

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPIWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPIWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

66

WARSZAWA—POZNAN 1975

P A Ń S T W O W E W Y D A W N I C T W O N A U K O W E

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW
MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS
KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR
JERZY KOŁODKO · JÓZEF ŚMIGIELSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE
Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1975

Printed in Poland

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 370+90 egz.	Oddano do składania 7 VIII 1974 r.
Ark. wyd. 14,75. Ark. druk. 11,375+1 wkl.	Podpisano do druku 17 II 1975 r.
Papier druk. sat. kl. V, 70 g	Druk ukończono w lutym 1975 r.
Nr zam. 577/43 F-17/1183.	Cena zł 45,-

DRUKARNIA UNIWERSYTETU IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

JÓZEF A. GOLIŃSKI, HENRYK JAKUBCZYC, JERZY MIKOŁAJCZAK

Wrocław

Wibroizolacja maszyn wirnikowych z napędem bezpośrednim z zastosowaniem eliminatora drgań

W pracy przeanalizowano drgania pionowe układu dwumasowego, w którym masę główną stanowi maszyna łącznie z płytą podporową, zaś masę pomocniczą — eliminator. Stwierdzając pewną analogię między drganiami pionowymi a drganiami poziomymi i sprzężonymi układu, zaproponowano odpowiednie rozwiązanie techniczne wibroizolacji zespołu maszyn wirnikowych o napędzie bezpośrednim.

Spis oznaczeń

a, b — wymiary liniowe, [m],	Q — ciężar [N, kG],
c — zastępcza stała tłumienia wiskotycznego [Ns/m, kGs/m],	R — promień bezwładności masy [m],
c_{cr} — krytyczna stała tłumienia [Ns/m, kGs/m],	V — stosunek mas; $V=M_2/M_1$,
g — przyspieszenie ziemskie [m/s ²],	Y_{st} — amplituda statyczna; $Y_{st}=F_0/K_1$ [m],
j — liczba urojona; $j=\sqrt{-1}$,	α, β, δ — oznaczenia członów w równaniach,
n — prędkość obrotowa wirnika [obr/min],	γ — bezwymiarowy współczynnik tłumienia wiskotycznego; $\gamma=c/c_{cr}$,
n_w — częstość drgań własnych (swobodnych) [okr/min],	ω — prędkość kątowa wymuszenia; $\omega=2\pi n$ [rd/s],
t — czas [s],	Ω — częstość kątowa drgań swobodnych; $\Omega=2\pi n_w$ [rd/s],
x, y, z — współrzędne i odnośne przemieszczenia [m],	μ — stosunek częstości; $\mu=\omega/\Omega$,
A, B, C, D — oznaczenia członów w równaniach,	λ — stosunek częstości; $\lambda=\Omega_1/\Omega_2$,
F_0 — amplituda siły dynamicznej [N, kG],	ρ — efektywny promień mimośrodowości masy części wirujących [m],
K — stała sprężystości elementu sprężystego [N/m, kG/m],	ϑ_0 — amplituda bezwymiarowa,
M — masa [kg, kGs ² /m],	φ — kąt opóźnienia fazowego [rd].
P_0 — amplituda siły przeniesionej na podłoże [N, kG],	

Indeksy

- 1 — układ główny,
- 2 — układ pomocniczy (eliminatory),
- 0 — amplituda drgań.

1. Wprowadzenie

W praktyce przyjęło się już, że maszyny wirnikowe, jak np. wentylatory, instaluje się na „miękkich” elementach sprężystych, zwanych wibroizolatorami, które umożliwiają uzyskanie odpowiednich częstości drgań swobodnych, kilkakrotnie mniejszych niż prędkość obro-

towa tych maszyn. Daje to w efekcie bardzo małe amplitudy drgań, a w związku z tym, odpowiednio małe siły dynamiczne przenoszone na fundament [1, 3, 4].

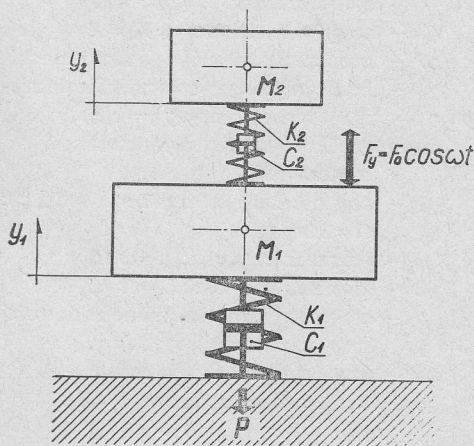
Warto jednak zastanowić się nad możliwościami zastosowania tzw. wibroizolacji złożonej, polegającej na tym, że układ instaluje się świadomie jako układ dwumasowy*), w którym masę pierwszą stanowi układ główny (zespół maszyn wirnikowych osadzony na wibroizolatorach głównych), zaś masę drugą, czyli dodatkową – tzw. eliminator, osadzony lub zawieszony na wibroizolatorach pomocniczych. Eliminatory drgań znane są już od dawna za granicą, lecz ich zastosowanie ogranicza się tylko do przypadków, gdzie chodzi o zmniejszenie amplitud drgań jednowymiarowych [2, 5, 8, 10].

Wadą tego rozwiązania jest jego większy koszt (dwuczęściowa płyta podporowa z dodatkowymi wibroizolatorami) oraz konieczność zapewnienia praktycznie stałej prędkości obrotowej maszyny.

W niniejszym artykule przeanalizowano jednakże takie rozwiązanie w aspekcie wibroizolacji maszyn wirnikowych i jak z dalszych rozważań wynika, sposób ten nadaje się szczególnie dla przypadków kiedy chodzi o duże zredukowanie sił przenoszonych na strop [6, 7, 8, 9].

2. Równania drgań układu i ich rozwiązania

Na rys. 1 przedstawiono schemat dynamiczny omawianego układu dla drgań pionowych, zaś na rys. 2 – jego odpowiednik, schemat techniczny. Masa M_1 reprezentuje masę ramy nośnej łącznie z zespołem maszyn**), zaś masa M_2 – masę pomocniczą, czyli masę elimina-

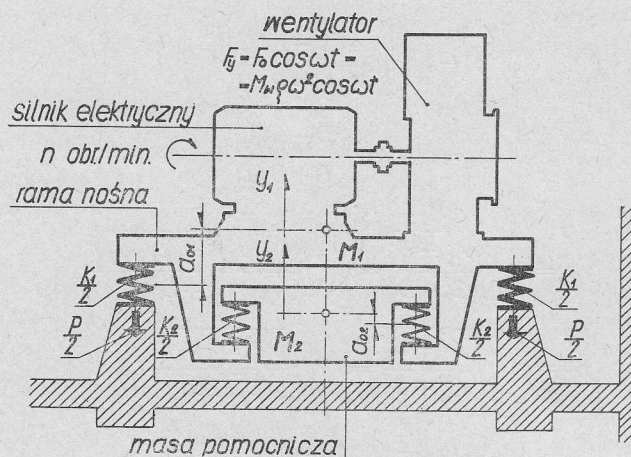


Rys. 1. Schemat dynamiczny układu dwumasowego

tora; K_1 oznacza łączną stałą sprężystości wibroizolatorów głównych, na których spoczywa rama nośna maszyn, zaś c_1 – odpowiednią stałą tłumienia dla tych wibroizolatorów. Symbol K_2 natomiast oznacza łączną stałą sprężystości wibroizolatorów pomocniczych,

*) Prawie każdy układ występujący w praktyce można uważać jak dwu- lub nawet wielomasowy, ponieważ jego elementy (jak np. wał wirnika, rama nośna, obudowa) nie są doskonale sztywne, ale w danym przypadku chodzi o masy wyraźnie wyodrębnione.

**) Są to rozważania uproszczone, w których przyjmuje się, że masy poszczególnych elementów są nieskończenie sztywne i że siły są skupione w środkach ciężkości tych elementów.



Rys. 2. Schemat techniczny układu dwumasowego

a c_2 — ich odpowiednią stałą tłumienia. Założono, że składowa pionowa wypadkowej siły odśrodkowej F_y , pochodzącej od niewyważenia wirników jest siłą harmoniczną, zmieniającą się według zależności

$$F_y = F_0 \cos \omega t = M_w \omega^2 \rho \cos \omega t, \quad (1)$$

gdzie M_w oznacza łączną masę części wirujących, (znaczenie pozostałych symboli podano w spisie oznaczeń). Wychylenia (przemieszczenia) mas y_1 i y_2 liczą się od ich położenia równowagi.

Rozwiązania równań ruchu takiego układu podawane w literaturze dotyczą przeważnie przypadków kiedy $c_1 = c_2 = 0$ (tzn. przy całkowitym pominięciu tłumienia), lub kiedy $c_1 = 0$, a istnieje tylko tłumienie $c_2 > 0$ w układzie pomocniczym [5, 6, 8, 9].

Niniejsze rozważania rozszerzono do przypadków, w których te stałe mogą mieć różne wartości, tzn. $c_1 \neq c_2 > 0$ oraz $K_1 \neq K_2$. Podano więc równania drgań tego układu oraz ich rozwiązania dla drgań ustalonych*). Drgania pionowe układu przedstawionego na rys. 1 można wyrazić następującymi równaniami różniczkowymi**):

$$M_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 + K_1 y_1 + c_2 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + K_2 (y_1 - y_2) = F_0 \cos \omega t, \quad (1)$$

$$M_2 \ddot{y}_2 + c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + K_2 (y_2 - y_1) = 0. \quad (2)$$

Ich rozwiązania dla drgań ustalonych mają postać

$$y_1 = y_{01} e^{j(\omega t - \varphi_1)} = y_{01} \cos(\omega t - \varphi_1), \quad (3)$$

$$y_2 = y_{02} e^{j(\omega t - \varphi_2)} = y_{02} \cos(\omega t - \varphi_2), \quad (3a)$$

*) Drgania nieustalone, pojawiające się przy rozruchu i zatrzymaniu maszyn, są drganiami krótkotrwałymi i nie wchodzą w zakres niniejszego artykułu.

**) Są to tzw. równania liniowe, które wystarczająco dokładnie odzwierciedlają drgania układu, ponieważ uwzględniamy tutaj tylko małe, czyli praktycznie dopuszczalne amplitudy drgań.

gdzie kąty fazowe

$$\varphi_1 = \arctg \frac{A_1 D - B_1 C}{A_1 C + B_1 D}, \quad (4)$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{A_2 D - B_2 C}{A_2 C + B_2 D}, \quad (4a)$$

zaś amplitudy drgań

$$y_{01} = \sigma_{st} \sqrt{\frac{A_1^2 + B_1^2}{C^2 + D^2}} = \sigma_{st} \sqrt{\frac{(1 - \mu_2^2)^2 + (2\gamma_2 \mu_2)^2}{C^2 + D^2}}, \quad (5)$$

$$y_{02} = \sigma_{st} \sqrt{\frac{A_2^2 + B_2^2}{C^2 + D^2}} = \sigma_{st} \sqrt{\frac{1 + (2\gamma_2 \mu_2)^2}{C^2 + D^2}}, \quad (5a)$$

przy czym

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 1 - \mu_2^2, & B_1 &= 2\gamma_2 \mu_2, \\ A_2 &= 1, & B_2 &= B_1 = 2\gamma_2 \mu_2, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} C &= (\lambda^2 - \mu_2^2 + V)(1 - \mu_2^2) - V - 4\gamma_1 \gamma_2 \lambda \mu_2^2, \\ D &= 2\lambda(\gamma_1 + \lambda \gamma_2) \mu_2 - 2[\lambda \gamma_1 + (1 + V) \gamma_2] \mu_2^3, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

lub przy uwzględnieniu zależności $\mu_2 = \lambda \mu_1$

$$\left. \begin{aligned} C &= \lambda^2 [\lambda^2 \mu_1^4 - \mu_1^2 (1 + V + \lambda^2 + 4\gamma_1 \gamma_2) + 1], \\ D &= 2\lambda^2 \mu_1 \{ \gamma_1 + \lambda \gamma_2 - \lambda \mu_1^2 [\lambda \gamma_1 + (1 + V) \gamma_2] \}, \end{aligned} \right\} \quad (7a)$$

$$\sigma_{st} = \frac{F_0 \lambda^2}{M_1 \Omega_1^2} = \frac{F_0}{K_1} \left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2} \right)^2 = Y_{st} \lambda^2, \quad (8)$$

$$F_0 = M_w \omega^2 \rho \quad (9)$$

(moduł siły wymuszającej), przy czym Y_{st} – tzw. amplituda statyczna, zaś

$$\Omega_1^2 = \frac{K_{11}}{M_1}, \quad \Omega_2^2 = \frac{K_2}{M_2} \quad (10)$$

(częstości katowe drgań swobodnych nietłumionych),

$$\lambda = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad (11)$$

$$\mu_1 = \frac{\omega}{\Omega_1}, \quad \mu_2 = \frac{\omega}{\Omega_2}, \quad (12)$$

$$\gamma_1 = \frac{c_1}{c_{cr1}} = \frac{c_1}{2M_1 \Omega_1}, \quad \gamma_2 = \frac{c_2}{c_{cr2}} = \frac{c_2}{2M_2 \Omega_2} \quad (13)$$

(są to tzw. współczynniki tłumienia wiskotycznego, przy czym c_{cr1} i c_{cr2} oznaczają krytyczne wartości stałych tłumienia), natomiast

$$V = \frac{M_2}{M_1}. \quad (14)$$

Podstawiając w wyrażeniu (8) równość (9) można na podstawie równań (5) i (5a) otrzymać odpowiednie wyrażenia określające amplitudy bezwymiarowe*)

$$g_{01} = \frac{y_{01} M_1}{\rho M_w} = \mu_2^2 \sqrt{\frac{(1 - \mu_2^2)^2 + (2\gamma_2 \mu_2)^2}{C^2 + D^2}}, \quad (15)$$

$$g_{02} = \frac{\gamma_{02} M_1}{\rho M_w} = \mu_2^2 \sqrt{\frac{1 + (2\gamma_2 \mu_2)^2}{C^2 + D^2}}. \quad (16)$$

Z równania (5) wynika, że przy uwzględnieniu tłumienia ($\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$) amplituda drgań masy głównej y_{01} nie może być równa zero, ale że można odpowiednio dobrać parametry układu aby tę amplitudę zredukować do minimum. Licznik wyrażenia pod pierwiastkiem tego równania osiągnie minimum gdy

$$2\gamma_2^2 = 1 - \mu_2^2. \quad (17)$$

Licznik przyjmuje wtedy wartość

$$\sqrt{(1 - \mu_2^2)^2 + 4\gamma_2^2 \mu_2^2} = \sqrt{1 - \mu_2^4} \quad (18)$$

skąd wynika, że dla $\gamma_2 > 0$ wartość μ_2 jest mniejsza od jedności i że dla uzyskania wartości (18) możliwie bliskiej zero, wartość współczynnika γ_2 powinna być możliwie mała.

Przyjmując np. $\gamma_2 = 0,01$ jak dla sprężyn stalowych znajdziemy według (17)

$$\mu_2^2 = 1 - 2\gamma_2^2 = 1 - 0,0002 = 0,9998 \approx 1.$$

Przyjmując tę wartość μ_2 w równaniach (15) i (16) otrzymamy

$$g_{01} = \frac{y_{01} M_1}{\rho M_w} = \frac{2\gamma_2}{\sqrt{C^2 + D^2}}, \quad (19)$$

$$g_{02} = \frac{\gamma_{02} M_1}{\rho M_w} = \sqrt{\frac{1 + (2\gamma_2)^2}{C^2 + D^2}}, \quad (20)$$

przy czym

$$\begin{aligned} C^2 + D^2 &= \left(V + 4\gamma_1 \gamma_2 \frac{1}{\mu_1} \right)^2 + 4 \left\{ \frac{1}{\mu_1} \left(\gamma_1 + \frac{1}{\mu_1} \gamma_2 \right) - \left[\frac{1}{\mu_1} \gamma_1 + (1 + V) \gamma_2 \right] \right\}^2 = \\ &= 4\gamma_2^2 \lambda^2 [\lambda^2 - 2(1 + V - 2\gamma_1^2)] + V^2 + 4(1 + V)^2 \gamma_2^2 + 8\gamma_1 \gamma_2 \lambda V. \end{aligned} \quad (20a)$$

*) Amplitudy te można również wyrazić za pomocą stosunku częstości μ_1 ;

$$g_{01} = \mu_1^2 \sqrt{\frac{(1 - \lambda^2 \mu_1^2)^2 + (2\gamma_2 \lambda \mu_1)^2}{C_0^2 + D_0^2}}, \quad (15a)$$

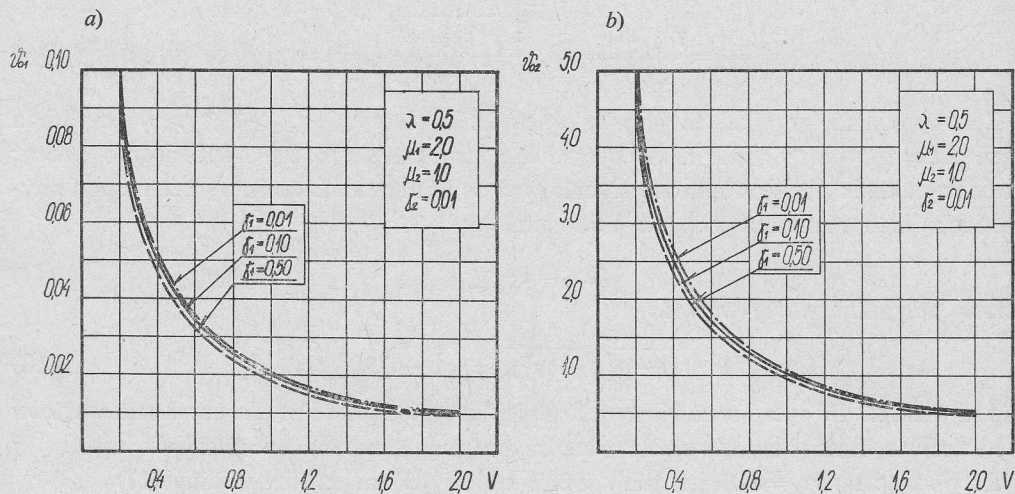
$$g_{02} = \mu_1^2 \sqrt{\frac{1 + (2\gamma_2 \lambda \mu_1)^2}{C_0^2 + D_0^2}}, \quad (16a)$$

gdzie C_0 i D_0 określone są równaniami (29a) i (29b). Przyjmując w tych rozwiązaniach $V=0$, $\lambda=0$ (por. równ. (23)) i $\gamma_2=0$ otrzymamy rozwiązanie dla układu jednomasowego (por. [4])

$$g_{01} = g_{02} = \frac{\mu_1^2}{\sqrt{(1 - \mu_1^2)^2 + (2\gamma_1 \mu_1)^2}}.$$

3. Interpretacja rozwiązań

Po bliższej analizie można stwierdzić, że mianownik w rozwiązaniach (19) i (20) przyjmuje tym większe wartości, im większa jest wartość stosunku mas $V=M_2/M_1$ oraz im większe są wartości współczynników tłumienia γ_1 i γ_2 . Zilustrowano to wykreślnie na ry-



Rys. 3. Zależność amplitud względnych od stosunku mas $V=M_2/M_1$ dla różnych wartości współczynnika γ_1 przy założonych wartościach $\gamma_2=0,01$, $\mu_1=2,0$, $\mu_2=1,0$ (czyli $\lambda=0,5$); a) — $\vartheta_{01}=f(V)$, b) — $\vartheta_{02}=f(V)$

sunkach 3a i 3b, które obowiązują dla stałych wartości $\mu_2=1$ oraz współczynnika $\gamma_2=0,01$, przy czym należy pamiętać, że jeśli chodzi o amplitudę ϑ_{01} wykresy te przedstawiają wartości minimalne tej amplitudy.

Wykresy obliczono dla przypadku gdy $\lambda=0,5$, czyli gdy $\mu_1=\omega/\Omega_1=2$. Zauważalny jest silny wpływ wielkości masy M_2 na wartość amplitud drgań ϑ_{01} i ϑ_{02} . Widać również pewien wpływ wartości współczynnika tłumienia γ_1 , który jednakże jest nieznaczny. A więc jeśli chodzi o wibroizolatory układu głównego można w praktyce stosować zarówno sprężyny stalowe jak i podkładki gumowe. Przyjmując różne wartości stosunku mas V otrzymuje się różne wartości amplitud bezwymiarowych ϑ_{01} i ϑ_{02} , z tym że wartości ϑ_{01} są dużo mniejsze od 0,1, zaś ϑ_{02} wahają się w granicach od ok. 0,5 do 5. Znając wartości ϑ_{01} i ϑ_{02} można łatwo wyznaczyć odpowiednie wartości amplitud y_{01} i y_{02} , ponieważ według (15)

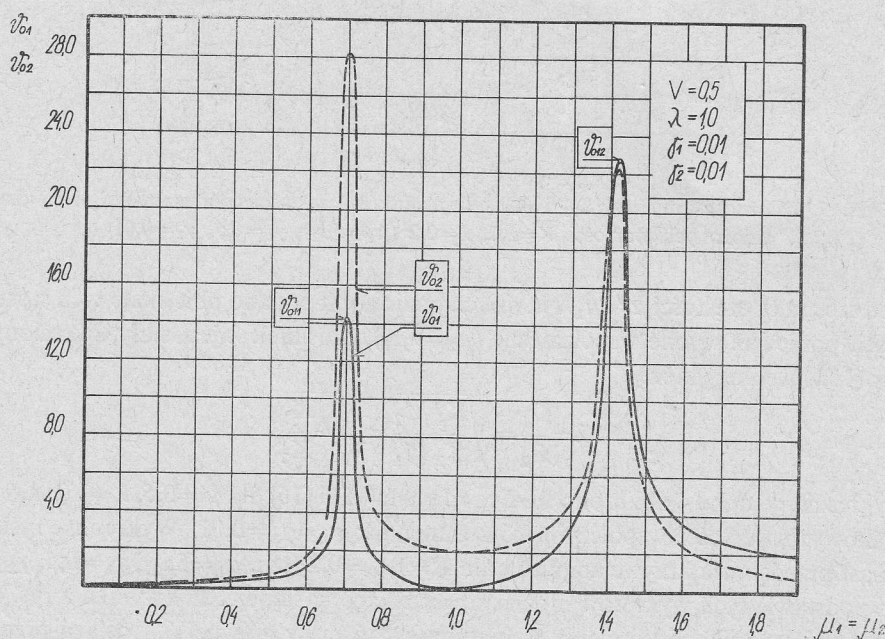
$$y_{01} = \vartheta_{01} \rho \frac{M_w}{M_1}, \quad (21)$$

zaś według (16)

$$y_{02} = \vartheta_{02} \rho \frac{M_w}{M_1}. \quad (22)$$

A ponieważ wartości ϑ_{01} oraz stosunku mas wirnika i układu głównego (M_w/M_1) są mniejsze od jednośc, można więc wywnioskować, że amplituda minimalna drgań piono-

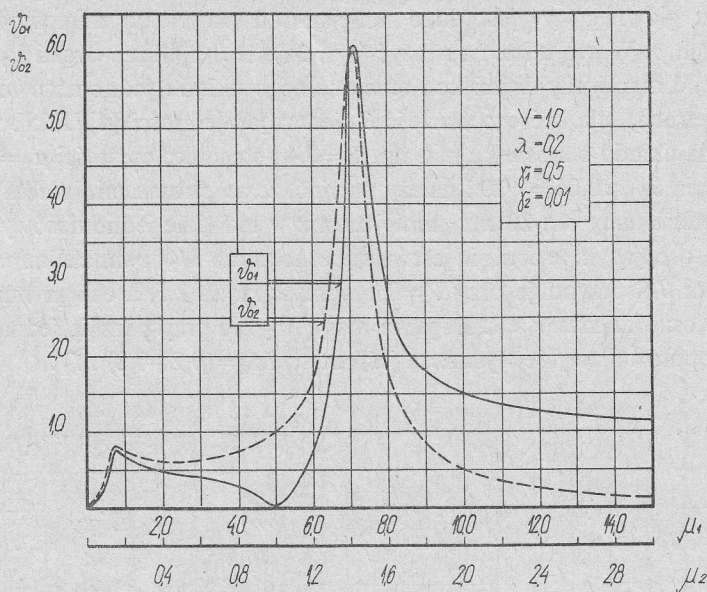
wych*) układu głównego y_1 jest dużo mniejsza od promienia mimośrodowości masy części wirujących ρ . Warto także zauważyć (rys. 3a), że amplituda drgań y_{01} jest również dużo mniejsza od amplitudy drgań konwencjonalnego układu jednomasowego y_0 (o tych samych parametrach), dla którego wartość ϑ_0 jest rzędu jedności [4]. Jak bowiem wynika z rys. 3a drgania układu o stosunku mas np. $V=0,4$ i stosunku częstości $\mu_1=2$ charakteryzują się wartością $\vartheta_{01} \approx 0,05 = 1/20$ i należy przyjąć, że amplituda minimalna drgań ustalonych tego układu byłaby ok. 20 razy mniejsza niż w układzie jednomasowym (dla $\mu=2$). Czynnikiem absorbującym te drgania jest masa pomocnicza M_2 , zwana eliminatorem, której amplituda drgań ϑ_{02} przyjmuje przy $V=0,4$ wartość rzędu 2,5, a osiąga wartość jedności dopiero przy stosunku mas $V \approx 1$. Drgania masy M_2 nie przysparzają jednak w praktyce specjalnych kłopotów i zwykle wystarcza jeśli masa $M_2 = (0,2 - 0,8) M_1$.



Rys. 4. Zależność amplitud ϑ_{01} i ϑ_{02} od stosunków częstości wymuszenia μ_1 i μ_2 dla założonych wartości $V=0,5$, $\lambda=1,0$ (czyli $\mu_1=\mu_2$), $\gamma_1=\gamma_2=0,01$

Z dotychczasowych rozważań wynika, że stosunek częstości $\mu_2 = \omega/\Omega_2$ powinien w tym układzie być możliwie bliski jedności, tzn. że układ powinien pracować przy prędkości obrotowej n równej częstości drgań swobodnych masy pomocniczej n_{w2} . Ściślej biorąc, jest to warunek dosyć trudny do urzeczywistnienia, ponieważ w praktyce prędkość obrotowa silnika napędowego nie jest idealnie stała. Należałoby zatem zastanowić się jak wielki jest wpływ zmian, tzn. odchyień prędkości obrotowej mas wirujących od wartości nominalnej. W tym celu sporządzono wykresy (rys. 4 i 5) zależności amplitud bezwymiarowych ϑ_{01}

*) Omawiamy przypadek kiedy stosunek częstości $\mu_2=1$.



Rys. 5. Zależność amplitud g_{01} i g_{02} od stosunków częstości wymuszenia μ_1 i μ_2 dla założonych wartości $V=1,0$, $\lambda=0,2$ ($\mu_1=5\mu_2$), $\gamma_1=0,5$, $\gamma_2=0,01$

i g_{02} od stosunku częstości μ_2 i μ_1 . Na osiach poziomych podano obie skale tych stosunków częstości, ponieważ są one współzależne ($\mu_2=\lambda\mu_1$). Stosunek λ jest stały, określony równością (11), według której

$$\lambda = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \sqrt{\frac{K_1 M_2}{K_2 M_1}} = \sqrt{V \frac{K_1}{K_2}}. \quad (23)$$

Wykres na rysunku 4 obliczono według równań (15) i (16) dla $V=0,5$, $\lambda=1$ (tzn. $\mu_1=\mu_2$) i jednakowych wartości współczynników tłumienia; $\gamma_1=\gamma_2=0,01$. Wykres na rysunku 5 natomiast przedstawia krzywe amplitud dla $V=1$, $\lambda=0,2$ (tzn. $\mu_1=5\mu_2$), $\gamma_1=0,5$, $\gamma_2=0,01$.

Na podstawie tych wykresów można stwierdzić co następuje. Jak wynika z rys. 4, przy małych współczynnikach tłumienia amplituda drgań masy głównej g_{01} osiąga przy $\mu_2=1$ wartość praktycznie równą zero, a $g_{02}=2$. Odchylenia wartości μ_2 od jedności o ok. $\pm 10\%$ powodują wzrost amplitudy g_{01} do około 0,2 i można wywnioskować, że ten wzrost amplitudy drgań układu głównego będzie tym mniejszy, im większa będzie „odległość” pomiędzy punktami rezonansowymi; w danym przypadku (rys. 4) rezonans występuje przy $\mu_2 \approx 0,7$ i $\mu_2 \approx 1,42$. (Zależność punktów rezonansowych od wartości pozostałych parametrów układu, przedstawiono na rys. 6). Amplitudy maksymalne drgań masy głównej, występujące w tych punktach wynoszą odpowiednio $g_{011} \approx 14$ i $g_{012} \approx 22$.

Rysunek 5 ilustruje przebieg wartości amplitud g_{01} i g_{02} przy bardzo różnych wartościach γ_1 i γ_2 i można zauważyć, że pomimo wartości $\gamma_1=0,5$ amplituda g_{01} osiąga w punkcie $\mu_2=1$ wartość bliską zero. Pierwszy punkt rezonansowy pojawia się wprawdzie już przy $\mu_2 \approx 0,15$ lecz amplitudy g_{01} i g_{02} nie przekraczają wtedy wartości 0,75.

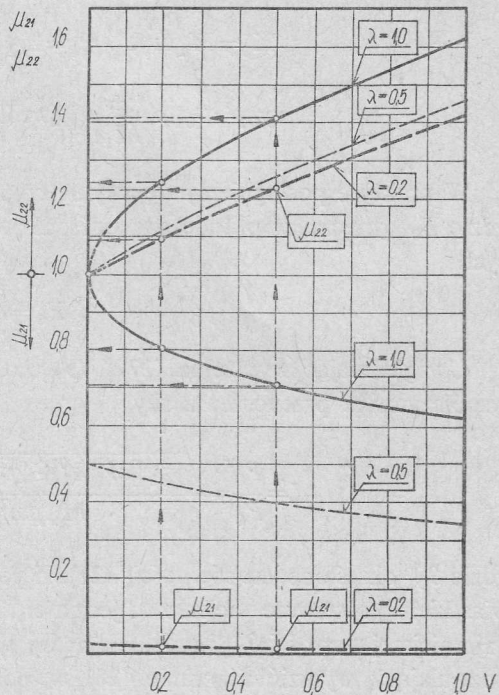
Aby odpowiedzieć na pytanie jak kształtują się punkty rezonansowe, czyli wartości krytyczne μ_2 w zależności od wielkości masy pomocniczej M_2 i stosunku częstości drgań

swobodnych wibroizolatorów $\lambda = \Omega_1/\Omega_2$, sporządzono odpowiedni wykres (rys. 6) ilustrujący zależność μ_2 od stosunku mas $V = M_2/M_1$ dla trzech różnych wartości stosunku częstości $\lambda = 0,2, 0,5$ i $1,0$. Wykres ten uzyskano na podstawie wzoru

$$(\mu_2)_{1,2} = \frac{1}{2}(1 + V + \lambda^2) \mp \sqrt{\frac{1}{4}(1 + V + \lambda^2)^2 - \lambda^2} \quad (24)$$

będącego rozwiązaniem równania

$$(\lambda^2 - \mu_2^2 + V)(1 - \mu_2^2) - V = 0, \quad (25)$$



Rys. 6. Zależność częstości rezonansowych μ_{21} oraz μ_{22} od stosunku mas V dla różnych wartości λ

stanowiącego część rzeczywistą mianownika we wzorach (15) i (16), wyrażających amplitudy ϑ_{01} i ϑ_{02} . Równanie (25) odpowiada członowi C w wyrażeniu (7), z pominięciem współczynników tłumienia. Innymi słowy wartości krytyczne μ_2 wyznaczono przyjmując, że rezonans występuje przy zerowych wartościach tego mianownika (przy $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$).

Z rysunku 6 wynika, że w przedziale wartości $0 < V \leq 1$ występują zawsze dwie wartości krytyczne, μ_{21} i μ_{22} , przy czym odległość między tymi punktami, wyrażona za pomocą wartości μ_2 jest tym większa, im mniejsza jest wartość stosunku częstości $\lambda = \Omega_1/\Omega_2$. Można więc zauważyć, że np. przy $\lambda = 0,2$ *) i $V = 0,5$ dolna wartość stosunku częstości $\mu_{21} \approx 0,015$, a górna $\mu_{22} \approx 1,23$, a więc odległość między tymi punktami jest wystarczająco duża, aby wykluczyć nadmierny wzrost amplitudy drgań układu głównego ϑ_{01} spowodowany zmianą roboczej prędkości obrotowej maszyny na skutek zmian obciążenia lub napięcia prądu.

*) $\lambda = 0,2$ oznacza, że częstość drgań swobodnych masy głównej jest pięć razy mniejsza niż częstość drgań swobodnych masy pomocniczej, a więc i 5 razy mniejsza od prędkości obrotowej wału.

4. Siła dynamiczna przenoszona na podłoże

Siłę dynamiczną przenoszoną na podłoże (jej amplitudę) oblicza się jako pierwiastek sumy kwadratów siły sprężystości i siły tłumienia:

$$P_0 = \sqrt{(\dot{y}_{01} K_1)^2 + (\dot{y}_{01} c_1)^2}, \quad (26)$$

gdzie dla wibroizatorów sprężynowych można podstawić

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= M_1 \Omega_1^2, & c_1 &= 2\gamma_1 \Omega_1 M_1, & \dot{y}_{01} &= y_{01} \omega, \\ y_{01} &= \vartheta_{01} \rho \frac{M_w}{M_1} & & \text{(według zależności (21)).} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

W praktyce posługujemy się zwykle tzw. współczynnikiem przenoszenia siły $\zeta = P_0/F_0$, gdzie F_0 oznacza amplitudę siły odśrodkowej, wywołanej niewyważeniem części wirujących

$$F_0 = M_w \rho \omega^2. \quad (9)$$

Uwzględniając wyrażenia (27) i (9) można znaleźć odpowiedni wzór dla obliczenia współczynnika przenoszenia siły

$$\zeta = \frac{P_0}{F_0} = \frac{\sqrt{y_{01}^2 [M_1^2 \Omega_1^4 + 4\gamma_1^2 \omega^2 \Omega_1^2 M_1^2]}}{M_w \rho \omega^2} = \frac{\vartheta_{01}}{\mu_1^2} \sqrt{1 + 4\gamma_1^2 \mu_1^2}, \quad (28)$$

gdzie ϑ_{01} określone jest równością (21). Z powyższego wzoru wynika, że wartość pod pierwiastkiem jest zawsze większa od jedności i że wobec tego należy dążyć do uzyskania jak najmniejszej wartości ϑ_{01} i możliwie małej wartości λ , ponieważ istnieje związek $\mu_1^2 = \mu_2^2/\lambda^2$ pozwalający wyrazić równanie (28) w postaci

$$\zeta = \frac{\vartheta_{01} \lambda}{\mu_2^2} \sqrt{\lambda^2 + 4\gamma_1^2 \mu_2^2}. \quad (28a)$$

Z równania (28a) wynika, że jeśli ϑ_{01} jest amplitudą minimalną występującą przy $\mu_2 = 1$, to współczynnik przenoszenia siły ζ jest tym mniejszy, im mniejsza jest wartość $\lambda = \Omega_1/\Omega_2$.

Podstawiając natomiast w równaniu (28) zależność (15) z uwzględnieniem związku $\mu_2^2 = \lambda^2 \mu_1^2$ otrzymamy

$$\zeta = \sqrt{\frac{[(1 - \lambda^2 \mu_1^2)^2 + (2\gamma_2 \lambda \mu_1)^2] [1 + (2\gamma_1 \mu_1)^2]}{C_0^2 + D_0^2}}, \quad (29)$$

gdzie

$$C_0 = \lambda^2 \mu_1^4 - \mu_1^2 (1 + V + \lambda^2 + 4\gamma_1 \gamma_2) + 1, \quad (29a)$$

$$D_0 = 2\mu_1 \{(\gamma_1 + \lambda \gamma_2) - [\lambda \gamma_1 + (1 + V) \gamma_2] \lambda \mu_1^2\}. \quad (29b)$$

Należy zauważyć, że dla $\mu_2^2 = \lambda^2 \mu_1^2 = 1$

$$\zeta = 2\gamma_2 \sqrt{\frac{1 + (2\gamma_1 \Lambda)^2}{(1 + 4\gamma_1 \gamma_2)^2 (2\gamma_2)^2 [1 + (1 + V) \Lambda^2]^2}}, \quad (30)$$

przy czym

$$\Lambda = \frac{1}{\lambda} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (30a)$$

Przyjmując np. $V=0,5$, $\Lambda=5$, $\gamma_1=0,1$, $\gamma_2=0,01$ otrzymamy według (30) $\zeta \approx 1/44$, podczas gdy współczynnik przenoszenia siły w analogicznym układzie jednomasowym wynosiłby*)

$$\zeta_0 = \sqrt{\frac{1 + (2\gamma\mu)^2}{(1 - \mu^2)^2 + (2\gamma\mu)^2}}, \quad (31)$$

czyli

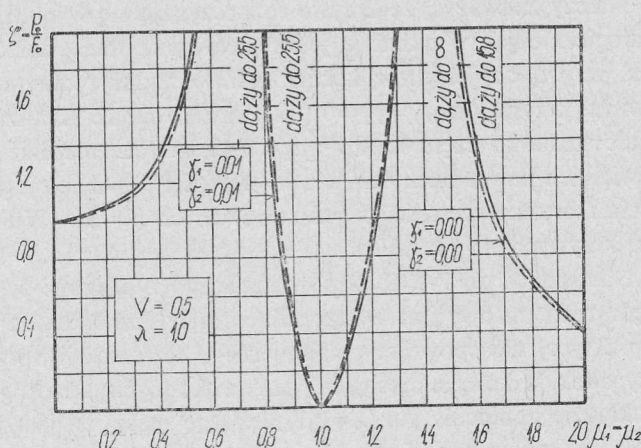
$$\zeta_0 = \sqrt{\frac{1 + (2 \cdot 0,1 \cdot 5)^2}{(1 - 25)^2 + (2 \cdot 0,1 \cdot 5)^2}} \approx \frac{1}{17},$$

gdzie współczynnik tłumienia γ przyjęto jak dla układu głównego; $\gamma = \gamma_1 = 0,1$ oraz stosunek częstości

$$\mu = \mu_1 = \Lambda \mu_2 = 5 \quad (\text{według zależności (30a)}).$$

Przyjmując natomiast jednakowe współczynniki tłumienia, $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,01$ (wibroizolatory sprężynowe) otrzymalibyśmy dla układu dwumasowego $\zeta \approx 1/62$, a dla układu jednomasowego $\zeta_0 \approx 1/23,9$.

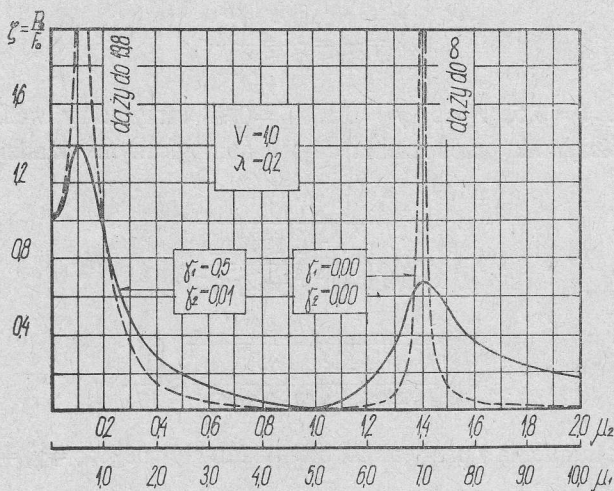
W obydwu przypadkach uzyskuje się średnio stosunek $\zeta/\zeta_0 \approx 1/2,5$ na korzyść układu dwumasowego, a więc układu wyposażonego w eliminator.



Rys. 7. Zależność współczynnika przenoszenia siły ζ od stosunku częstości wymuszenia μ_1 i μ_2 dla założonych wartości $V=0,5$ i $\lambda=1,0$ (czyli $\mu_1 = \mu_2$), $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,01$

*) Jeśli się założy $V=0$, $\lambda=0$, $\gamma_2=0$, to równanie (29) przyjmie postać (31), jak dla układu jednomasowego.

Dla zobrazowania wpływu stosunku mas V oraz stosunku częstości drgań swobodnych λ na wartość siły przenoszonej na podłoże, wykreślono odpowiednie krzywe (rys. 7 i 8) przedstawiające zależność $\zeta = f(\mu_1, \mu_2)$, obliczone według równania (29). Krzywe przedsta-



Rys. 8. Zależność współczynnika przenoszenia siły ζ od stosunków częstości wymuszenia μ_1 i μ_2 dla założonych wartości $V=1,0$, $\lambda=0,2$ (czyli $\mu_1=5\mu_2$), $\gamma_1=0,5$ i $\gamma_2=0,01$

wione na rysunku 7 obliczono dla następujących warunków: $V=M_2/M_1=0,5$, $\lambda=\Omega_1/\Omega_2=1$ (czyli $\mu_1=\mu_2$) oraz $\gamma_1=\gamma_2=0,01$. Stosunek ζ reprezentuje wartość amplitudy siły P_0 przenoszonej na podłoże od układu głównego.

Należy zauważyć, że krzywe rozpoczynają się w punkcie ($\mu_1=0$, $\zeta=1$) i wobec tego, analogicznie jak w układzie jednomasowym, praca układu w obszarze podkrytycznym (tzn. przy $\mu_1 < 1$) jest mniej korzystna niż w nadkrytycznym. Celem porównania wykreślono również krzywą dla $\gamma_1=\gamma_2=0$ (linia kreskowana). Analizując przebieg krzywych w przedziale stosunku częstości $0,7 < \mu_2 < 1,42$ łatwo stwierdzić szybki wzrost wartości ζ przy niewielkich nawet odchyleniach od wartości $\mu_2=1$, co jest spowodowane zbyt dużą wartością stosunku częstości drgań swobodnych ($\lambda=1$). (Wniosek ten potwierdza się kształtem krzywych na rys. 8.)

Nawiązując do rys. 8, odpowiadającego rysunkowi 5, należy zauważyć, że przedział międzyrezonansowy jest wystarczająco duży i że wahania wartości μ_2 (nie do uniknięcia w praktyce) nie spowodują nadmiernego wzrostu siły przenoszonej na podłoże. Jest to przypadek, w którym częstość drgań swobodnych układu głównego jest dużo mniejsza niż w układzie pomocniczym ($\lambda=0,2$), którego masa jest jednak równa masie głównej ($M_2=M_1$). Współczynnik ζ przyjmuje w tych warunkach przy $\mu_2=1$ wartość bliską zero, pomimo dużej wartości współczynnika tłumienia układu głównego ($\gamma_1=0,5$). A więc wpływ tłumienia w układzie głównym jest tutaj niewielki, jak to już stwierdzono przy omawianiu wykresów na rys. 3.

5. Analogia między drganiami pionowymi a poziomymi i sprzężonymi układu

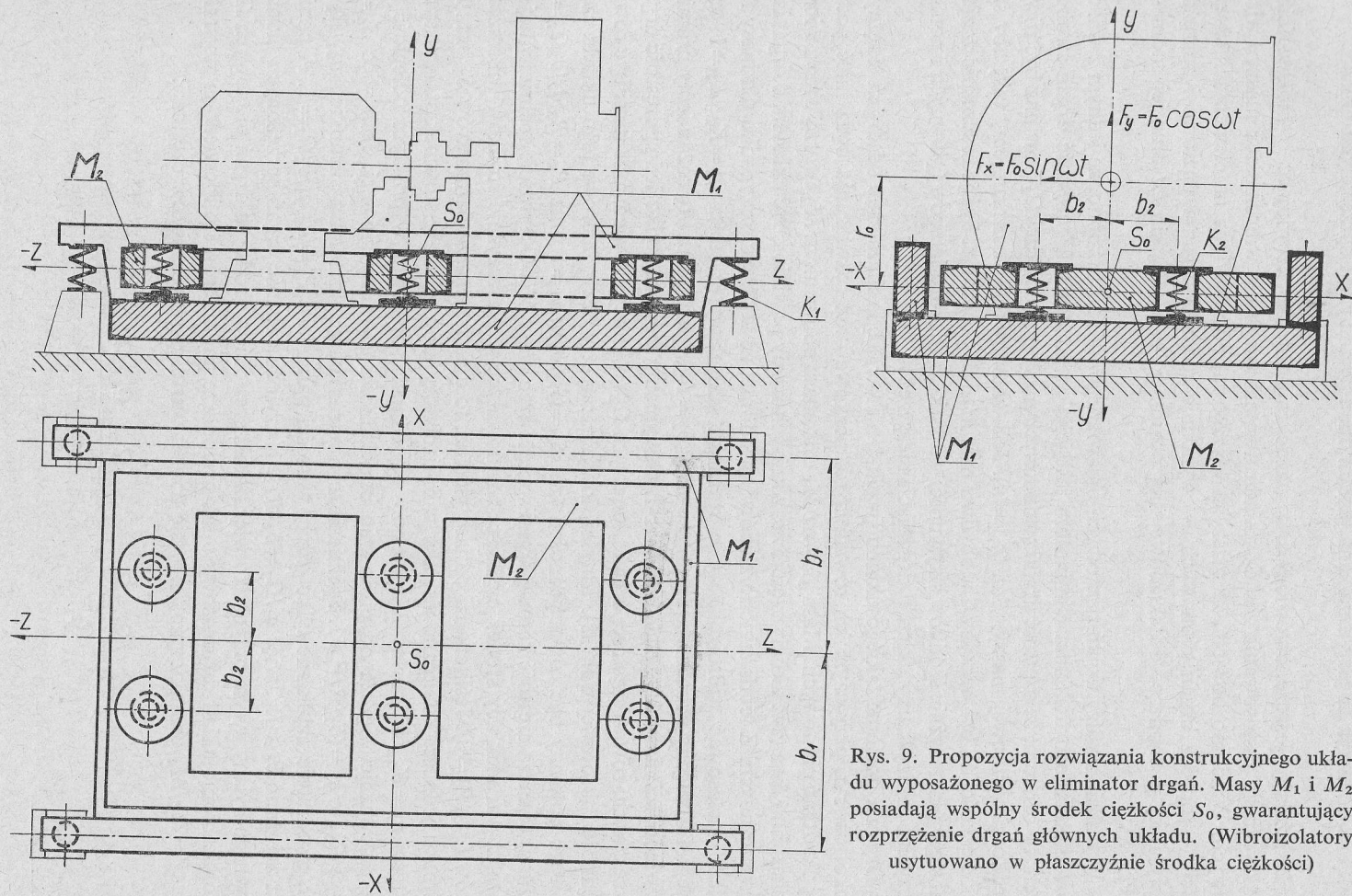
Należałoby jeszcze omówić jedno ważne zagadnienie, decydujące o możliwościach praktycznego zastosowania zasady układu dwumasowego dla wibroizolacji maszyn wirnikowych. Wiadomo bowiem, że maszyna wirnikowa, posadowiona na elementach sprężystych — oprócz drgań pionowych — wykonuje również drgania poziome i sprzężone (kołysanie) pochodzące od składowej siły poziomej — $F_x = F_0 \sin \omega t$ oraz jej momentu $r_0 F_x$.

W trakcie analizy drgań pionowych omawianego układu ustalono, że jednym z warunków skutecznego działania eliminatora jest jego „rezonansowa” częstość drgań swobodnych, co oznacza, że częstość drgań swobodnych masy pomocniczej Ω_2 powinna być równa prędkości obrotowej maszyny ω , ($n_{w2}=n$). Jeśli zatem układ skonstruujemy tak, aby środek ciężkości S_0 był wspólny dla obydwu mas M_1 i M_2 (por. rys. 9) i jednocześnie znajdował się w płaszczyźnie środków sztywności wszystkich wibroizolatorów (głównych i pomocniczych), to uzyskamy układ o drganiach niesprężonych.

Drgania poziome takiego układu (względ osi x - x) będą niezależne od drgań skrętnych wokół osi z - z , przy czym ich równania różniczkowe oraz rozwiązania będą mieć postać jak dla drgań pionowych. Masa główna M_1 oraz masa pomocnicza M_2 tworzą wraz z wibroizolatorami dwa tzw. układy częściowe, z których każdy powinien być układem o drganiach niesprężonych. Z teorii takich układów*) wiadomo, że w danym przypadku dla masy M_2 należy zastosować wibroizolatory o stosunku stałych sprężystości $\eta_2 = K_{2x}/K_2 = 1$ oraz odległości między wibroizolatorami tej masy $b_2 = R_2$, gdzie przez R_2 rozumiemy promień bezwładności masy M_2 względem osi z - z . Otrzymamy wówczas tylko jedną częstość drgań sprzężonych, równą częstości drgań pionowych Ω_2 (o której już wiemy, że musi być równa prędkości obrotowej wału ω). Innymi słowy, parametry bezwymiarowe tego układu częściowego powinny być równe jedności, tzn. $S_2 = (R_2/b_2)\sqrt{\eta_2} = 1$ oraz $P_2 = R_2 q_2/b_2 \Omega_2 = 1$, gdzie q_2 oznacza częstość kątową drgań sprzężonych masy M_2 . Oczywiście spełniony tu jest również warunek aby środek ciężkości znajdował się w płaszczyźnie środków wibroizolatorów ($a_{02}/R_2 = 0$). Jeśli chodzi o masę główną, to dla utrzymania parametrów S_1 oraz P_1 równych jedności konieczne jest aby wibroizolatory główne miały stosunek stałych sprężystości $\eta_1 = K_{1x}/K_1$ równy lub większy od jedności, ponieważ w praktyce odległość b_1 jest przeważnie większa od promienia bezwładności R_1 masy głównej. Jeśli więc $S_1 = 1$ a $b_1 \geq R_1$, to $\eta_1 = (b_1/R_1)^2 \geq 1$. Spełnienie tego warunku, w połączeniu z warunkiem $a_{01}/R_1 = 0$, gwarantuje uzyskanie tylko jednej wartości parametru $P_1 = R_1 q_1/b_1 \Omega_1 = 1$. A ponieważ założono $b_1 \geq R_1$, więc $q_1/\Omega_1 = b_1/R_1 \geq 1$, czyli że częstość drgań sprzężonych układu głównego byłaby w tym przypadku większa niż częstość swobodnych drgań pionowych Ω_1 . Ogólnie biorąc układ dwumasowy o takim doborze parametrów i odpowiednim stosunku mas $V = M_2/M_1$ charakteryzowałby się trzema wartościami stosunków częstości:

$$\lambda_y = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{\Omega_1}{\omega}, \quad \lambda_x = \frac{\Omega_{1x}}{\Omega_{2x}} = \frac{\Omega_{1x}}{\Omega_1} \frac{\Omega_1}{\Omega_{2x}} = \eta_1 \lambda_y$$

*) Por. [4], s. 26 - 31, lub [1], s. 54.



Rys. 9. Propozycja rozwiązania konstrukcyjnego układu wyposażonego w eliminator drgań. Masy M_1 i M_2 posiadają wspólny środek ciężkości S_0 , gwarantujący rozprężenie drgań głównych układu. (Wibroizolatory usytuowano w płaszczyźnie środka ciężkości)

(gdzie $\Omega_{2x} = \Omega_2 = \omega$),

$$\lambda_x = \frac{q_1}{\Omega_2} = \frac{q_1}{\Omega_1} \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{b_1}{R_1} \lambda_y,$$

gdzie λ_y oznacza stosunek częstości drgań pionowych, λ_x — drgań poziomych, zaś λ_x — drgań sprzężonych (w danym przypadku drgań skrętnych wokół osi z - z). Stosunki te w przypadku spełnienia równości $b_1 = R_1$ oraz $\eta_1 = 1$ przyjęłyby tylko jedną wartość: $\lambda_x = \lambda_x = \lambda_y$.

Zgodnie z wykresem na rys. 6 amplitudy maksymalne drgań występowałyby wówczas tylko przy stosunkach częstości μ_{21} oraz μ_{22} . Należałoby więc układ skonstruować tak, aby równość $b_1 = R_1$ choć w przybliżeniu była spełniona. Biorąc bowiem pod uwagę, że punkt pracy układu ($\mu_2 \approx 1$) znajduje się pomiędzy dwoma obszarami rezonansowymi, łatwo zrozumieć, że przy każdorazowym uruchamianiu i zatrzymywaniu układ taki przechodzi tylko przez jeden obszar rezonansu dla wszystkich omawianych drgań jednocześnie.

6. Wnioski

Choć analiza wykreślna uzyskanych rozwiązań jest tylko analizą przybliżoną, to otrzymane kryteria w połączeniu z pewnymi ograniczeniami praktycznymi mogą już stanowić pewne wskazówki dla rozwiązywania zagadnień wibroizolacji na zasadzie układu dwumasowego. Istota podanej tu metody polega na uzyskaniu układu o drganiach niesprężonych, jak przedstawiono na rys. 9. Aby układ taki uzyskać konieczne jest spełnienie następujących warunków.

1. Odległości osi wibroizatorów masy pomocniczej b_2 od pionowej płaszczyzny symetrii całego układu powinny być równe promieniowi bezwładności tejże masy R_2 względem osi równoległej do osi wału maszyny.

2. Pożądane jest również aby i masa główna spełniała analogiczny warunek, tzn. aby odległości osi wibroizatorów głównych b_1 od pionowej płaszczyzny symetrii układu były równe promieniowi bezwładności masy głównej R_1 względem osi równoległej do osi wału.

3. Środki ciężkości obu mas powinny się znajdować na wspólnej płaszczyźnie poziomej przechodzącej przez środki sztywności wibroizatorów głównych i pomocniczych ($a_{01} = a_{02} = 0$).

4. Częstość drgań swobodnych masy pomocniczej n_{w2} musi być równa prędkości rotacji wału maszyny n .

5. Stosunek stałych sprężystości wibroizatorów masy pomocniczej musi być równy jedności ($\eta_2 = K_{2x}/K_2 = 1$).

6. Jeśli spełniony jest warunek 2, stosunek stałych sprężystości wibroizatorów głównych powinien także być równy jedności ($\eta_1 = K_{1x}/K_1 = 1$).

7. Wibroizatory masy pomocniczej powinny być wykonane jako sprężynowe, ze względu na mały współczynnik tłumienia γ_2 (który tu jest pożądany) i praktycznie niezmienną charakterystykę sprężyn.

8. Jako wibroizatory masy głównej można zastosować sprężyny, lecz w przypadku kiedy zachodzi potrzeba ograniczenia tzw. dźwięków materiałowych, wibroizatory te można wykonać jako gumowe, gdyż ich współczynnik tłumienia γ_1 nie przekracza w praktyce 0,1.

9. Częstość drgań swobodnych układu głównego powinna być jak najmniejsza, tzn. stosunek $\lambda = \Omega_1/\Omega_2 = n_{s1}/n_{s2}$ — możliwie mały (np. $\lambda = 0,2$), gdyż układ jest wtedy mniej wrażliwy na ewentualne oscylacje prędkości roboczej maszyny n .

10. Wrażliwość układu na zmiany prędkości roboczej jest tym mniejsza, im większy jest stosunek mas $V = M_2/M_1$; w praktyce wystarcza jednak, jeśli ten stosunek $V \approx 0,5$.

Nie bez znaczenia jest fakt, że przy takim rozwiązaniu wibroizolacji konieczne jest zastosowanie dodatkowej masy M_2 , ale korzyść wynikająca z zastosowania tej masy jest oczywista, gdyż uzyskuje się znacznie skuteczniejszą redukcję sił dynamicznych przenoszonych na podłoże. A więc wzrost obciążenia statycznego i jego kosztów musi być rekompensowany redukcją obciążeń dynamicznych (np. wyeliminowaniem drgań budynku). Można oczywiście przy zastosowaniu takiego układu dwumasowego zmniejszyć ciężar płyty podporowej maszyn (zmniejszenie masy głównej M_1) tak, aby suma $M_1 + M_2$ przewyższała tylko o kilkadziesiąt procent masę M_0 , stosowaną w układzie konwencjonalnym (pojedynczym). Przyjmując np. $V = M_2/M_1 = 0,5$ oraz $M_1 = 0,8 M_0$ otrzymamy

$$M_1 + M_2 = 0,8M_0 + 0,5M_1 = (0,8 + 0,5 \cdot 0,8) M_0 = 1,2M_0.$$

Praca wpłynęła do Redakcji w październiku 1973 r.

Literatura

- [1] C. E. Crede, *Vibration and Shock Isolation*. John Wiley and Sons, Inc., New York 1962, s. 54.
- [2] J. P. Den Hartog, J. Ormondroyd, *Torsional Vibration Dampers*, Trans. ASME, Vol. 52, no. 1, APM-52-13, 1950.
- [3] J. P. Den Hartog, *Drgania mechaniczne (tłumaczenie)*. PWN, 1971, ss. 93.
- [4] J. A. Goliński, *Wibroizolacja maszyn wirnikowych*. Arkady, 1964, ss. 17, 26 - 31.
- [5] C. M. Harris, C. E. Crede, *Shock and Vibration Handbook*. Mc Graw Hill Book Company, Inc., New York, 1961, Vol. 1, s. 6 - 3 do 6 - 14 i s. 6 - 22 do 6 - 23.
- [6] L. S. Jacobsen, R. S. Ayre, *Engineering Vibrations*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York 1958, s. 330 - 332.
- [7] F. M. Lewis, *The Extended Theory of the Viscous Vibration Damper*. J. Appl. Mechanics, Vol. 22, no 3, September 1955, s. 377 - 382.
- [8] J. Ormondroyd, J. P. Den Hartog, *The Theory of the Dynamic Vibration Absorber*. Trans. ASME, Vols. 49 - 50, APM-50-7, 1927 - 1928.
- [9] K. Piszczek, J. Walczak, *Drgania w budowie maszyn*. PWN, 1972, ss. 140 do 148.
- [10] F. E. Reed, *The Use of the Centrifugal Pendulum Absorber for the Reduction of Linear Vibration*. J. Appl. Mechanics. vol. 16, no. 2, June 1949, ss. 190 - 194.

Виброизоляция роторных машин с непосредственным приводом и с применением элиминатора колебаний

Резюме

Обсуждаются вертикальные колебания двухмассовой системы, в которой основную массу образует машина вместе с фундаментной плитой, а вспомогательную массу — элиминатор. Вынуждающая сила действует на основную массу. Графически интерпретируются как изменения амплитуд вертикальных колебаний, так и сил, переносимых на основание. Констатируя некоторую

аналогию между вертикальными колебаниями и колебаниями горизонтальными и связанными, предлагается соответствующее техническое решение виброизоляции группы роторных машин с непосредственным приводом. Группа роторных машин установлена на двухмассовой несущей плите, в которой только основная масса непосредственно соединена с корпусом машин. Виброизоляторы расположены в плоскости общего для обеих масс центра тяжести. Констатируется, что применение элиминатора, несмотря на рост стоимости установки, является более выгодным, чем применение конвенциональной одномассовой виброизоляции, т.к. переносимая на основание сила меньше тогда на ок. 2,5 раза, чем в одномассовой системе.

Vibration Isolation of Rotary Machinery Sets with Direct Drive with the Use of Vibration Absorbers

Summary

Vertical forced vibration of a two-mass system has been considered, the mass of the machinery and its supporting structure being taken as the main mass and the mass of an absorber as the auxiliary one. The exciting force acts upon the main mass. Both the changes in vibration amplitudes and those in forces transmitted to the ground have been interpreted graphically. Having stated an analogy between the vertical and horizontal as well as coupled vibrations, a technical solution to the vibration isolation for rotary machinery sets with direct drive has been proposed. A machinery set is placed on a two-mass supporting structure, in which only the main mass is firmly linked with the machinery body. All the vibration isolators are placed in the plane passing through the common centre of gravity of the both masses. It has been found that the use of a vibration absorber — in spite of an inevitable increase in installation costs — is more advantageous than that of a conventional single-mass isolation system, because the force transmitted to the ground is then about 2.5 times smaller than that in the single-mass system.