądro turbulentne

Napężenia styczne w warstwie turbulentnej zdefiniowane są jako

$$\tau = \rho \left(\chi y \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2. \quad (2.12)$$

Wprowadzając zmienne bezwymiarowe do (2.12) otrzymuje się

$$\tau_0 \tau^+ = \frac{2}{C_{f0}} \chi^2 y^{+2} \left(\frac{\partial u^+}{\partial y^+} \right)^2, \quad (2.13)$$

gdzie $\chi \approx 0,38$ — stała turbulencji Prandtla. Wprowadzając (2.5) do (2.13) i całkując w granicach jądra turbulentnego otrzymano

$$\frac{2}{b} (\sqrt{\tau_0^+ + b} - \sqrt{\tau_0^+ + b u^+}) = \frac{-\ln y^+}{\chi \sqrt{\frac{2}{C_{f0}}}} = z_0^+. \quad (2.14)$$

Przechodząc do granicy ($b \rightarrow 0$) z lewą stroną zależności (2.14) (stosując np. twierdzenie d'Hospitala) można wykazać, że dla $b \rightarrow 0$, $\tau_0 \rightarrow 1$, $u \rightarrow u_0$ obowiązuje zależność

$$z_0^+ + u_0^+ = 1. \quad (2.15)$$

Obliczenia numeryczne wykonane dla uniwersalnego profilu prędkości, potwierdzają słuszność zależności (2.15).

Podstawiając (2.15) do (2.14) uzyskano

$$u_{turb}^+ = 1 - \sqrt{\tau_0^+ + b} (1 - u_0^+) + \frac{b}{4} (1 - u_0^+)^2, \quad (2.16)$$

tj. profil prędkości w jądrze turbulentnym, wyrażony przez prędkość jaka istniałaby w przypadku braku strumienia masy przenikającego przez powierzchnię rozdziału faz, odpowiadającą uniwersalnemu profilowi prędkości.

Na granicy podwarstwy laminarnej i jądra turbulentnego obowiązuje równość zależności (2.11) i (2.16). Porównując (2.11) i (2.16) otrzymano

$$\tau_0^+ = \frac{b \left[1 - \sqrt{\tau_0^+ + b} (1 - u_{01}^+) + \frac{b}{4} (1 - u_{01}^+)^2 \right]^2}{e^{u_{01}^+ b} - 1}. \quad (2.17)$$

Zależność (2.17) pozwala na znalezienie $\tau_{0\delta}$ (stosunku naprężeń stycznych przy istnieniu poprzecznego strumienia masy przenikającego powierzchnię rozdziału faz do naprężeń stycznych dla przypadku braku poprzecznego strumienia masy). Wymagana tu jest znajomość u_{01}^+ (prędkości na granicy podwarstwy laminarnej i jądra turbulentnego dla przypadku, gdy nie istnieje strumień masy przenikający powierzchnię rozdziału faz). Prędkość u_{01}^+ można wyznaczyć z zależności (2.10) i (2.9)

$$u_{01}^+ = \frac{C_{f0}}{2} Re_\delta y_1^+ = \frac{C_{f0}}{2} Re_\delta \frac{\eta_1}{Re_\delta \sqrt{\frac{C_{f0}}{2}}} = \sqrt{\frac{C_{f0}}{2}} \eta_1, \quad (2.18)$$

gdzie $\eta_1 \approx 5 \div 8,3$ dla podwarstwy laminarnej przy zmieniającym się b od 0 do 3,8 [6], C_{f0} — współczynnik tarcia dla przypadku braku poprzecznego strumienia masy zależny od liczby Reynoldsa opływu płytki, np. $C_{f0}/2 = 1,61 Re_\delta^{-1}$ według równania Blasiusa.

Mnożąc przez mianownik obie strony (2.17), a następnie przechodząc do granicy $u_{01} \rightarrow 0$, co odpowiada $Re \rightarrow \infty$, otrzymuje się na τ_0^+ zależność uzyskaną przez Kutateladzego i Leontieva [3, 4, 5]

$$\tau_0^+ = \left(1 - \frac{b}{4}\right)^2. \quad (2.19)$$

Szczególnym przypadkiem (2.19) dla małych wartości b jest zależność uzyskana przez Silvera i Wallisa

$$\tau_0^+ = 1 - \frac{b}{2}. \quad (2.20)$$

Zależność (2.19) pozwala na znalezienie przybliżonej wartości $\sqrt{\tau_0^+ + b}$ jako

$$\sqrt{\tau_0^+ + b} \approx 1 + \frac{b}{4}. \quad (2.21)$$

Uwzględniając (2.11) i (2.21) w (2.14) uzyskuje się przybliżoną wartość τ_0

$$\tau_{0\delta} = \left[1 - \frac{b}{4}(1 - 2u_0)\right]^2 e^{-u_0^+ b}. \quad (2.22)$$

Wykonano obliczenia wartości τ_0 według (2.17) i (2.22), w zależności od u_{01}^+ , dla umiarkowanych wartości liczb Reynoldsa $Re_\delta = (10^4 \div 10^5)$. Wyniki obliczeń przedstawiają tabele 1 i 2.

Jak wskazują wyniki obliczeń przedstawione w tabeli 2, zależność przybliżona (2.22) dość dobrze przybliża zależność (2.17) w zakresie dużych wartości parametru b .

Tabela 1

Wartości $\tau_{0\delta}^+$ obliczone według zależności (2.17)

$\begin{matrix} b \\ u_{01}^+ \end{matrix}$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
0,35	0,79	0,64	0,51	0,39	0,31	0,24	0,18	0,13
0,30	0,79	0,64	0,51	0,39	0,30	0,22	0,16	0,12
0,25	0,79	0,63	0,50	0,38	0,28	0,21	0,15	0,10
0,20	0,79	0,62	0,48	0,36	0,26	0,18	0,12	0,07
0	0,77	0,56	0,39	0,25	0,14	0,06	0,02	0

Tabela 2

Wartości przybliżone $\tau_{0\delta}^+$ obliczone według zależności (2.22)

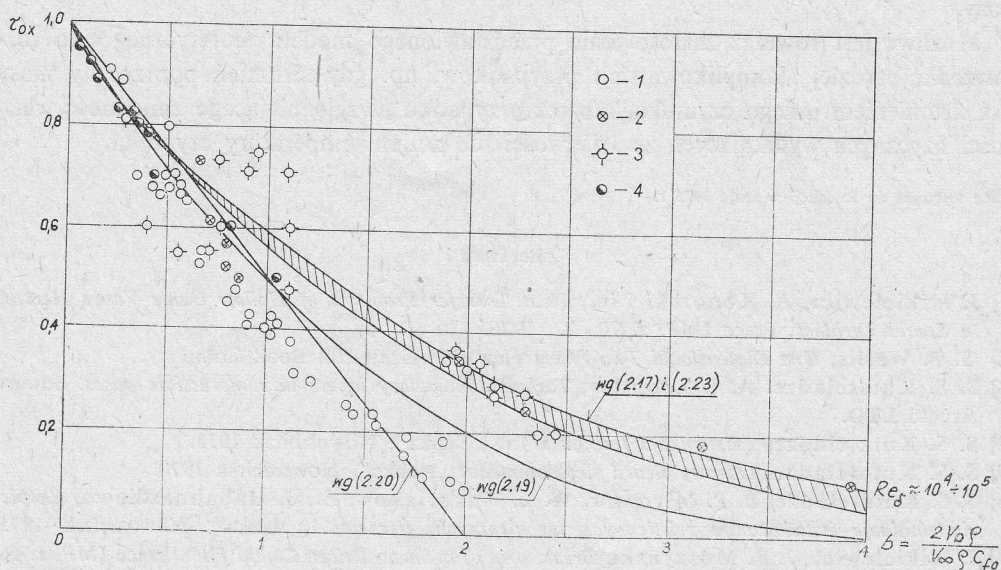
$\begin{matrix} b \\ u_{01}^+ \end{matrix}$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
0,35	0,78	0,60	0,47	0,36	0,27	0,21	0,16	0,12
0,30	0,78	0,60	0,46	0,35	0,26	0,20	0,14	0,11
0,25	0,78	0,60	0,45	0,34	0,25	0,18	0,13	0,05
0,20	0,77	0,59	0,44	0,33	0,23	0,16	0,11	0,07
0	0,77	0,56	0,39	0,25	0,14	0,06	0,02	0

3. Porównanie z danymi eksperymentalnymi

Wyprowadzone powyżej zależności na τ_0 obowiązują dla określonej grubości warstwy przyściennej. W badaniach eksperymentalnych uzyskuje się wartości τ_0 dla określonej długości badanego elementu, np. płytki, na której warstwa przyścienne narasta od wartości zero dla współrzędnej długości $x=0$, do określonej wartości δ dla określonej współrzędnej x . Relacja pomiędzy $\tau_{0\delta}$ przy określonej grubości δ a τ_{0x} przy określonej współrzędnej x , dla przypadku narastania warstwy przyściennej od zera do δ przy stałym b , została znaleziona na drodze teoretycznej przez Kutateladze [3]

$$\frac{\tau_{0x}}{\tau_{0\delta}} = (1 + 0,25b)^{-0,4}. \quad (2.23)$$

Transformację wyników uzyskanych z zależności (2.17) (tab. 1) przeprowadzono za pomocą zależności (2.23). Wyniki obliczeń dla umiarkowanych liczb Reynoldsa ($Re_\delta = 10^4 \div 10^5$) przedstawiono na rys. 2, w konfrontacji ze znanymi teoriami i wynikami badań eksperymentalnych. Otrzymano dość dobrą zgodność prezentowanej teorii z danymi eksperymentalnymi. Cytowane dane eksperymentalne [3] uzyskano w eksperymentach,



Rys. 2. Porównanie zależności (2.17) przy uwzględnieniu poprawki (2.23) dla $Re_\delta 10^4 \div 10^5$ z danymi eksperymentalnymi Hackera, Mickley'a, Pappasa i Okuno [3]

1 – Hacker C_f/C_{f0} , 2 – Mickley C_f/C_{f0} , 3 – Mickley C_f/C_{f0} , 4 – Pappas i Okuno C_f/C_{f0}

w których wdmuchiwno powietrze do strumienia powietrza opływającego badany element. W przypadku Hackera elementem badanym była płaska płytka, u Mickley'a – ścianki tunelu areodynamicznego, a w przypadku Pappasa i Okuno – stożek. Przedstawione na rys. 2 teorie dość dobrze zgadzają się z danymi eksperymentalnymi w zakresie małych wartości parametru b . Rozbieżności między teoriami istnieją przy dużych war-

tościach tego parametru. Ostatnio publikowane eksperymentalne badania radzieckie [6] wskazują na to, że lepszą zgodność z eksperymentem uzyskuje się podstawiając w miejsce 4, w zależności Kutateladze i Leontieva (2.19), wartość eksperymentalną 5,3. Odpowiada to mniej więcej przebiegowi zależności teoretycznej wyprowadzonej w niniejszej pracy dla umiarkowanych liczb Reynoldsa.

4. Uwagi końcowe

Otrzymana zależność na wpływ poprzecznego strumienia masy na naprężenia styczne pozwala, w dalszej konsekwencji, na rozwiązanie zagadnienia wymiany ciepła dla tego przypadku, przez zastosowanie analogii między procesami wymiany pędu i ciepła. Przy liczbach Prandtla mało odbiegających od jedności można stosować powszechnie znaną zależność [4]

$$(St) = \frac{C_f}{2} Pr^{-0,6} = \frac{C_f}{C_{f_0}} C_{f_0} Pr^{-0,6} \approx \tau_0 \frac{C_{f_0}}{2} Pr^{-0,6}.$$

Ponadto zastosowanie powyższych rozważań pozwala na uwzględnienie wpływu wielkości strumienia ciepła na rozpad filmu cieczy poruszanego przez naprężenia styczne na strugi [7], poprzez uwzględnienie zmiany naprężeń wywołanych strumieniem odparowującej masy.

Możliwe jest również zastosowanie przedstawionego modelu teoretycznego do rozpatrzenia bardziej skomplikowanych przypadków, np. gdy strumień poprzeczny masy jest strumieniem innego czynnika, lub też przypadku uwzględniającego zmienność własności fizycznych wynikających ze ściśliwości lub zmian temperatury czynnika.

Praca wpłynęła do Redakcji w maju 1975 r.

Literatura

- [1] J. Mikielwicz, A. Konorski i in., *Heat Transfer Problems of Hollow Guide Vanes Heating in Steam Turbines*. Prace IMP, z. 70 - 72, 1976.
- [2] G. B. Wallis, *One Dimensional Two-Phase Flow*. Mc Graw-Hill Book Company.
- [3] S. S. Kutateladze, A. I. Leontiev, *Turbulent boundary layers in compressible gases*. Edward Arnold LTD.
- [4] S. S. Kutateladze, *Pristiennaja turbulentnost*. „Nauka”, Nowosibirsk 1973.
- [5] S. S. Kutateladze, *Osnovy teorii tieploobmiena*. „Nauka”, Nowosibirsk 1970.
- [6] S. S. Kutateladze, B. P. Mironow, W. E. Nakoriakow, E. M. Habahnasziwewa, *Ekspierimentalnoje issledowanie priestennych turbulentnych tiechenij*. „Nauka”, Nowosibirsk 1975.
- [7] J. Mikielwicz, J. R. Moszyński, *Breakdown of a Shear Driven Liquid Film*. Prace IMP, z. 66, 1975.

Влияние фазовых превращений на величину касательных натяжений на границе раздела фаз

Резюме

В работе представлена теоретическая модель расчета касательных натяжений на границе раздела фаз для случая, когда граница раздела фаз проникает поперечный поток массы. Рассматривается двухслойный случай (ламинарный подслон и турбулентное ядро) для случая несжимаемого течения

без градиента давления. Результат анализа сравнивается с известными теориями и результатами экспериментальных исследований.

Представленное решение учитывает влияние числа Re обтекания на изменение натяжений, вызванное поперечным потоком массы, и довольно хорошо аппроксимирует экспериментальные данные даже для значительных значений поперечного потока массы.

The Effect of Phase Changes on the Value of Shear Stresses at a Phase Separation Boundary

Summary

The paper offers a theoretical model for calculation of shear stresses at a phase separation boundary penetrated by a transverse flux of mass. The case taken into consideration was that of incompressible flow without pressure gradient, with two layers (laminar sublayer and turbulent core) taken into account. Results of the analysis have been compared with known theories and experimental investigations. In the solution presented the influence of the flow-round Reynolds number on the stress changes due to the transverse mass flux has been included. The solution gives a satisfactory approximation of experimental data, even for considerable values of the transverse mass flux.