

(5.2.3) względem u i v . W równaniu (5.2.3b) przenosimy człon $-a_1 a_3 \frac{\sinh(a_2 + a_3 u)}{\cosh^2(a_2 + a_3 u)} \cos v$ na lewą stronę i następnie podnosimy obie strony do potęgi drugiej. Otrzymujemy równanie, które po redukcji zmiennej v za pomocą równania (5.2.3a) sprowadza się do równania kwadratowego względem $\tanh(a_2 + a_3 u)$ o postaci

$$(a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2) \tanh^2(a_2 + a_3 u) + 2a_3 \varepsilon \varepsilon_t \tanh(a_2 + a_3 u) + \varepsilon_t^2 + \omega^2 (\varepsilon^2 - a_1^2) = 0.$$

Obliczamy wyróżnik

$$\Delta = 4\omega^2 [(a_1^2 - \varepsilon^2)(a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2) - a_1^2 \varepsilon_t^2]$$

i następnie pierwiastki

$$\begin{aligned} \tanh(a_2 + a_3 u^+) &= \frac{-a_3 \varepsilon \varepsilon_t + \frac{1}{2} \sqrt{\Delta}}{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2}, \\ \tanh(a_2 + a_3 u^-) &= \frac{-a_3 \varepsilon \varepsilon_t - \frac{1}{2} \sqrt{\Delta}}{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2}. \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

Z kolei wykorzystując (5.2.3a) można (5.2.3b) przedstawić w postaci

$$\varepsilon_t = -a_3 u \tanh(a_2 + a_3 u) - \omega \varepsilon \tanh v.$$

Stąd odpowiednio do pierwiastków (5.2.4) otrzymujemy

$$\begin{aligned} \tanh v^+ &= \frac{1}{\omega \varepsilon} \frac{-\omega^2 a_1^2 \varepsilon_t - \frac{1}{2} a_3 \varepsilon \sqrt{\Delta}}{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2}, \\ \tanh v^- &= \frac{1}{\omega \varepsilon} \frac{-\omega^2 a_1^2 \varepsilon_t + \frac{1}{2} a_3 \varepsilon \sqrt{\Delta}}{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2}. \end{aligned}$$

Mamy więc dwa układy funkcji, mianowicie

$$u^+ = \frac{1}{a_3} \left[-a_2 + \operatorname{Ar} \tanh \left(\frac{-a_3 \varepsilon \varepsilon_t + \frac{1}{2} \sqrt{\Delta}}{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2} \right) \right], \quad (5.2.5a)$$

$$v^+ = \operatorname{arc} \tanh \left(\frac{1}{\omega \varepsilon} \frac{-\omega^2 a_1^2 \varepsilon_t - \frac{1}{2} a_3 \varepsilon \sqrt{\Delta}}{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2} \right), \quad (5.2.5b)$$

oraz

$$u^- = \frac{1}{a_3} \left[-a_2 + \operatorname{Ar} \tanh \left(\frac{-a_3 \varepsilon \varepsilon_t - \frac{1}{2} \sqrt{\Delta}}{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2} \right) \right], \quad (5.2.6a)$$

$$v^- = \operatorname{arc} \tanh \left(\frac{1}{\omega \varepsilon} \frac{-\omega^2 a_1^2 \varepsilon_t + \frac{1}{2} a_3 \varepsilon \sqrt{\Delta}}{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2} \right). \quad (5.2.6b)$$

Podobnie jak w poprzednim przykładzie ograniczymy dalsze rozważania do przypadku $a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0$. Wyznamy najpierw dziedzinę $\mathcal{D}$ rozwiązań, następnie przeanalizujemy na płaszczyźnie $(\varepsilon, \varepsilon_t)$ najpierw funkcje (5.2.6), a następnie (5.2.5).

Zauważmy, że dziedziną $\tilde{\mathcal{R}}$ rozwiązań jest zbiór punktów na płaszczyźnie, których współrzędne spełniają warunek $\Delta \geq 0$.

Z przyrównania wyróżnika do zera dostajemy równanie krzywej granicznej

$$(a_1^2 - \varepsilon^2)(a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2) - a_1^2 \varepsilon_t^2 = 0. \quad (5.2.7)$$

Widać stąd, że osie ε , ε_t są osiami symetrii krzywej granicznej.

Rozwiązując równanie (5.2.7) względem ε_t dostajemy

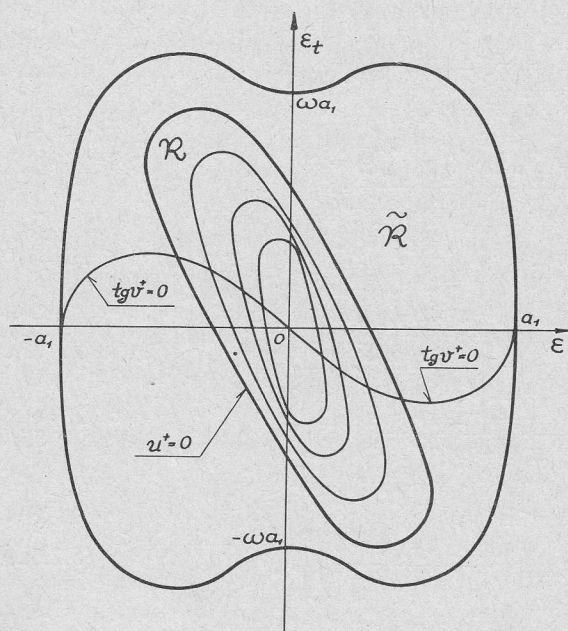
$$\varepsilon_t = \pm \frac{1}{a_1} \sqrt{(a_1^2 - \varepsilon^2)(a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2)}, \quad (5.2.8)$$

czyli dwie krzywe, z których jedna leży po dodatniej, a druga po ujemnej stronie osi ε_t . W celu wykreślenia krzywej granicznej szukamy punktów ekstremalnych. Stwierdzamy, że są możliwe dwa przypadki:

1° $a_3 < \omega$. Punkty ekstremalne są punktami przecięcia krzywych (5.2.8) z osią ε_t . Górna krzywa osiąga w punkcie przecięcia minimum, a dolna maksimum.

2° $a_3 > \omega$. Pojawiają się dodatkowe ekstrema dla $\varepsilon_{1,2} = \pm \frac{a_1}{a_3} \sqrt{\frac{1}{2}(a_3^2 - \omega^2)}$. Górna krzywa ma dodatkowo dwa maksima, a dolna dwa minima.

Wykreślona krzywa graniczna w przypadku gdy $a_3 > \omega$ jest widoczna na rys. 5.



Rys. 5. Analiza funkcji $u^+ = K^+(\varepsilon, \varepsilon_t)$, $v^+ = L^+(\varepsilon, \varepsilon_t)$ na płaszczyźnie $(\varepsilon, \varepsilon_t)$ w przykładzie 2. Rodzina elips przedstawia krzywe stałej wartości funkcji $u^+ = K^+(\varepsilon, \varepsilon_t)$. Zbiór $\mathcal{R}$ jest dziedziną odwzorowania Π^{-1} w przypadku gdy $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a_3 > 0$

Punkty należące do obszaru ograniczonego krzywą graniczną spełniają warunek $\Delta > 0$, wobec tego wraz z punktami krzywej granicznej tworzą dziedzinę $\tilde{\mathcal{R}}$ rozwiązań.

Weźmy teraz układ (5.2.6). Pokażemy że w zbiorze wartości odwzorowania, które układ ten reprezentuje nie ma punktów o współrzędnej u równej zero. Z przyrównania

funkcji (5.2.6a) do zera dostajemy równanie

$$-\frac{1}{2}\sqrt{\Delta} = a_3 \varepsilon \varepsilon_t + (a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2) \operatorname{tgh} a_2. \quad (5.2.9)$$

Funkcja po prawej stronie równania (5.2.9) zeruje się wzdłuż krzywej

$$\varepsilon_t = -\frac{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2}{a_3 \varepsilon} \operatorname{tgh} a_2, \quad (5.2.10)$$

która składa się z dwóch gałęzi, z których jedna leży w II ćwiartce, a druga w IV ćwiartce płaszczyzny i dzieli płaszczyznę na trzy podobszary stałego znaku rozważanej funkcji.

Aby uprościć rozważania założmy, że spełniona jest nierówność $(a_3 + 2\omega) \operatorname{tgh} a_2 > a_3$. Wówczas wzdłuż krzywej (5.2.10) wyróżnik Δ jest ujemny, czyli krzywa leży poza zbiorem $\tilde{\mathcal{H}}$ i w zbiorze $\tilde{\mathcal{H}}$ prawa strona równania (5.2.9) jest funkcją oznaczoną dodatnio. Zatem nie ma punktów, których współrzędne spełniają równanie (5.2.9), czyli funkcja (5.2.6a) nie posiada miejsc zerowych. Wnioskujemy stąd, że układ (5.2.6) nie reprezentuje odwzorowania Π^{-1} , ponieważ zbiór wartości tego odwzorowania, to znaczy zbiór $\mathcal{W}_0$ zawiera punkty o współrzędnej u równej zeru.

Z kolei rozważmy układ (5.2.5). Wyznamy najpierw krzywe stałej wartości funkcji (5.2.5a) i następnie zbadamy wartości funkcji (5.2.5b) wzdłuż tych krzywych.

Przekształcamy wyrażenie (5.2.5a) do postaci

$$\operatorname{tgh}(a_2 + a_3 u^+) - \left(\frac{-a_3 \varepsilon \varepsilon_t + \frac{1}{2}\sqrt{\Delta}}{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2} \right) = 0. \quad (5.2.11)$$

W równaniu (5.2.11) traktujemy u^+ jako parametr i dla każdego $u^+ \in \langle 0, +\infty \rangle$ szukamy na płaszczyźnie $(\varepsilon, \varepsilon_t)$ punktów, których współrzędne spełniają to równanie. Zauważmy, że (5.2.11) można zastąpić równaniem

$$\left[\operatorname{tgh}(a_2 + a_3 u^+) - \left(\frac{-a_3 \varepsilon \varepsilon_t + \frac{1}{2}\sqrt{\Delta}}{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2} \right) \right] \left[\operatorname{tgh}(a_2 + a_3 u^+) - \left(\frac{-a_3 \varepsilon \varepsilon_t - \frac{1}{2}\sqrt{\Delta}}{a_3^2 \varepsilon^2 + \omega^2 a_1^2} \right) \right] = 0. \quad (5.2.12)$$

Wynika to z faktu, że drugi człon po lewej stronie nie ma miejsc zerowych w $\tilde{\mathcal{H}}$.

Po wykonaniu przekształceń otrzymujemy

$$\omega^2 \varepsilon^2 + (\varepsilon_t + a_3 \varepsilon \operatorname{tgh}(a_2 + a_3 u^+))^2 = \omega^2 a_1^2 (1 - \operatorname{tgh}^2(a_2 + a_3 u^+)). \quad (5.2.13)$$

Równanie (5.2.13) przedstawia rodzinę elips.

Tak więc każdej wartości $u^+ \in \langle 0, +\infty \rangle$ odpowiada elipsa (5.2.13), wzdłuż której funkcja (5.2.5a) jest wielkością stałą o wartości równej u^+ .

Z (5.2.13) widać, że środek symetrii każdej elipsy leży w początku układu współrzędnych. Przez obrót układu współrzędnych o kąt α określony wzorem

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2a_3 \operatorname{tgh}(a_2 + a_3 u^+)}{(\omega^2 - 1) + a_3^2 \operatorname{tgh}^2(a_2 + a_3 u^+)}$$

równanie elipsy sprowadza się do kierunków głównych i ma postać

- Z. DOMACHOWSKI, A. MALINOWSKI, K. PILECKI, Badania modelowe układu regulacji mocy turboszespołu przy wymuszeniach stochastycznych. Część II. Optymalizacja parametrów regulatora PI mocy turboszespołu

155

Модельные исследования системы регулирования мощности турбоагрегата при стохастических воздействиях. Часть II. Оптимизация параметров регулятора PI мощности турбоагрегата

Model Investigations of a Turbine Set Power Control System Subjected to Stochastic Input Signals. Part II. Optimization of Parameters of a Turbine Set PI Type Power Controller

- Z. DOMACHOWSKI, A. MALINOWSKI, K. PILECKI, Badania modelowe układu regulacji mocy turboszespołu przy wymuszeniach stochastycznych. Część III. Badanie wpływu postaci funkcji korelacji częstotliwości w systemie elektroenergetycznym na optymalizację regulatora mocy turboszespołu

173

Модельные исследования системы регулирования мощности турбоагрегата при стохастических воздействиях. Часть III. Модельные исследования влияния формы функции корреляции частоты в электроэнергетической системе на оптимизацию регулятора мощности турбоагрегата

Model Investigations of a Turbine Set Power Control System Subjected to Stochastic Input Signals. Part III. Investigations of the Influence of Shape of the Power Network Frequency Correlation Function on the Optimization of the Turbine Set Power Controller