

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPIYWOVYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPIYWOVYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

75

WARSZAWA—POZNAN 1978

P A Ń S T W O W E W Y D A W N I C T W O N A U K O W E

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPIYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

KOMITET REDAKCYJNY — EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER — REDAKTOR — EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA — EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright

by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1978

Printed in Poland

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE — ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 370+90 egz.	Oddano do składania 13 VII 1977 r.
Ark. wyd. 14. Ark. druk. 11,25	Podpisano do druku 22 maja 1978 r.
Papier druk. mat. kl. V, 70 g	Druk ukończono w maju 1978 r.
Nr zam. 761/58	Cena zł 45,— J-7/292

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. Mickiewicza w Poznaniu

ANDRZEJ KONORSKI, RYSZARD ZAWORSKI, EWA JANKOWSKA

Gdańsk

Nierównowagowy model kondensacji pary wilgotnej na powierzchni filmu cieczowego*

Opierając się na prostym jednowymiarowym modelu procesu, przeprowadzono analizę wpływu odchyień od równowagi na proces kondensacji błonowej pary wilgotnej. Przedstawiono numeryczną metodę obliczeniową oraz jej uproszczoną wersję przybliżoną dla wyznaczania parametrów, opisujących proces kondensacji oraz przyrostów entropii spowodowanych nieodwracalnością zjawiska.

Spis oznaczeń

- | | |
|--|--|
| $a = \frac{\lambda \cdot v}{c}$ – współczynnik wyrównywania temperatury, | r – promień kropli, |
| c – ciepło właściwe, | R – stała gazowa, |
| E – gęstość strumienia energii termicznej, | s – entropia właściwa, |
| $h = i_s - i'_s$ – właściwa entalpia przemiany fazowej (ciepło utajone), | t – czas, |
| H – stała określona wz. (4.18), | T – temperatura bezwzględna, |
| i – entalpia właściwa, | v – objętość właściwa, |
| j – współczynnik zwiększenia dopływu kropli do powierzchni filmu w wyniku dyfuzji Browna (określony wz. (3.30)), | w – prędkość, |
| k $\left\{ \begin{array}{l} - \text{stała Boltzmannna,} \\ - \text{błąd metody obliczeniowej według wz. (6.2),} \\ - \text{współczynnik według wzoru (3.12),} \end{array} \right.$ | $\bar{W}_m$ – średnia prędkość kropli w ruchach Browna (określona wz. (3.26)), |
| l – współczynnik według wzoru (3.12), | x – współrzędna bieżąca w kierunku prostopadłym do powierzchni filmu (kierunek dodatni od powierzchni filmu do ośrodka pary mokrej), |
| l_a – średnia długość drogi swobodnej drobiny w gazie, | y – zawilgocenie pary, |
| m – współczynnik wymiany masy we wz. (3.7), | Y – gęstość strumienia substancji, |
| n – współczynnik wymiany energii we wz. (3.8), | Z – wartość strumienia ciepła odprowadzanego poprzez film do ścianki (w ujemnym kierunku osi współrzędnych), |
| N – koncentracja kropli | α – współczynnik wnikanía ciepła, |
| p – ciśnienie statyczne, | β – molekularny współczynnik wymiany masy, |
| P – funkcja określona wz. (4.10a), | γ – molekularny współczynnik wymiany energii, |
| Q – gęstość strumienia ciepła, | Δ – przyrost, |
| | ε – właściwa energia przenoszenia, |
| | ζ – współczynnik proporcjonalności określony wz. (4.5), |

* Praca wykonana w ramach problemu międzyresortowego MR. I. 26, temat 5.1.

$\delta = T - T_s$ – odchyłka temperatury od temperatury nasycenia,
 λ – współczynnik przewodzenia ciepła,
 A – wydajność źródeł ciepła w jednostce objętości (zastępujących oddziaływanie kropel),
 μ – potencjał termodynamiczny,
 Φ – łączna powierzchnia kropel w jednostce objętości pary wilgotnej,

ψ – zredukowana prędkość kropel określona wz. (3.29),
 ω – wydajność źródła entropii odniesiona do jednostki powierzchni filmu,
 Ω – wydajność źródła entropii w jednostce objętości.

Wskaźniki dolne

B – wielkość wynikająca tylko z dyfuzji Browna,
 całk – całkowity strumień substancji wzbogacającej film,
 f – parametr określający powierzchnię filmu,

0 – parametr pary wilgotnej nad powierzchnią filmu (dla $x=0$),
 ∞ – parametr pary wilgotnej, gdy $x \rightarrow \infty$,
 Nu – wielkość liczona według modelu Nusselta,
 s – stan nasycenia.

Wskaźniki górne

$*$ – wielkość określona przy uwzględnieniu wpływu dyfuzji Browna.

$'$ – faza ciekła kroplowa,

1. Wstęp

Przy obliczaniu procesów, w których występuje kondensacja błonowa, przyjmuje się zazwyczaj za Nusseltem [1], że samo zjawisko kondensacji pary na powierzchni cieczy ma charakter całkowicie równowagowy. W rzeczywistości spodziewać się tu można występowania odchyłeń od równowagi zarówno w postaci wystąpienia uskoków temperatur na powierzchni rozdziału faz (na co wskazał Madejski [2]), jak również w postaci nierównomierności pola temperatur w obszarze zajęтым przez parę, będącego wynikiem skończonej szybkości przebiegu procesu. Również procesy wymiany z drobnymi kroplami cieczy zawartymi w parze wilgotnej powodować mogą dalsze odstępstwa od modelu równowagowego kondensacji.

Celem niniejszej pracy jest analiza wpływu zjawisk nierównowagowych na proces kondensacji pary wilgotnej na powierzchni cieczy oraz przedstawienie sposobu obliczania parametrów tego procesu z uwzględnieniem wpływu odchyłeń od równowagi.

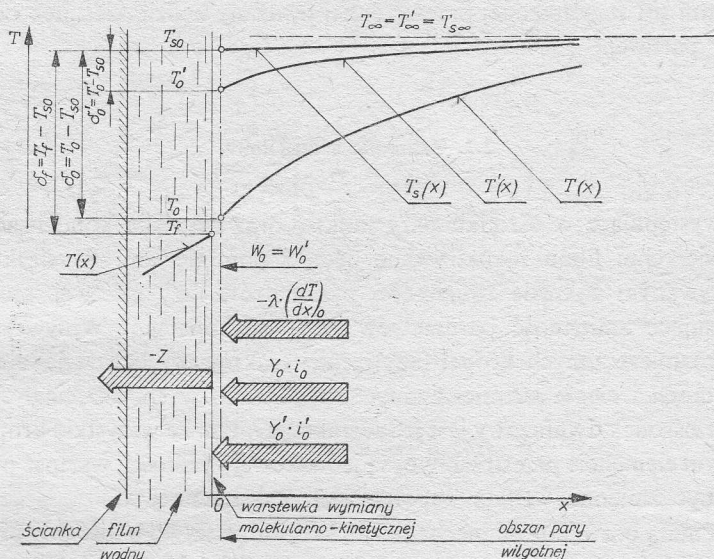
2. Opis modelu i założeń

2.1. Opis modelu

Rozpatruje się kondensację pary mokrej składającej się z fazy gazowej i rozmieszczonych w niej kropelek cieczy. Czynniki powyższy znajduje się w półprzestrzeni ograniczonej z jednej strony płaską powierzchnią cienkiego filmu cieczowego znajdującego się na płycie, przez którą odbierane jest ciepło od filmu. Ośrodek parowy znajduje się w stanie równowagi termicznej (nasycenia).

Skutkiem odbierania ciepła poprzez płytę jest występowanie nierównomiernego rozkładu temperatur (gradientów temperatur) w filmie cieczowym oraz w półprzestrzeni wypełnionej parą wilgotną. Powoduje to kondensację pary z ośrodka dwufazowego na powierzchni filmu, skutkiem czego jest przepływ tego ośrodka w kierunku do filmu.

Lokalne temperatury fazy gazowej w miejscach, w których zaznacza się opisane wyżej oddziaływanie filmu wodnego nie będą identyczne z wartościami temperatur nasycenia



Rys. 1. Schemat rozkładów temperatur oraz strumienie energii przy powierzchni filmu

wynikającymi z panującego w danym miejscu ciśnienia; ponadto wystąpią różnice pomiędzy temperaturą fazy gazowej a temperaturą kropeł zawartych w parze mokrej. Wystąpi zatem stan braku równowagi termicznej między kroplami a fazą gazową, co pociągnie za sobą występowanie sprzężonych ze sobą strumieni wymiany substancji i energii między tymi dwoma podukładami powodując – między innymi – kondensację względnie odparowanie na powierzchni kropeł.

Proces wzbogacania filmu fazą ciekłą składać się będzie z następujących trzech procesów składowych:

- kondensacji fazy gazowej na powierzchni filmu,
- transportu kropełek cieczy unoszonych przepływem fazy gazowej do filmu,
- wzbogacania filmu drobnymi kropelkami cieczy przylepiającymi się do filmu w wyniku dyfuzji Browna.

W poruszającym się ośrodku dwufazowym zachodzi przewodzenie ciepła traktowane jako przewodzenie w ośrodku ciągłym mającym własności i parametry fazy gazowej przy równoczesnym uwzględnieniu wpływu wymiany substancji i ciepła fazy gazowej z kroplami. Proces przemiany fazowej na powierzchni filmu oraz występujące tam zjawiska transportu opisuje mechanizm wymiany molekularno-kinetycznej w cienkiej warstewce (o grubości rzędu wielkości średniej drogi swobodnej molekuly w gazie). Uwzględnienie molekularno-

kinetycznego charakteru procesów w warstewce przypowierzchniowej może być traktowane jako dodatkowy „opór” dla procesów transportu pomiędzy filmem a fazą gazową [2]. Wpływ ten może być szczególnie istotny przy znacznym rozrzedzeniu pary wilgotnej. Jednocześnie opis procesów wymiany w warstewce molekularnej dostarcza związków określających sprzężenie pomiędzy strumieniem wymiany substancji i ciepła między filmem a fazą gazową w warunkach braku równowagi termicznej.

Zagadnienie traktowane będzie jako stacjonarne i jednowymiarowe, przy czym jako kierunek dodatni osi współrzędnej przestrzennej uważany będzie kierunek od powierzchni filmu do fazy parowej.

2.2. Założenia szczegółowe

Zjawiska występujące w ośrodku pary mokrej oraz zjawiska kondensacji i wymiany ciepła na powierzchni filmu rozpatrywane będą z pominięciem siły ciężkości.

W rozpatrywanym zakresie zmienności parametrów fazy gazowej, stosowane będą równania opisujące zmienność parametrów gazu doskonałego. Wpływ oddziaływania nieregularnie rozmieszczonych kropeł fazy ciekłej traktowany będzie jako występowanie „źródeł” substancji i ciepła rozmieszczonych w ośrodku w sposób ciągły.

Przyjęto, że ośrodek dwufazowy jest jednofrakcyjny, tzn. że wszystkie krople znajdujące się w określonym elemencie przestrzennym są jednakowej wielkości; wartość promienia tych kropeł może być zmienna wzdłuż współrzędnej przestrzennej x .

Z uwagi na małą bezwładność mechaniczną kropeł i małą szybkość przepływu czynnika pominięty zostanie wpływ ewentualnych różnic prędkości pomiędzy kroplami i fazą gazową. Nie zostanie również uwzględnione występowanie koagulacji kropeł, powstawanie nowych kropeł z fazy gazowej (kondensacja spontaniczna) i zjawisko całkowitego odparowania kropeł istniejących; przyjęcia te uzasadnione są w występujących technicznie przypadkach kondensacji pary mokrej. W wyniku tego, ilość kropeł przypadających na jednostkę masy mieszaniny dwufazowej będzie wielkością stałą, tzn. niezależną od wartości współrzędnej przestrzennej. Pominięty zostanie wpływ napięcia powierzchniowego kropeł.

Procesy wymiany w warstewce molekularno-kinetycznej nad powierzchnią filmu opisane będą związkami wyprowadzonymi w pracy jednego z autorów [5]; związki te ważne są przy założeniu niewielkich względnych odchyłeń od temperatury równowagi, tzn.:

$$\left| \frac{T_0 - T_s}{T_s} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{T_f - T_s}{T_s} \right| \ll 1.$$

Natomiast procesy wymiany między kroplami i fazą gazową określone zostaną na podstawie modelu zjawiska opisanego w [6]. Głównym parametrem zadania jest wielkość strumienia ciepła odbieranego poprzez film na powierzchni tego filmu (liczona w ujemnym kierunku osi współrzędnych x). Wielkość ta definiowana jest jako

$$Z = \lambda_f \left(\frac{dT_f}{dx} \right). \quad (2.1)$$

3. Analiza procesu kondensacji

3.1. Wyprowadzenie układu równań procesu

Dla ośrodka dwufazowego (mieszaniny fazy gazowej i kropeł cieczy) równaniami zachowania substancji, pędu i energii całkowitej będą odpowiednio:

$$\frac{w}{v} \frac{1}{1-y} = \frac{w_{\infty}}{v_{\infty}} \frac{1}{1-y_{\infty}}, \quad (3.1)$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{w^2}{v} + p \right] + \frac{w_{\infty}}{v_{\infty}} \frac{1}{1-y_{\infty}} \frac{d}{dx} (yw) = 0, \quad (3.2)$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{w}{v} \left(i + \frac{w^2}{2} \right) - \frac{d}{dx} (\lambda T) \right] + \frac{w_{\infty}}{v_{\infty}} \frac{1}{1-y_{\infty}} \frac{d}{dx} \left[y \left(i' + \frac{w^2}{2} \right) \right] = 0, \quad (3.3)$$

zaś równania zachowania substancji i energii termicznej dla pojedynczej kropli będą miały postać

$$\frac{1}{3} \frac{d}{dt} \left(\frac{r^3}{v'} \right) + r^2 Y = 0, \quad (3.4)$$

$$\frac{4}{3} \pi \frac{r^3}{v'} c' \frac{dT'}{dt} + 4\pi r^2 (Yh + Q) = 0, \quad (3.5)$$

przy czym z uwagi na stacjonarność przepływu

$$dt = \frac{dx}{w}. \quad (3.6)$$

Procesy wymiany substancji i energii między kroplami cieczy a fazą gazową, przy braku równowagi termodynamicznej opisane zostaną według metody przedstawionej w pracy [6]. Wartości gęstości wypadkowych strumieni substancji i ciepła (skierowanych od kropli do fazy gazowej) określa się wyrażeniami

$$Y = m'(T' - T_s) + m(T - T_s), \quad (3.7)$$

$$Q = n'(T' - T_s) + n(T - T_s), \quad (3.8)$$

gdzie wartości współczynników m oraz n określa się na podstawie danych zawartych w [6] Gęstością strumienia energii termicznej między kroplami a fazą gazową będzie więc

$$E = Q + Yi. \quad (3.9)$$

Biorąc pod uwagę związki (3.6), (3.7) i (3.8) można równania (3.4) i (3.5) przepisać w formie.

$$\frac{1}{3} w \frac{d}{dx} \left(\frac{r^3}{v'} \right) + r^2 [m'(T' - T_s) + m(T - T_s)] = 0, \quad (3.10)$$

$$\frac{dT'}{dx} = -\frac{3v'}{c'wr} [l'(T' - T_s) + l(T - T_s)], \quad (3.11)$$

gdzie

$$l = mh + n, \quad l' = m'h + n'. \quad (3.12)$$

Zgodnie z przyjętym uprzednio założeniem o stałej ilości kropeł w jednostce masy mieszaniny, zmienność stopnia zawilgocenia pary powiązana jest ze zmiennością promienia kropeł relacją

$$\frac{y}{y_\infty} = \left(\frac{r}{r_\infty} \right)^3. \quad (3.13)$$

Ponadto dla fazy gazowej ważne będą:

- równanie Clausiusa-Clapeyrona (przy przyjęciu, że $v' \leq v$)

$$\frac{dT_s}{dx} = \frac{V_{s\infty} T_{s\infty}}{h} \frac{dp}{dx}, \quad (3.14)$$

- termiczne równanie stanu

$$v = \frac{RT}{p} \quad (3.15)$$

oraz kaloryczne równania stanu, odpowiednio dla fazy gazowej i ciekłej, napisane w postaci

$$i = i_\infty + c(T - T_\infty), \quad (3.16)$$

$$i' = i'_\infty + c'(T' - T_\infty). \quad (3.17)$$

W wyniku otrzymuje się 10 równań – (3.1), (3.2), (3.3), (3.10), (3.11), (3.13), (3.14), (3.15), (3.16) i (3.17) – opisujących rozkład zmienności w funkcji zmiennej przestrzennej następujących 10-ciu parametrów:

$$(T, T', T_s, p, i, i', v, y, r, w).$$

3.2. Warunki brzegowe

Wartości przybierane przez parametry mieszaniny dwufazowej dostarczają następujących warunków brzegowych:

$$\left. \begin{aligned} r(\infty) &= r_\infty \\ y(\infty) &= y_\infty \\ v(\infty) &= v_\infty \\ T(\infty) &= T'(\infty) = T_s(\infty) = T_{s\infty} \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

Pozostałe warunki określa się z równań bilansu strumieni na powierzchni filmu.

Równaniem bilansowym strumieni energii termicznej przekazywanej pomiędzy ośrodkiem pary mokrej a filmem cieczowym jest

$$-\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_0 + \frac{w_0}{v_0} \left(i_0 + \frac{y_0}{1-y_0} i'_0 \right) = -Z + \frac{w_0}{v_0} i_f \frac{1}{1-y_0}, \quad (3.19)$$

gdzie

$$\left. \begin{aligned} i_f &= i'_{s\infty} + c'(T_f - T_{s\infty}), \\ i_0 &= i_{s\infty} + c(T_0 - T_{s\infty}), \\ i'_0 &= i'_{s\infty} + c'(T'_0 - T_{s\infty}). \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

W równaniu (3.19) uwzględnia się współczynnik zwiększenia transportu kropel do powierzchni filmu wskutek dyfuzji Browna

$$j = \frac{(Y'_0)^*}{(Y'_0)}. \quad (3.21)$$

Wartość strumienia ciepła odbieranego poprzez film cieczowy określona tu została za pomocą gradientu temperatur istniejącego w filmie przy jego powierzchni (podobnie jak we wzorze (2.1)):

$$Z = \lambda_f \left(\frac{dT_f}{dx} \right). \quad (3.22)$$

W dalszych rozważaniach wielkość Z traktowana będzie jako parametr zadania.

Następne równania uwzględniają wymianę kinetyczno-molekularną nad powierzchnią filmu. Wyprowadzenia równań dotyczących tej wymiany dokonano na podstawie opracowania [5].

Biorąc pod uwagę, że gęstość strumienia kondensującej się na powierzchni filmu fazy gazowej wynosi

$$Y_0 = \frac{w_0}{v_0}$$

można napisać równanie bilansu energii termicznej przekazywanej od fazy gazowej drogą wymiany kinetyczno-molekularnej do filmu:

$$-\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_0 + \frac{w_0}{v_0} i_0 = \frac{w_0}{v_0} \varepsilon + \frac{\gamma}{T_{s\infty}} (T_f - T_0), \quad (3.23)$$

zaś równaniem bilansowym strumieni substancji przekazywanej pomiędzy fazą gazową a warstewką wymiany molekularnej jest

$$\frac{w_0}{v_0} = \frac{\beta}{T_{s\infty}} (T_0 - T_{s0}) + \frac{\beta'}{T_{s\infty}} (T_f - T_{s0}), \quad (3.24)$$

gdzie właściwą energią przenoszenia jest

$$\varepsilon = i_s - \frac{1}{2} \cdot R \cdot T_s. \quad (3.25)$$

Występujące w równaniach (3.23) i (3.24) współczynniki wymiany molekularnej β , β' i γ określone zostały w pracy [5]. Dla rozwiązania opisanego wyżej układu równań warunkami brzegowymi będą wyrażenia (3.18), (3.19), (3.23), (3.24) oraz wartość strumienia ciepła Z .

3.3. Wpływ dyfuzji Browna

Krople trafiające na powierzchnię filmu w wyniku wykonywania ruchów Browna „przylepiają” się do filmu zwiększając w ten sposób strumień kropeł transportowanych do filmu. Ilościowego określenia wpływu dyfuzji Browna na zwiększenie transportu kropeł w kierunku powierzchni filmu dokonuje się w sposób podobny do metod obliczania strumieni drobin atakujących element powierzchni [3, 4].

Opierając się na rozkładzie prędkości Maxwella-Boltzmanna określić można średnią arytmetyczną prędkość kropeł wykonujących ruchy Browna jako:

$$\bar{W}_{m0} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{6kT_0 v'}{r_0^3}}. \quad (3.26)$$

Biorąc pod uwagę, że koncentracja kropeł wynosi

$$N_0 = \frac{3}{4\pi r_0^3} \frac{y_0}{1-y_0} \frac{v'}{v_0}, \quad (3.27)$$

otrzyma się (w sposób podobny do [4]) wartość gęstości strumienia masy kropeł trafiających na powierzchnię filmu w wyniku dyfuzji Browna

$$(Y'_0)^* = -\frac{y_0}{1-y_0} \frac{1}{v_0} \frac{W_{m0}}{4} \{ \exp(-\psi^2) - \sqrt{\pi} \psi (1 - \operatorname{erf} \psi) \}, \quad (3.28)$$

gdzie

$$\psi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{w_0}{\bar{W}_{m0}}. \quad (3.29)$$

Współczynnikiem zwiększenia transportu kropeł na powierzchnię filmu będzie więc

$$j = \frac{(Y'_0)^*}{Y'_0}. \quad (3.30)$$

Biorąc pod uwagę, że gęstość strumienia substancji kropeł unoszonych w kierunku filmu z przepływem (makroskopowym) fazy gazowej wynosi

$$Y'_0 = \frac{y_0}{1-y_0} \frac{w_0}{v_0} \quad (3.31)$$

i wprowadzając wartość określoną wzorem (3.28), otrzyma się współczynnik zwiększenia transportu kropeł w postaci

$$j = -\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left[\frac{1}{\psi} \exp(-\psi^2) - \sqrt{\pi} (1 - \operatorname{erf} \psi) \right]. \quad (3.32)$$

Zjawisko zwiększenia transportu kropeł na skutek dyfuzji Browna odgrywać może istotną rolę tylko w przypadku, gdy krople zawarte w parze wilgotnej mają dostatecznie małe rozmiary.

Jednym z przypadków szczególnych będzie sytuacja, gdy wpływ transportu kropeł na powierzchnię filmu wskutek dyfuzji Browna będzie niewielki w stosunku do transportu

kropel unoszonych w czynniku. Można wtedy uważać, że strumień kropel wynikający z unoszenia ich przepływem gazu oraz strumień kropel w wyniku dyfuzji Browna są addytywne.

Wtedy

$$(Y'_0)^* = Y'_0 + (Y'_0)_B, \quad (3.33)$$

czyli

$$j = 1 + \frac{(Y'_0)_B}{Y'_0}, \quad (3.34)$$

gdzie

$$(Y'_0)_B = - \frac{y_0}{1-y_0} \frac{1}{v_0} \frac{\bar{W}_{m0}}{4}. \quad (3.35)$$

Znak minus w powyższym wzorze wynika z przyjętego kierunku osi współrzędnych.

Innym (odwrotnym) przypadkiem szczególnym będzie przypadek, gdy strumień kropel unoszonych ruchem makroskopowym gazu będzie znacznie mniejszy od strumienia kropel transportowanych wskutek dyfuzji Browna. Przypadek taki będzie miał miejsce przy małych gradientach temperatur w filmie (b. słabe odbieranie ciepła przez film), tzn. słabej kondensacji na powierzchni filmu. Wówczas linearyzując wzór (3.28) względem szybkości unoszenia otrzyma się w przybliżeniu:

$$(Y'_0)^* = - \frac{y_0}{1-y_0} \frac{1}{v_0} \frac{\bar{W}_{m0}}{4} (1 - \sqrt{\pi} \psi). \quad (3.36)$$

Również i w tym przypadku oba rodzaje strumieni kropel można traktować jako addytywne. Można wtedy przedstawić sumaryczny strumień kropel wzorem (3.33), przy czym strumień dyfuzji Browna określony będzie przez wzór (3.35).

3.4. Określenie strumieni transportowanych na powierzchnię filmu

Zgodnie z opisem modelu (rozdz. 2.1) strumienie wzbogacające film składają się ze strumienia substancji kondensującej się oraz strumienia kropel unoszonych przez fazę gazową i zwiększonego strumieniem dyfuzji Browna.

Można to zapisać jako

$$Y_{\text{całk}} = Y_0 + (Y'_0)^*,$$

czyli

$$Y_{\text{całk}} = Y_0 + j Y'_0, \quad (3.37)$$

zaś dla przypadków, w których transport kropel wskutek unoszenia i wskutek dyfuzji Browna może być traktowany jako addytywny (patrz rozdz. 3.3), ważny będzie dodatkowo wzór (3.33).

Opierając się na rozdz. 3.2 można wyznaczyć wartości parametrów na powierzchni filmu. Z kolei na podstawie tych parametrów wyznacza się gęstość strumienia substancji kondensującej się fazy gazowej na powierzchni filmu, która wyniesie

$$Y_0 = \frac{w_0}{v_0}, \quad (3.38)$$

zaś przyjmując, że dla technicznych przypadków kondensacji pary wilgotnej, w których strumień dyfuzji Browna jest pomijalny w stosunku do całkowitego strumienia substancji wzbogacającej film, można ten ostatni określić na podstawie równania zachowania substancji jako

$$Y_{\text{całk}} = \frac{1}{1 - y_{\infty}} \frac{w_{\infty}}{v_{\infty}}. \quad (3.39)$$

Jako proces porównawczy do opisanego wyżej modelu kondensacji używany będzie równowagowy model Nusselta [1]. Opisuje on kondensację równowagowego ośrodka fazy gazowej na filmie bez uwzględnienia wpływów konwekcji, obecności kropeł, nierównomierności rozkładu parametrów i wpływu „uskoków” parametrów w warstewce molekularnej.

Porównawcza wielkość strumienia substancji wzbogacającej film obliczona zgodnie z modelem Nusselta wyniesie

$$Y_{\text{Nu}} = \frac{w_{\infty}}{v_{\infty}}. \quad (3.40)$$

Można więc określić stosunek strumieni substancji wyznaczonych według opisanego w niniejszej pracy modelu, do strumienia substancji liczonego z modelu Nusselta.

Odpowiednie wielkości wyniosą

$$\frac{Y_0}{Y_{\text{Nu}}} = \frac{w_0}{w_{\infty}} \frac{v_{\infty}}{v_0} \quad (3.41)$$

oraz

$$\frac{Y_{\text{całk}}}{Y_{\text{Nu}}} = \frac{1}{1 - y_{\infty}}. \quad (3.42)$$

3.5. Opis rozwiązania numerycznego układu równań różniczkowych

Numerycznego rozwiązania układu równań opisanego w rozdz. 3.1 i 3.2 dokonuje się przyjmując jako zastępczy parametr zadania określoną wartość w_{∞} (zamiast parametru Z). Relację pomiędzy przyjętą wartością parametru zastępczego w_{∞} a odpowiadającą jej wartością parametru Z określa się z równania (3.19) dla $x=0$. Po przekształceniu równań (3.10) i (3.11) oraz po jednokrotnym scałkowaniu równań (3.2), (3.3), (3.14) w przedziale $(x; \infty)$ otrzymuje się układ następujących trzech równań różniczkowych:

$$\frac{dr}{dx} = f_1(r, T, T', \dots), \quad (3.43)$$

$$\frac{dT'}{dx} = f_2(r, T, T', \dots), \quad (3.44)$$

$$\frac{dT}{dx} = f_3(r, T, T', \dots), \quad (3.45)$$

z warunkami dla $x \rightarrow \infty$:

$$r(x) = r_\infty, \quad T(x) = T_\infty, \quad T'(x) = T'_\infty \quad (3.46)$$

oraz z warunkami (3.19), (3.23) i (3.24) dla $x=0$.

Zagadnienie sprowadza się do układu równań różniczkowych z warunkami początkowymi, traktując wielkość T (temperatura fazy gazowej) jako zastępczą zmienną niezależną. Warunkiem stosowności tego rodzaju metody jest przyjęcie, że rozkład $T(x)$ jest ściśle monotoniczny.

Dzieląc równania (3.43) i (3.44) stronami przez równanie (3.45) otrzymuje się następujący układ dwu równań różniczkowych:

$$\frac{dr}{dT} = \frac{f_1(r, T, T', \dots)}{f_3(r, T, T', \dots)}, \quad \frac{dT'}{dT} = \frac{f_2(r, T, T', \dots)}{f_3(r, T, T', \dots)}. \quad (3.47)$$

Przechodząc w powyższym układzie do granicy dla $x \rightarrow \infty$ otrzymuje się układ dwu równań algebraicznych określający wielkości

$$\left(\frac{dr}{dT} \right)_{T=T_\infty} \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{dT'}{dT} \right)_{T=T_\infty}.$$

W ten sposób otrzymuje się układ (3.47) z warunkami początkowymi dla $x \rightarrow \infty$ i parametrem wiodącym (zmienną niezależną) T , co pozwala określić wielkości

$$T' = T'(T), \quad r = r(T). \quad (3.48)$$

Z równań (3.1), (3.2), (3.13), (3.14), (3.15), (3.16) i (3.17) można wyznaczyć pozostałe poszukiwane wielkości w zależności od znanych już T , T' oraz r , w następującej kolejności:

$$\left. \begin{aligned} y &= y(r), & w &= w(v, y), \\ T_s &= T_s(T, y), & i &= i(T), \\ p &= p(T_s), & i' &= i'(T'), \\ v &= v(T, p), \end{aligned} \right\} \quad (3.49)$$

Pozostaje określenie punktu $x=0$, tzn. w tym wypadku określenie temperatury $T(0) = T_0$, temperatury filmu T_f oraz strumienia Z . Dokonuje się tego na podstawie warunków brzegowych dla $x=0$, tzn. równań (3.19), (3.23) i (3.24) w sposób następujący: Z równania (3.24) określa się wielkość T_f , po czym podstawia się ją do równania (3.23) otrzymując w ten sposób nowe równanie algebraiczne, wiążące poszukiwane parametry w punkcie $x=0$. Równanie to (na podstawie wz. (3.48) i (3.49)) można przedstawić w postaci ogólnej następująco:

$$F(T, T'(T), r(T)) = 0. \quad (3.50)$$

Rozwiązując je znajduje się wartości temperatury fazy gazowej T w punkcie $x=0$. Na podstawie równań (3.48) i (3.49) znajduje się wartości pozostałych poszukiwanych parametrów dla $x=0$.

Temperaturę filmu T_f określa równanie (3.24), a strumień Z określa się z równania

(3.19). Następnie z równania (3.45) określa się dla każdej wartości parametru T odpowiadającą jej współrzędną x :

$$x = \int_{T_0}^T \frac{dT}{f_3(r, T, T', \dots)} \quad (3.51)$$

4. Uproszczona metoda obliczeniowa

4.1. Opis i założenia

Model obliczeniowy przedstawiony w rozdziale 3 wymaga stosowania dość pracochłonnych metod obliczeniowych. Poniżej przedstawiona zostanie uproszczona metoda obliczania procesów kondensacji pary wilgotnej na filmie, oparta na przyjęciu przybliżonego modelu fizycznego zjawiska.

Jako dodatkowe założenia upraszczające dla przybliżonego modelu fizycznego przyjęto, że rozkład ciśnienia (a stąd temperatury nasycenia) jest równomierny, tzn. odpowiednie wartości parametrów są niezależne od współrzędnej przestrzennej. Ponadto przyjmuje się również równomierny rozkład prędkości unoszenia oraz objętości właściwej fazy gazowej, zawilgocenia pary i promienia kropeł.

Wartość prędkości unoszenia przyjęta zostanie w pierwszym przybliżeniu na podstawie modelu kondensacji Nusselta.

$$w = w_\infty = w_{Nu} = -\frac{v_\infty}{h_\infty} Z. \quad (4.1)$$

Oddziaływanie między kroplami i fazą gazową określono przyjmując, że ciepło przewodzone do fazy gazowej pochodzi tylko od ciepła kondensacji na kroplach. Ponieważ promień kropeł jest rzędu średniej drogi swobodnej molekuly w gazie, należy uwzględnić wpływ rozrzedzenia gazu na wymianę ciepła. W tym celu zmodyfikowano w sposób przybliżony wartość współczynnika wymiany ciepła w sposób następujący:

$$\alpha \cong \frac{\lambda}{r + l_d}. \quad (4.2)$$

Postać tego wzoru opiera się na przybliżonym przyjęciu, że proces wymiany ciepła dookoła kropli może być traktowany jako przewodzenie od kuli, której promień jest większy od promienia kropli o wartość jednej średniej drogi swobodnej.

Wpływ oddziaływania kropeł fazy ciekłej traktowany będzie jako występowanie zastępczych źródeł ciepła rozmieszczonych w ośrodku w sposób ciągły.

Wobec powyższego, łączna powierzchnia kropeł w 1 m^3 pary wilgotnej równa jest

$$\Phi_\infty = \frac{3}{r_\infty} \frac{y_\infty}{1 - y_\infty} \frac{v'}{v_\infty}. \quad (4.3)$$

natomiast wydajność zastępczych źródeł ciepła można określić jako

$$A = -\zeta \delta, \quad (4.4)$$

gdzie

$$\zeta = \frac{3\lambda}{r_\infty(r_\infty + l_d)} \frac{y_\infty}{1 - y_\infty} \frac{v'}{v_\infty}. \quad (4.5)$$

W tak określonym modelu równanie przewodnictwa w fazie gazowej będzie miało postać

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} - \frac{w_\infty}{a} \frac{d\delta}{dx} + \frac{A}{\lambda} = 0. \quad (4.6)$$

Rozwiązanie tego równania otrzymuje się dla następujących warunków brzegowych: dla $x \rightarrow \infty$

$$\delta(x) = \delta_\infty = 0 \quad (4.7)$$

i dla $x=0$

$$\left(\frac{d\delta}{dx}\right)_0 = \frac{1}{\lambda} \left\{ \frac{w_\infty}{v_\infty} \left(i_{s_\infty} - \varepsilon - \frac{\gamma}{\beta'} \right) + \left[\frac{\gamma}{T_{s_\infty}} \left(\frac{\beta}{\beta'} + 1 \right) + \frac{w_\infty}{v_\infty} c \right] \delta_0 \right\}, \quad (4.8)$$

gdzie warunek (4.8) uzyskano z warunków (3.23) i (3.24).

W wyniku całkowania równania (4.6) (pamiętając, że w związku z przyjętym zwrotem osi współrzędnych $w_\infty < 0$) otrzyma się rozkład odchyłki temperatury fazy gazowej od temperatury nasycenia

$$\delta(x) = T(x) - T_{s_\infty}$$

w postaci

$$\delta(x) = \frac{1}{\lambda \cdot P} \left\{ \frac{w_\infty}{v_\infty} \left(i_{s_\infty} - \varepsilon - \frac{\gamma}{\beta'} \right) + \left[\frac{\gamma}{T_{s_\infty}} \left(\frac{\beta}{\beta'} + 1 \right) + \frac{w_\infty}{v_\infty} c \right] \delta_0 \right\} \exp(P \cdot x), \quad (4.9)$$

gdzie

$$P = \frac{w_\infty}{2a} - \sqrt{\left[\frac{w_\infty}{2a} \right]^2 + \frac{\zeta}{\lambda}}, \quad (4.10)$$

lub biorąc pod uwagę zależność (4.1)

$$P = -Z \frac{v_\infty}{2a} \frac{1}{h_\infty} - \sqrt{\left[Z \frac{v_\infty}{2a \cdot h_\infty} \right]^2 + \frac{\zeta}{\lambda}}. \quad (4.10a)$$

Znak „minus” przed pierwiastkiem wynika z faktu, że dla spełnienia warunku (4.7) musi być $P < 0$.

Wartość brzegową odchyłki δ dla $x=0$ można określić z równania (4.9)

$$\delta_0 = \frac{\frac{w_\infty}{v_\infty} \left(i_{s_\infty} - \varepsilon - \frac{\gamma}{\beta'} \right)}{\lambda \cdot P - \left[\frac{\gamma}{T_{s_\infty}} \left(\frac{\beta}{\beta'} + 1 \right) + \frac{w_\infty}{v_\infty} c \right]}, \quad (4.11)$$

lub z uwagi na (4.1)

$$\delta_0 = \frac{-\frac{Z}{h_\infty} \left(i_{s_\infty} - \varepsilon - \frac{\gamma}{\beta'} \right)}{\lambda \cdot P - \left[\frac{\gamma}{T_{s_\infty}} \left(\frac{\beta}{\beta'} + 1 \right) - \frac{Zc}{h_\infty} \right]}. \quad (4.11a)$$

W związku z tym warunek brzegowy (4.8), określający wartość gradientu temperatury fazy gazowej nad powierzchnią filmu (tzn. dla $x=0$) można przedstawić:

$$\left(\frac{d\delta}{dx}\right)_0 = P \cdot \delta_0. \quad (4.12)$$

4.2. Zwiększenie dokładności obliczeń

W wyniku dotychczasowych rozważań otrzymuje się rozkład odchyłki temperatury fazy gazowej od temperatury nasycenia (wzór (4.9)). Traktując to jako pierwsze przybliżenie, można uzyskać następne przybliżenie rozkładów temperatur kropeł, ich promienia, zawilgocenia pary, objętości właściwej fazy gazowej i prędkości unoszenia przy użyciu zależności (3.1), (3.10), (3.11), (3.13) i (3.15), podstawiając do nich zależność $T(x)$ wynikającą z (4.9).

Dla określenia rozkładu i wartości brzegowej temperatury kropeł równanie (3.11) można przedstawić następująco:

$$\frac{d\delta'(x)}{dx} = -\frac{3v'}{c'w_\infty r_\infty} [l'\delta'(x) + l\delta(x)]. \quad (4.13)$$

Rozwiązanie tego równania z warunkiem brzegowym dla $x \rightarrow \infty$ $\delta'(\infty)=0$ będzie miało postać

$$\delta'(x) = -\frac{l}{l' + \frac{w_\infty c'}{3v'} r_\infty P} \delta_0 \exp(Px), \quad (4.14)$$

zaś brzegowa wartość temperatury kropeł dla $x=0$ wyniesie

$$\delta'_0 = -\frac{l\delta_0}{l' + \frac{w_\infty c'}{3v'} r_\infty P}, \quad (4.15)$$

lub uwzględniając (4.1)

$$\delta'_0 = -\frac{3v'l\delta_0}{3v'l' - c'r_\infty P \frac{v_\infty}{h_\infty} Z}. \quad (4.15a)$$

Korzystając z określonych już rozkładów $\delta(x)$ i $\delta'(x)$ oraz z równania (3.10), można wyznaczyć rozkład i brzegową wartość promienia kropeł. Równanie (3.10) można zapisać w postaci

$$\frac{dr(x)}{dx} = -\frac{v'}{w_\infty} [m'\delta'(x) + m\delta(x)]. \quad (4.16)$$

Całkując to równanie w granicach (x, ∞) , gdzie $r(\infty)=r_\infty$, po uwzględnieniu (4.9) i (4.14) otrzymuje się

$$r(x) = -H + (r_\infty + H) \exp\left[-\frac{mc'}{3l'} \delta_0 \exp(Px)\right], \quad (4.17)$$

gdzie stała wartość

$$H = \frac{3v'}{c'Pw_\infty} \frac{ml' - m'l}{m}. \quad (4.18)$$

Wartość promienia kropli przy powierzchni filmu

$$r_0 = -H + (r_\infty + H) \exp\left(-\frac{mc'}{3l'} \delta_0\right). \quad (4.19)$$

Wstawiając (4.17) do (3.13) otrzyma się rozkład zawilgocenia pary mokrej w postaci

$$y(x) = \frac{y_\infty}{r_\infty^3} \left\{ -H + (r_\infty + H) \exp\left[-\frac{mc'}{3l'} \delta_0 \exp(Px)\right] \right\}^3, \quad (4.20)$$

zaś wartość brzegowa zawilgocenia wyniesie

$$y_0 = \frac{y_\infty}{r_\infty^3} \left[-H + (r_\infty + H) \exp\left(-\frac{mc'}{3l'} \delta_0\right) \right]^3. \quad (4.21)$$

Określając z termicznego równania stanu (3.15) rozkład objętości właściwej jako

$$v(x) = v_\infty \frac{T_{s\infty} + \delta(x)}{T_{s\infty}} \quad (4.22)$$

i jej wartość brzegową

$$v_0 = v_\infty \frac{T_{s\infty} + \delta_0}{T_{s\infty}}, \quad (4.23)$$

można z równania (3.1) określić rozkład prędkości czynnika

$$w(x) = \frac{w_\infty}{1 - y_\infty} [1 - y(x)] \frac{T_{s\infty} + \delta(x)}{T_{s\infty}}, \quad (4.24)$$

którego brzegowa wartość dla $X=0$ wyniesie

$$w_0 = \frac{w_\infty}{1 - y_\infty} \frac{\delta_0 + T_{s\infty}}{T_{s\infty}} \left\{ 1 - \frac{y_\infty}{r_\infty^3} \left[-H + (r_\infty + H) \exp\left(-\frac{mc'}{3l'} \delta_0\right) \right]^3 \right\} \dots, \quad (4.25)$$

lub uwzględniając (4.1)

$$w_0 = -\frac{v_\infty}{1 - y_\infty} \frac{Z}{h_\infty} \frac{\delta_0 + T_{s\infty}}{T_{s\infty}} \left\{ 1 - \frac{y_\infty}{r_\infty^3} \left[-H + (r_\infty + H) \exp\left(-\frac{mc'}{3l'} \delta_0\right) \right]^3 \right\} \dots, \quad (4.25a)$$

gdzie wielkość δ_0 określono równaniem (4.11), zaś H zależnością (4.18).

Dalsze przybliżenia rozkładu przestrzennego temperatury fazy gazowej można by uzyskać używając z kolei wyznaczonych uprzednio rozkładów parametrów do rozwiązywania równania (4.6).

4.3. Wyznaczenie strumieni wymiany

Pozostałe parametry brzegowe (m. in. temperaturę powierzchni filmu) oraz wartości strumieni kondensacji i wzbogacania filmu oblicza się na podstawie wzorów rozdziału 3.4. Tak więc odchyłkę temperatury powierzchni filmu od temperatury nasycenia wyznacza się następująco:

$$\delta_f = \frac{T_{s\infty}}{\beta'} \frac{w_0}{v_0} - \frac{\beta}{\beta'} \delta_0. \quad (4.26)$$

Natomiast gęstość strumienia substancji kondensującej się na powierzchni filmu Y_0 i substancji wzbogacającej film $Y_{\text{całk}}$ (z pominięciem dyfuzji Browna) oraz wielkości odniesione powyższych strumieni do strumienia Y_{Nu} według modelu Nusselta określa się kolejno wzorami (3.38), (3.39), (3.41) i (3.42), zawartymi w rozdziale 3.4 tego opracowania.

5. Przyrosty entropii w procesie kondensacji i wzbogacania filmu

W rozpatrywanym modelu procesów kondensacji i wzbogacania filmu mają miejsce zjawiska nierównowagowe, wywołujące m. in. wzrost entropii układu. Wytwarzanie entropii ma miejsce zarówno na powierzchni filmu, gdzie następuje właściwa kondensacja i wzbogacanie filmu kroplami, jak też w półprzestrzeni wypełnionej parą wilgotną.

Wytwarzanie entropii na powierzchni filmu wywołane jest:

- 1) nieodwracalnymi, sprzężonymi ze sobą zjawiskami kondensacji fazy gazowej i wymiany ciepła poprzez molekularno-kinetyczną warstwę nad powierzchnią cieczy,
- 2) wzbogacaniem filmu wodnego przez krople cieczy, mające odmienną od filmu temperaturę.

Ponadto w przestrzeni zajętej przez parę wilgotną występują procesy nieodwracalne powodujące wytwarzanie entropii:

- 3) nieodwracalne, sprzężone ze sobą procesy wymiany substancji i energii między fazą gazową a kroplami (w wyniku braku równowagi między tymi fazami),
- 4) procesy przepływu fazy gazowej w kierunku filmu i przewodzenia ciepła w fazie gazowej.

Wartości źródeł entropii, wywoływanych przez każdy z wymienionych procesów (1)÷(4) traktowane będą jako addytywne; wielkości odnoszące się do obliczania poszczególnych źródeł składowych oznaczane będą w dalszym ciągu odpowiednim wskaźnikiem górnym.

Wydaźność źródła entropii (1) odniesioną do jednostki powierzchni filmu przedstawić można zgodnie z wyprowadzeniami zawartymi w pracy [5] jako sumę iloczynów odpowiednich strumieni i bodźców:

$$\omega_0^{(1)} = E_0^{(1)} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_f} \right) - Y_0^{(1)} \left(\frac{\mu_0}{T_0} - \frac{\mu_f}{T_f} \right), \quad (5.1)$$

gdzie wartości strumieni substancji i energii termicznej można wyrazić w funkcji odchyżeń

temperatur

$$Y_0^{(1)} = \frac{1}{T_{s0}} (\beta' \delta_f + \beta \delta_0), \quad (5.2)$$

$$E_0^{(1)} = \frac{1}{T_{s0}} [(\beta' \varepsilon + \gamma) \delta_f + (\beta \varepsilon - \gamma) \delta_0]. \quad (5.3)$$

Biorąc pod uwagę, że potencjał termodynamiczny

$$\mu = i - Ts \quad (5.4)$$

oraz linearyzując wielkości bodźców, otrzyma się po przekształceniach:

$$\begin{aligned} \omega_0^{(1)} = \frac{1}{T_{s0}^3} \{ [\gamma - \beta'(i'_{s0} - \varepsilon)] \delta_f^2 + [\gamma + \beta(i_{s0} - \varepsilon)] \delta_0^2 + \\ + [(\beta - \beta') \varepsilon - 2\gamma + \beta' i_{s0} - \beta i'_{s0}] \delta_f \delta_0 \}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

gdzie wielkości odchylen temperatury δ_0 i δ_f zależne są od strumienia ciepła odbieranego Z w sposób opisany wzorami (4.11a) i (4.26).

Wydajność źródła entropii (2) zostanie określona w sposób uproszczony jako:

$$\omega_0^{(2)} = Q_0^{(2)} \left(\frac{1}{T_0'} - \frac{1}{T_f} \right), \quad (5.6)$$

gdzie wartość strumienia ciepła odprowadzanego od kropeł dla obniżenia ich temperatury do temperatury powierzchni filmu wyraża się w funkcji odchylen temperatur

$$Q_0^{(2)} = \frac{w_0}{v_0} \frac{y_0}{1 - y_0} c' (\delta_0' - \delta_f). \quad (5.7)$$

Linearyzując wielkość bodźca w analogiczny sposób jak przy opisie źródła (1) otrzyma się

$$\omega_0^{(2)} = - \frac{w_0}{v_0} \frac{y_0}{1 - y_0} c' \frac{(\delta_f - \delta_0')^2}{T_{s0}^2}, \quad (5.8)$$

gdzie wielkość odchylen temperatury δ_f i δ_0' oraz wielkości w_0 , v_0 i y_0 zależne są od strumienia Z w sposób opisany wzorami (4.26), (4.15a), (4.25a), (4.23) i (4.21) przy uwzględnieniu (4.10a), (4.11a) i (4.18).

Uwzględniając natomiast pierwsze przybliżenie metody uproszczonej (rozdz. 4) można zależność (5.8) (przy użyciu wz. (4.1)) przedstawić następująco:

$$\omega_0^{(2)} = \frac{Z}{h} \frac{y_\infty}{1 - y_\infty} c' \frac{\delta_f^2}{T_{s0}^2}. \quad (5.9)$$

Wydajność źródła entropii (3) można określić jako

$$\Omega^{(3)}(x) = \Phi \left[E^{(3)} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T'} \right) - Y^{(3)} \left(\frac{\mu}{T} - \frac{\mu'}{T'} \right) \right]. \quad (5.10)$$

Po zlinearyzowaniu bodźców w sposób podobny jak przy opisie źródła (1) oraz określeniu

wielkości strumienia wzorami (3.7), (3.8) i (3.9), otrzyma się poszukiwaną wydajność źródła entropii w postaci:

$$\Omega^{(3)} = \frac{\Phi}{T_{s\infty}^2} [l' \cdot \delta'^2 - n \cdot \delta^2 + (l - n') \cdot \delta' \cdot \delta]. \quad (5.11)$$

Wielkość tę przedstawić można w sposób przybliżony przy użyciu pierwszego przybliżenia uproszczonej metody obliczeniowej według rozdz. 4. Używając wzorów (4.9) i (4.11) otrzyma się po przekształceniach

$$\Omega^{(3)} = -\frac{\Phi_{\infty} \cdot n}{T_{s\infty}^2} \cdot \delta_0^2 \cdot \exp(2P \cdot x). \quad (5.12)$$

Wydajność źródła entropii (4) można przedstawić jako

$$\Omega^{(4)}(x) = E^{(4)} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{T} \right) - Y^{(4)} \frac{d}{dx} \left(\frac{\mu}{T} \right), \quad (5.13)$$

gdzie

$$E^{(4)} = Q^{(4)} + Y^{(4)} i, \quad (5.14)$$

zaś gęstość strumienia ciepła przewodzonego w fazie gazowej

$$Q^{(4)} = -\lambda \frac{dT}{dx}, \quad (5.15)$$

a gęstość strumienia substancji tej fazy

$$Y^{(4)} = \frac{w}{v}. \quad (5.16)$$

Biorąc pod uwagę wzór (5.4) oraz pamiętając, że

$$d\mu = v \cdot dp - s \cdot dT,$$

można wielkości bodźców przedstawić odpowiednio jako

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{T} \right) = -\frac{1}{T^2} \frac{dT}{dx}, \quad (5.17)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\mu}{T} \right) = \frac{v}{T} \frac{dp}{dx} - \frac{i_s - c \cdot \delta}{T^2} \frac{dT}{dx}. \quad (5.18)$$

Podstawiając (5.14), (5.15), (5.16), (5.17) i (5.18) do (5.13) i po przyjęciu równomiernego rozkładu ciśnienia (zgodnie z uproszczoną metodą obliczeniową), otrzyma się po uproszczeniach:

$$\Omega^{(4)} = \frac{\lambda}{T_{s\infty}^2} \left(\frac{d\delta}{dx} \right)^2, \quad (5.19)$$

gdzie wielkość gradientu temperatury określa się z wzoru (4.9).

Dla określenia nieodwracalnego przyrostu entropii w procesie kondensacji pary wil-

gotnej na filmie należy dodać do siebie wydajności źródeł (1)÷(4) odniesione do jednostki powierzchni filmu.

Wydajności źródeł entropii (3) i (4) odniesione do jednostki powierzchni filmu, na podstawie wzorów (5.12) i (5.19), wyniosą odpowiednio:

$$\omega^{(3)} = \int_0^{\infty} \Omega^{(3)}(x) dx = \frac{\Phi_{\infty} \cdot n}{2P \cdot T_{s\infty}^2} \delta_0^2, \quad (5.20)$$

$$\omega^{(4)} = \int_0^{\infty} \Omega^{(4)}(x) dx = -\frac{\lambda \cdot P}{2 \cdot T_{s\infty}^2} \delta_0^2, \quad (5.21)$$

gdzie wielkość Φ_{∞} określona jest wzorem (4.3), zaś wielkości P i δ_0 zależne są od strumienia Z w sposób opisany odpowiednio wzorami: (4.10a) i (4.11a).

Na podstawie wzorów (5.5), (5.9), (5.20) i (5.21) można określić całkowitą wydajność pochodzącą od wymienionych na wstępie tego rozdziału źródeł entropii jako

$$\omega = \omega_0^{(1)} + \omega_0^{(2)} + \omega^{(3)} + \omega^{(4)}. \quad (5.22)$$

Dzieląc poszczególne wydajności źródeł entropii, przedstawione we wzorze (5.22), przez strumień substancji wzbogacającej film, otrzyma się przyrosty entropii właściwej (odniesionej do jednostki substancji wzbogacającej film) wywiązującej się w stacjonarnym procesie kondensacji. Tak więc całkowity przyrost entropii właściwej będzie

$$\Delta S = \frac{\omega}{Y_{\text{całk}}}, \quad (5.23)$$

zaś jego składowe można określić analogicznie, opierając się na poszczególnych wydajnościach źródeł entropii wymienionych we wzorze (5.22).

6. Wyniki obliczeń przykładowych procesów kondensacji

Opierając się na przedstawionym wyżej opisie zjawisk towarzyszących kondensacji pary wilgotnej na powierzchni filmu wodnego, przeprowadzono szereg przykładowych obliczeń takich procesów. Dla wszystkich wykonywanych przykładów przyjęto, że ciśnienie nasyconej pary wilgotnej w dostatecznie dużej odległości od filmu wynosi $p_{\infty} = 0,1$ bar, czemu odpowiada temperatura nasycenia $T_{s\infty} = 318,15$ K.

Wartość zawilgocenia pary przyjmowano kolejno jako

$$y_{\infty} = 0; 0,05; 0,10; 0,15; 0,20.$$

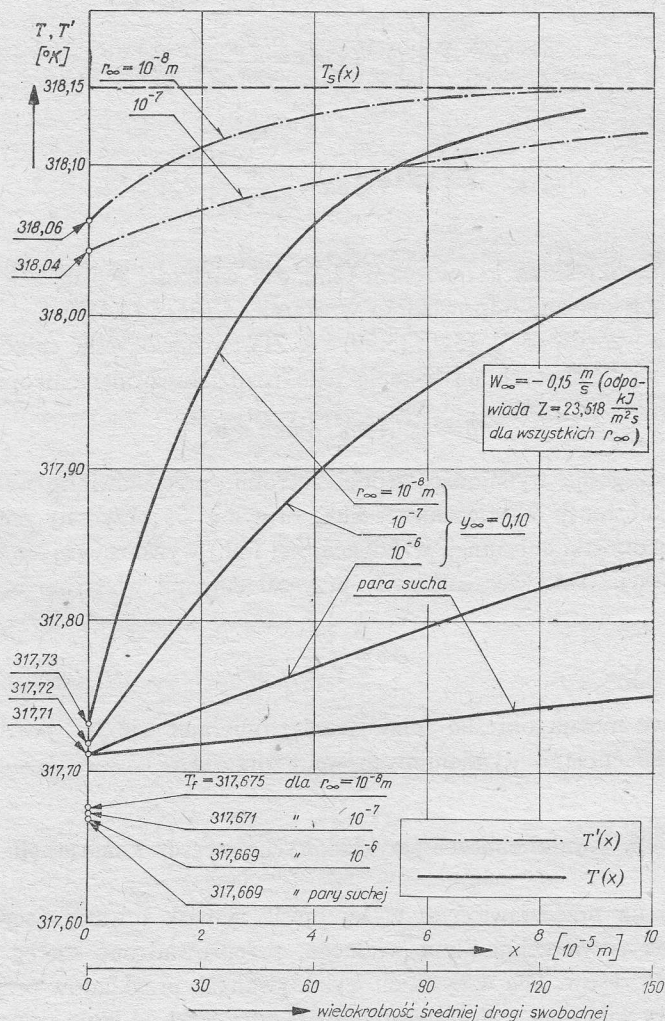
Każdy z powyższych przypadków pary wilgotnej obliczano przyjmując różne promienie kropeł równe kolejno

$$r_{\infty} = 10^{-8}, 10^{-7}, 10^{-6} \text{ m}.$$

Używane w obliczeniach parametry czynnika oraz wielkości współczynników wymiany molekularnej (β , β' , γ) i współczynników wymiany między kroplami a fazą gazową

(m, m', n, n') przyjmowano odpowiednio do temperatury nasycenia czynnika, oraz struktury fazy ciekłej istniejących w dostatecznie dużej odległości od powierzchni filmu.

Parametrem zadania jest wielkość strumienia ciepła Z odbieranego od powierzchni filmu. Natomiast w opisaney w rozdziale 3.5 metodzie obliczeniowej przyjmowano jako



Rys. 2. Rozkład temperatur fazy ciekłej kropelowej i fazy gazowej oraz temperatury powierzchni filmu dla różnych promieni kropli r_{∞}

parametr zadania szybkość konwekcji w_{∞} w dostatecznie dużej odległości od filmu. Zależność prędkości w_{∞} od strumienia Z i temperatury powierzchni filmu T_f można określić na podstawie wzorów (3.1), (3.3) i (3.19) następująco:

$$w_{\infty} = -Z \frac{v_{\infty}}{h - \frac{c'}{1 - y_{\infty}} (T_f - T_{s\infty})} \quad (6.1)$$

W wyniku dokonanych obliczeń stwierdzono, że dla proponowanego zakresu zmian promienia kropeł (dla tego samego zawilgocenia y_∞) wpływ zmian temperatury T_f na zmienność prędkości w_∞ jest pomijalny, co pozwala na przedstawienie tej zależności w postaci

$$w_\infty = w_\infty(Z).$$

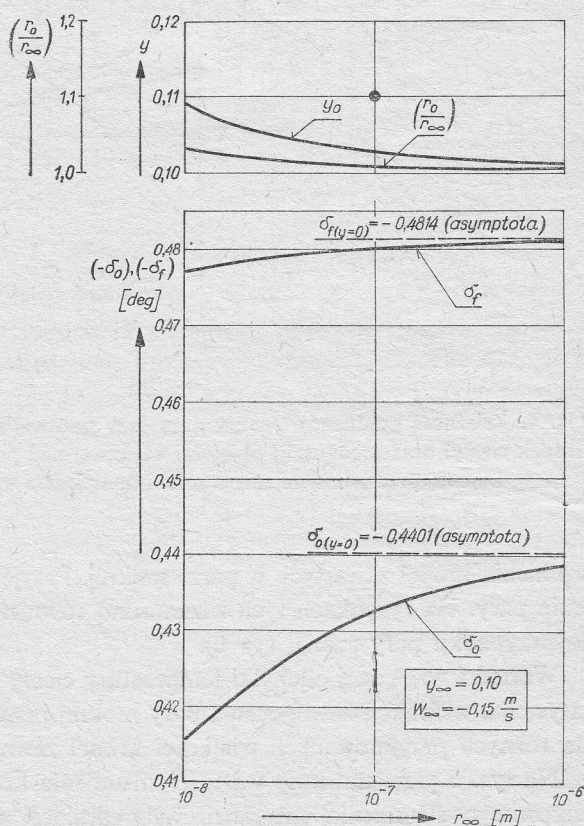
Wartość szybkości konwekcji w_∞ (dla $y_\infty = 0,1$) przyjmowano do obliczeń kolejno jako

$$w_\infty = -0,05, -0,10, -0,15, -0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Tym wartościom w_∞ odpowiadają kolejno następujące wartości strumienia ciepła Z odbieranego od filmu

$$Z = 7,384; 15,673; 23,518; 39,216 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}.$$

Obliczenia dotyczące kondensacji (dla wymienionych wyżej wartości parametrów) wykonano stosując uproszczoną metodę obliczeniową przedstawioną w rozdz. 4. Celem

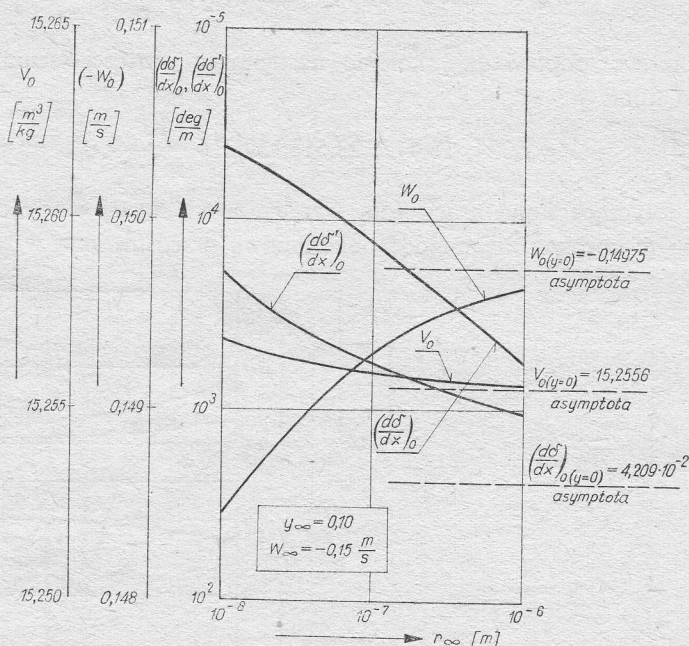


Rys. 3. Zależność odchyłek temperatur na powierzchni filmu oraz zawilgocenia i stosunku promieni kropeł do promienia kropeł r_∞ . Liniami przerywanymi zaznaczono odpowiednie wartości dla przypadku pary suchej

sprawdzenia dokładności tej metody część obliczeń wykonano również, opierając się na dokładnym wyznaczeniu rozkładów parametrów na podstawie metody opisanej w rozdz. 3. W wykonanych obliczeniach pominięto wpływ dyfuzji Browna.

Wyniki obliczeń rozkładów temperatur fazy gazowej oraz kroplowej fazy ciekłej w sąsiedztwie powierzchni filmu dla niektórych obliczanych przypadków przedstawiono na rys. 2. Wyniki obliczeniowe przedstawione na tym wykresie uzyskane zostały za pomocą metody obliczeniowej opisanej w rozdz. 3.

Obliczone wartości parametrów nad powierzchnią, względnie na powierzchni filmu wodnego dla niektórych przypadków obliczeniowych przedstawiono na rys. 3 i 4 w funkcji



Rys. 4. Zależność gradientów temperatury fazy gazowej i fazy ciekłej kroplowej (traktowanej jako ośrodek ciągły) oraz prędkości i objętości właściwej nad powierzchnią filmu od promienia kropeł r_∞ .

Liniami przerywanymi zaznaczono odpowiednie wartości dla przypadku pary suchej

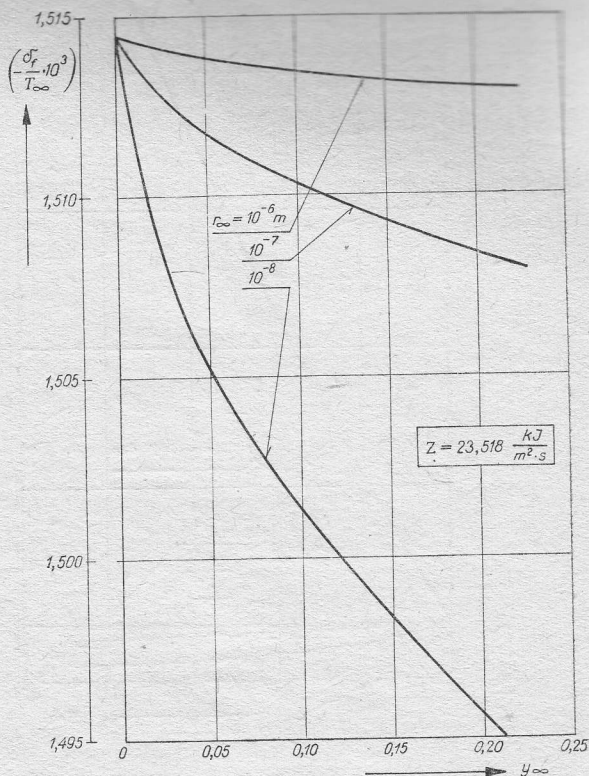
promienia kropeł zawartych w parze mokrej. Przyjęto tu jedną wybraną wartość zawilgocenia pary. Na rysunkach tych zaznaczono również odpowiednie wartości odnoszące się do przypadku pary suchej ($y=0$).

Wartości względnej odchyłki temperatury cieczy na powierzchni filmu od temperatury nasycenia, w funkcji zawilgocenia pary mokrej przedstawia rys. 5. Odchyłki te obliczano dla różnych przyjmowanych wielkości kropeł zawartych w parze.

Na rys. 6 przedstawiono wartości strumienia kondensującej się fazy gazowej Y_0 oraz całkowitego strumienia substancji wzbogacającej film $Y_{\text{całk}}$ w funkcji przyjmowanych promieni kropeł zawartych w parze. Wartości strumieni Y_0 i $Y_{\text{całk}}$ obliczano dla jednej wybranej wartości zawilgocenia pary.

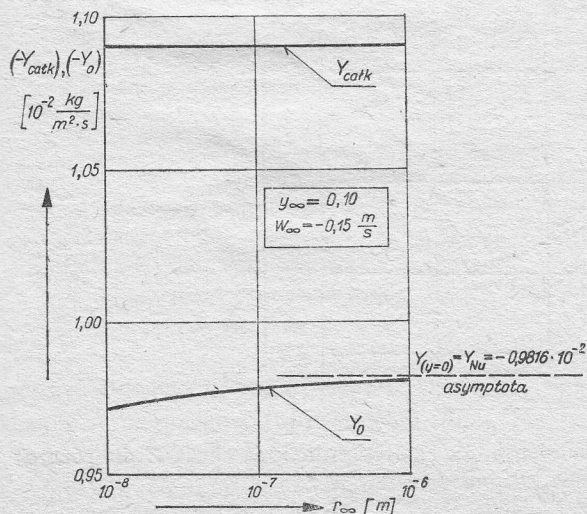
Wykresy na rys. 3, 4 i 6 sporządzone zostały na podstawie przyjęcia jednej określonej wartości prędkości konwekcji w dostatecznie dużej odległości od filmu. Na rys. 6 zazna-

Rys. 5. Zależność względnej odchyłki temperatury powierzchni filmu od zawilgocenia y_∞ dla różnych promieni kropeł r_∞

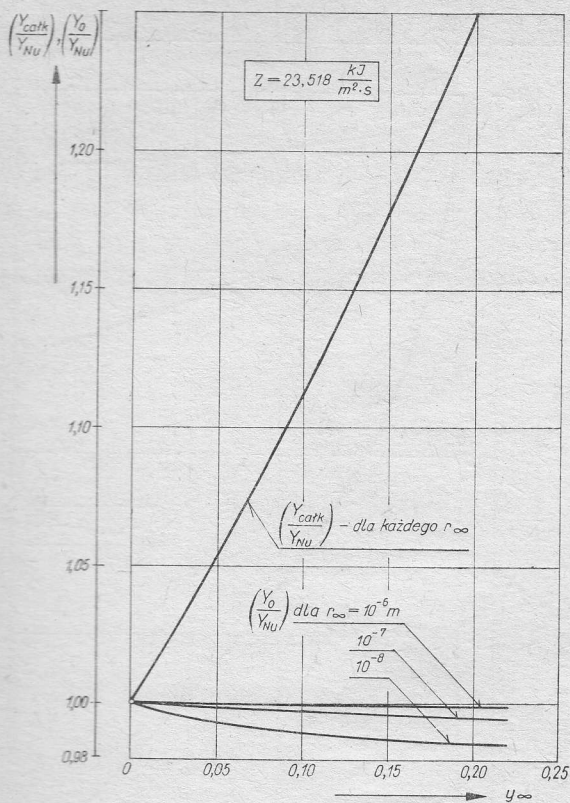


czono również wartość strumienia Y_0 dla przypadku pary suchej oraz odpowiednią wartość tego strumienia dla równowagowego modelu kondensacji na filmie (model Nusselta).

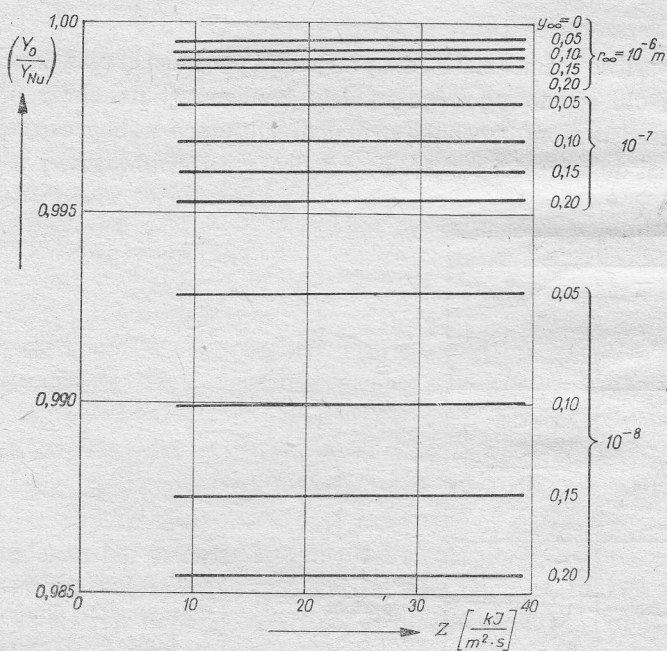
Na rys. 7 przedstawiono stosunki strumieni substancji wzbogacającej film oraz strumieni kondensacji do wartości strumienia kondensacji równowagowej w funkcji zawilgo-



Rys. 6. Zależność strumieni substancji kondensującej się na powierzchni filmu i wzbogacającej film od promienia kropeł r_∞ . Linia przerywaną zaznaczono wartość strumienia substancji kondensującej się dla przypadku pary suchej



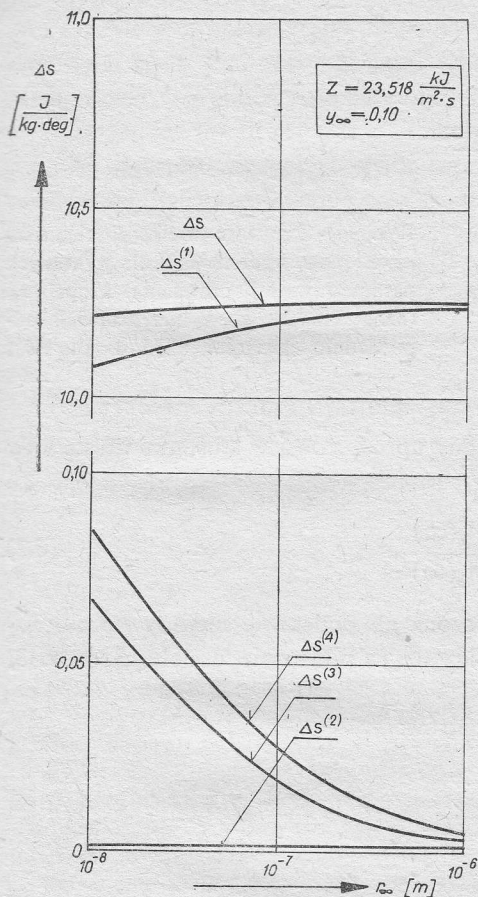
Rys. 7. Zależność odniesionych strumieni substancji (Y_{catk}/Y_{Nu}) i (Y_0/Y_{Nu}) od zawilgocenia y_∞ dla różnych promieni kropeł r_∞



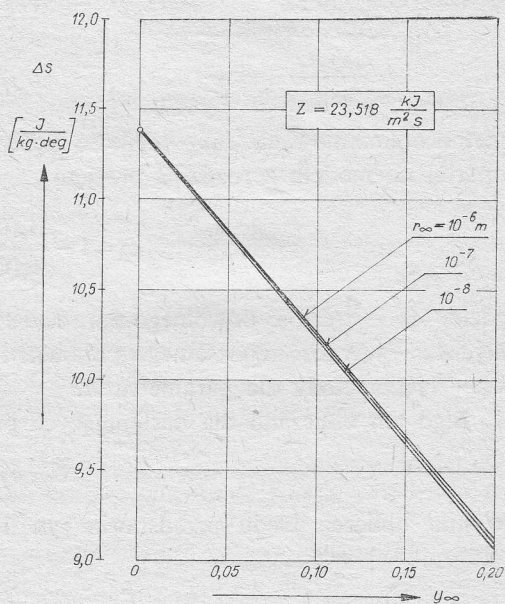
Rys. 8. Zależność odniesionego strumienia substancji (Y_0/Y_{Nu}) od strumienia ciepła Z dla różnych wartości zawilgocenia y_∞ i promienia kropeł r_∞

cenia pary. Obliczenia wykonywane były dla różnych przyjęć wielkości kroplek zawartych w parze. Na rys. 8 przedstawiony jest stosunek wartości strumienia substancji kondensującej się pary wilgotnej do odpowiedniej wartości strumienia kondensacji równowagowej w funkcji strumienia ciepła odbieranego Z . Wielkość ta zmienia się w tym przypadku bardzo słabo.

Rys. 9 przedstawia przyrosty entropii właściwej Δs odniesione do jednego kg substancji wzbogacającej film w funkcji przyjmowanych promieni kroplek zawartych w parze wil-



Rys. 9. Zależność nieodwracalnego przyrostu entropii właściwej (odniesionej do 1 kg substancji wzbogacającej film) wywiązującej się w procesie kondensacji od promienia kroplek r_∞

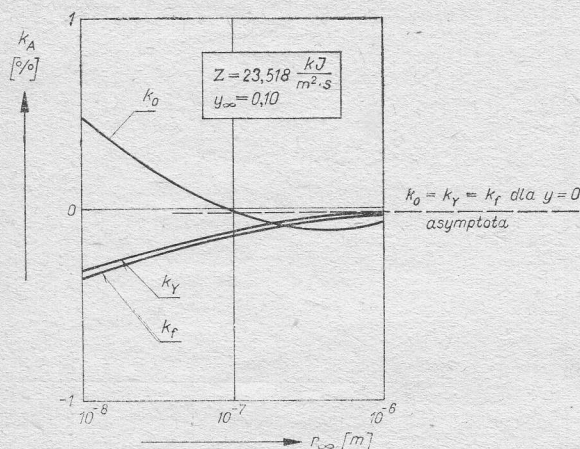


Rys. 10. Zależność nieodwracalnego przyrostu entropii właściwej (odniesionej do 1 kg substancji wzbogacającej film) wywiązującej się w procesie kondensacji od zawilgocenia y_∞ dla różnych wartości promienia kroplek r_∞

gotnej. Przyjęto tu jedną wybraną wartość zawilgocenia pary i jedną wartość strumienia ciepła odbieranego od powierzchni filmu. Na rys. 10 przedstawiono całkowity przyrost entropii właściwej Δs w funkcji zawilgocenia pary. Obliczenia wykonywane były dla różnych przyjmowanych wielkości kroplek zawartych w parze. Z rys. 9 wynika, że zasadniczo

wpływ na przyrost entropii właściwej Δs ma proces wymiany ciepła poprzez molekularno-kinetyczną warstwę nad powierzchnią filmu. Natomiast wpływ procesu wzbogacania filmu przez krople ciecży na przyrost entropii właściwej Δs jest pomijalny.

Jak wspomniano, część obliczeń dokonano równolegle na podstawie metody uproszczonej (rozdz. 4) i na podstawie modelu opisanego w rozdz. 3 w celu porównania obydwu



Rys. 11. Zależność wielkości błędu k_A określonego wzorem (6.2) dla wybranych parametrów od promienia kroplel r_∞ (oznaczenia k_0, k_Y, k_f przedstawiają odpowiednio wartości błędów dla δ_0, Y_0, δ_f)

metod obliczeniowych. Jako wielkość błędu metody uproszczonej w stosunku do metody opartej na modelu z rozdz. 3 przyjęto

$$k_A = 1 - \frac{A_u(0) - A_u(\infty)}{A_p(0) - A_p(\infty)}, \quad (6.2)$$

gdzie A_u – wartość dowolnego parametru A liczona na podstawie metody uproszczonej, A_p – wartość tego samego parametru A liczona na podstawie modelu z rozdz. 3, k_A – błąd metody dla parametru A .

Błąd ten obliczano dla następujących parametrów:

$$\delta_0, \delta_f, Y_0.$$

Wyniki obliczeń błędu przedstawia rys. 11.

7. Wnioski

W wyniku przeprowadzonej analizy wpływu zjawisk nierównowagowych na proces kondensacji pary wilgotnej na powierzchni filmu wodnego przedstawiono metody numeryczne obliczenia parametrów procesu. Metody te pozwalają na ujęcie wpływu następujących zjawisk nierównowagowych na rozpatrywany proces:

– wpływ procesów wymiany molekularno-kinetycznej nad powierzchnią rozdziału faz („opór” molekularny),

– wpływ ruchów konwekcyjnych w kierunku prostopadłym do powierzchni filmu i związana z tym nierównomierność rozkładu temperatur w obszarze pary wilgotnej,

— wpływ obecności w parze drobnych kropelek cieczy (procesy wymiany z kroplami cieczy, wzrost strumieni wzbogacających film, ewentualny wpływ ruchów Browna).

Stwierdzono, że uwzględnienie wpływu zjawisk nierównowagowych wywołanych skończoną szybkością konwekcji oraz zawartością drobnych kropli w parze prowadzi do pewnego zmniejszenia otrzymywanych wartości strumienia pary kondensującej się (w porównaniu z odpowiednimi wartościami wynikającymi z równowagowego modelu typu Nusselta), oraz do zwiększenia całkowitego strumienia substancji wzbogacającej film (rys. 6 i 7).

Zasadniczymi parametrami decydującymi o wpływie wymienionych zjawisk nierównowagowych będą wielkości opisujące strukturę fazy ciekłej w parze wilgotnej (wielkość zawilgocenia i promień kropli) oraz wielkość strumienia ciepła odbieranego od filmu wodnego, która ma tu charakter wielkości wymuszającej proces. Należy przy tym zaznaczyć, że wielkość całkowitego strumienia substancji wzbogacającej film jest tylko funkcją zawilgocenia pary i strumienia ciepła odbieranego od filmu, natomiast nie zależy od promienia zawartych w parze kropli.

Wpływ zjawisk molekularno-kinetycznych w gazowej warstewce przy powierzchni filmu zależny jest od wymienionych wyżej parametrów oraz od stopnia rozrzedzenia pary. Wynikają stąd również odpowiednie przesunięcia wartości temperatur przy powierzchni filmu.

Wyznaczono również wartości przyrostów entropii wywołanych nieodwracalnymi zjawiskami wymiany występującymi w opisanym procesie kondensacji (rys. 9 i 10).

Praca wpłynęła do Redakcji w czerwcu 1976 r.

Literatura

- [1] J. Madejski, *Teoria wymiany ciepła*, PWN, Warszawa 1963.
- [2] J. Madejski, *The Effect of Molecular-Kinetic Resistances on Heat Transfer in Condensation*. Internat. Journ of Heat and Mass Transfer, vol. 9, Nr 1, 1966.
- [3] S. L. Soo, *Fluid Dynamics of Multiphase Systems*. Blaisdell Publ. Co, Waltham, 1967.
- [4] S. A. Schaaf, P. L. Chambre, *Flow of Rarefied Gases*. Fundamentals of Gas Dynamics, vol. III, Editor: H. W. Emmons, Princeton Univ. Press, 1958.
- [5] A. Konorski, *Zjawiska wymiany masy i energii w przepływie czynnika dwufazowego*. Prace IMP 29, 1966.
- [6] A. Konorski, *Obliczanie wewnętrznej wymiany masy i energii w czynniku dwufazowym zawierającym duże krople*. Prace IMP z. 39, 1968.

Неравновесная модель конденсации влажного пара на поверхности жидкостной пленки

Резюме

Рассматривается неравновесная модель стационарного, и одномерного процесса конденсации водяного пара, содержащего малые капли, вызванного отбором потока тепла от поверхности водяной пленки в направлении стенки.

Учитываются процессы обмена вещества и термической энергии между каплями и газовой фазой, влияние молекулярно-кинематических процессов обмена на межфазной поверхности,

а также переохлаждение поверхности пленки. Пренебрегается влиянием силы тяжести, поверхностного натяжения капель и разницы скоростей фаз.

Представлены два расчетных метода. Первый из них — это численное решение системы дифференциальных уравнений описывающих процесс (уравнения (3.1)–(3.17)) с крайними условиями в форме уравнений (3.18), (3.19), (3.23) и (3.24).

Второй — это упрощенный метод, основанный на квазистатической модели обмена между каплями и газовой фазой (формула (4.2)) и уравнении проводности с конвекцией и с источниками тепла для газовой фазы (4.6) с крайними условиями (4.7) и (4.8) и с приемом равномерного распределения остальных параметров. Распределение температуры газовой фазы имеет форму (4.9). Считая решение уравнения (4.6) первым приближением, во втором приближении на основе уравнений (3.1), (3.10), (3.11), (3.13) и (3.15) определяются распределения остальных параметров влажного пара в виде формул (4.14), (4.17), (4.20), (4.22) и (4.24), сохран яравномерное распределение давления.

Как доказано, при помощи того метода можно получить достаточно хорошее приближение результатов достигаемых первым (численным) методом (рис. 11).

Произведены также примерные расчеты (разд. 6), которых результаты представлены на рисунках.

В качестве сравнительного процесса принята равновесная модель конденсации на пленке (модель Нуссельта).

Оценены также неотвратимые приросты энтропии в обсуждаемом процессе конденсации (рис. 9 и 10), вызванные неотвратимостью следующих явлений:

- 1) молекулярно-кинетический обмен тепла и вещества между газовой фазой и водяной пленкой (формула (5.5)),
- 2) обогащение водяной пленки каплями жидкости отличающейся температурой (формула (5.9)),
- 3) процессы обмена вещества и энергии между газовой фазой и каплями (формула (5.12)),
- 4) процессы течения вещества и теплопроводности в газовой фазе (формула (5.19)).

На остальных рисунках представлены соответственно: распределения температур — на рис. 2, крайние значения параметров над поверхностью водяной пленки в функции радиуса капель — на рис. 3 и 4, температура поверхности пленки в функции влажности пара для различных радиусов капель — на рис. 5.

Можно доказать, что учет влияния неравновесных явлений в процессе мелкодисперсной конденсации влажного пара приводит к уменьшению получаемых значений потока конденсирующегося пара по сравнению с соответствующими значениями вытекающими из равновесной модели типа Нуссельта. Параметрами решающими о влиянии неравновесных явлений являются величины описывающие структуры жидкой фазы во влажном паре, величина влажности и радиус капель, а также величина теплового потока отнимаемого от водяной пленки.

Следует заметить, что величина потока вещества обогащающего пленку не зависит от радиуса капель и увеличивается по сравнению с равновесной моделью в функции влажности пара (см. рис. 6, 7 и 8).

Влияние молекулярно-кинетических явлений в газовой пленке при поверхности жидкости пленки зависит от вышеперечисленных параметров и от степени разрежения пара. Это влияет также на температуру поверхности жидкостной пленки.

Non-Equilibrium Model of Wet Steam Condensation on the Liquid Film Surface

Summary

Non-equilibrium model of a stationary and one-dimensional condensation process of steam containing fog droplets is analyzed, the condensation having been caused by the existence of a heat flux from the water film surface to the wall.

Processes of mass and heat exchange between the droplets and the gaseous phase, the effect of

molecular-kinetic transfer processes on the inter-phase surface, and the supercooling of the film surface have been taken into account. The influence of the gravity force, the droplet surface tension and the difference of velocities of respective phases have been neglected.

Two methods of calculation have been presented.

The first method consists in numerical solution of the set of differential equations describing the process (equations (3.1)÷(3.17)) with boundary conditions given by equations (3.18), (3.19), (3.23) and (3.24).

The other method is a simplified one, based on a quasi-static transfer model between the droplets and the gaseous phase (formula (4.2)) and the equation of heat conduction with the convection and heat sources for the gaseous phase taken into account (4.6), with boundary conditions as given by (4.7) and (4.8) and an assumption of uniform distribution of the remaining parameters. The temperature distribution for the gaseous phase is given by (4.9). The solution of equation (4.6) has been used as the first approximation on the basis of which the second approximation was obtained (from equations (3.1), (3.10), (3.11), (3.13) and (3.15)), giving the distributions of the remaining parameters of wet steam (formulae (4.14), (4.17), (4.20), (4.22) and (4.14)) with the pressure distribution kept uniform.

It has been shown that the method gives a good approximation of results obtained with the first (numerical) method (Fig. 11).

Examples of calculations have been included (Chapter 6); the results have been presented graphically.

The equilibrium model of the condensation over a film (Nusselt model) has been used for comparison.

The paper contains also an evaluation of irreversible entropy increase in the condensation process under consideration, caused by the irreversibility of the following phenomena:

- 1) molecular-kinetic heat and mass exchange between the gaseous phase and the film (formula (5.5)),
- 2) water film enrichment by droplets having temperature differing from that of the film (formula (5.9)),
- 3) processes of mass and energy exchange between the gaseous phase and the droplets (formula (5.12)),
- 4) processes of mass flow and heat conduction within the gaseous phase (formula (5.19))

The following has been shown in the remaining figures: temperature distributions — in Fig. 2, boundary values of parameters over the water film surface, as depending on the droplet radius — in Figs. 3 and 4, film surface temperature as depending on the steam wetness, for various droplet radii — in Fig. 5.

It is stated that values of the flux of condensing steam obtained with the influence of non-equilibrium effects taken into account are smaller than those resulting from the equilibrium model of Nusselt type. Quantities describing the structure of the liquid phase in wet steam (wetness and droplet radius) and the value of the heat flux received from the film are the parameters determining the influence of non-equilibrium phenomena. It should be pointed out that the value of the mass flux joining the film does not depend on the droplet radius and increases, as compared to the equilibrium model, when the steam wetness is increased (see Figures 6, 7 and 8).

The effect of the molecular-kinetic phenomena in the gaseous layer near the film surface depends on the parameters as specified above and on the degree of the steam rarefaction. This also affects the film surface temperature.