

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

61

WARSZAWA—POZNAN 1973

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych
w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględ-
nieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW
MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all
aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference
to fluid-flow machinery

KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS
KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR
JÓZEF ŚMIGIELSKI · ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE
Instytut Maszyn Przepływowych PAN, 80-952 Gdańsk
ul. Gen. J. Fiszer 14, tel. 41-12-71

Copyright
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1973

Printed in Poland

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 410+90 egz.	Oddano do składania 22 VIII 1972 r.
Ark. wyd. 9,0. Ark. druk. 7,5	Podpisano do druku 14 III 1973 r.
Pap. druk. sat. kl. V, 62 g	Druk ukończono w marcu 1973 r.
Nr zam. 554/128	D-4/155. Cena zł 27,-

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

ZENON ZAKRZEWSKI

Gdańsk

Sonda elektryczna w niskociśnieniowej, niskotemperaturowej plazmie

Część I. Współczesne metody interpretacji wyników pomiarów

Przedstawiono przegląd współczesnych możliwości interpretacji wyników pomiarów sondą elektryczną w niskociśnieniowej, niskotemperaturowej plazmie. Szczególną uwagę poświęcono pomiarom koncentracji elektronów przy użyciu sondy cylindrycznej.

Wykaz stałych oznaczeń

e – ładunek elektronu,	V – potencjał sondy,
I – prąd,	V_s – potencjał plazmy,
I_{e0} – dyfuzyjny prąd elektronowy,	$V_e = kT_e/e$ – temperatura elektronów wyrażona w voltach,
I_{i0} – jonowy prąd odniesienia,	ϵ_0 – przenikalność dielektryczna próżni,
$i = I/I_{i0}$ – znormalizowany prąd,	$\lambda_D = \left(\frac{V_e}{2\pi n_e} \right)^{\frac{1}{2}}$ – promień ekranowania (Debye'a)
j – gęstość prądu,	$\eta = (V - V_s)/V_e$ – znormalizowany potencjał sondy,
k – stała Boltzmanna,	$\xi = r_p/\lambda_D$ – znormalizowany promień sondy
l_p – długość sondy cylindrycznej,	
M – liczba masowa,	
m_e, m_i – masa elektronu, masa jonu,	
n_e, n_i – koncentracja elektronów, koncentracja jonów,	
r_p – promień sondy cylindrycznej lub kulistej,	
r_L – promień Larmora,	
S – powierzchnia sondy,	
T – temperatura gazu o maxwellowskim rozkładzie prędkości,	

Stałe indeksy

e – elektronowy,
i – jonowy,
f – przy potencjale pływania sondy.

1. Wprowadzenie

Sonda elektryczna jest najstarszym z narzędzi diagnostycznych stosowanych w fizyce plazmy. Od kilkudziesięciu lat teoria i technika sondy ulegają ciągłemu doskonaleniu, a zakres zastosowań stale się rozszerza. Taka sytuacja nie jest dziełem przypadku. Metoda sondy elektrycznej jest ciągle jedną z podstawowych i bodaj, najpowszechniej stosowanych

w laboratoriach fizyki plazmy ze względu na swoje bezsporne zalety. Są to przede wszystkim: prostota użycia, lokalizacja zaburzenia plazmy w obszarze rozciągającym się w otoczeniu sondy na odległość rzędu niewielu promieni Debye'a, a także doskonała rozdzielczość przestrzenna i czasowa. Niestety, ścisła ilościowa interpretacja wyników pomiarów sondą wymaga uwzględnienia wielu różnorodnych czynników dla zapewnienia wiarygodności otrzymanych rezultatów. Obecnie już można zapewnić stosunkowo dużą dokładność pomiaru bezwzględnych wartości parametrów plazmy przy użyciu sondy elektrycznej. Wymaga to jednak starannego zaprojektowania samej sondy i właściwego wyboru metod interpretacji wyników pomiaru.

Charakterystyka sondy przedstawia zależność prądu sondy od jej potencjału. Analiza kształtu charakterystyki może być cennym źródłem informacji o lokalnej wartości parametrów plazmy: potencjału oraz temperatury i koncentracji ładunków w miejscu umieszczenia sondy.

Teorię sondy elektrycznej podał po raz pierwszy Langmuir [1] w latach dwudziestych tego wieku. Ta teoria w ogólnych zarysach wykorzystywana jest również dzisiaj. Obejmuje ona pojęcie warstwy przysondowej, do której zlokalizowane jest zaburzenie plazmy.

Kolejnym istotnym krokiem na drodze do poznania właściwości sondy elektrycznej były prace Bohma, Burhopa i Massey'a [2], wykonane w latach czterdziestych. Sformułowali oni kryterium stabilności warstwy przysondowej. Wynika z niego, że prąd jonowy sondy jest określony przez temperaturę elektronów, a nie temperaturę jonów. To pozwoliło usunąć jedną z podstawowych sprzeczności między wynikami eksperymentów a dotychczasową teorią. W latach pięćdziesiątych Allen, Boyd i Reynolds [3] oraz Bernstein i Rabinowitz [4], a później Lam [5] podali teorię prądu jonowego sondy bez wprowadzania podziału na obszar warstwy i obszar niezaburzonej plazmy.

Rewelacyjne, z punktu widzenia potrzeb eksperymentatora, okazały się wyniki przedstawione przez Laframboise'a [6]. Zdołał on opracować program i uzyskać wyniki obliczeń numerycznych umożliwiające wyznaczenie charakterystyki sondy kulistej lub cylindrycznej w szerokim zakresie parametrów plazmy. Umożliwiają one, po raz pierwszy w tak znacznym stopniu interpretację wyników sondowych, choć również nie bez pewnych trudności. Co więcej, analiza tych wyników pozwala uzyskać pełniejszy niż dotychczas pogląd na fizykę procesu pomiaru sondą elektryczną.

Te najnowsze możliwości diagnostyki sondowej nie znalazły jeszcze odbicia w aktualnie używanych powszechnie opracowaniach zbiorczych na temat teorii i techniki sondy elektrycznej [7 - 10]. Co gorsza, w wielu innych skądinąd doskonałych pracach znaleźć można dawno zdezaktualizowane elementy teorii sondy (por. np. list Garscaddena i Palmera [11] na ten temat). Niestety w polskim piśmiennictwie naukowym w tej dziedzinie sytuacja jest jeszcze gorsza.

Celem tego artykułu jest przedstawienie możliwości interpretacji wyników pomiarów sondą elektryczną w plazmie w oparciu o współczesne osiągnięcia teorii sondy i w formie umożliwiającej bezpośrednio wykorzystanie w laboratorium fizyki plazmy. Szczególną uwagę poświęcono problemowi wyznaczania koncentracji nośników ładunku. W artykule przedstawione są kolejno: ogólny przebieg charakterystyki sondy oraz wyznaczanie potencjału plazmy i temperatury elektronów, następnie wyniki obliczeń Laframboise'a, a wreszcie metody wyznaczania koncentracji nośników.

Artykuł dotyczy pomiarów sondą elektryczną w zimnej plazmie. Przedstawione metody mogą być rozszerzone na przypadek gorącej plazmy po uwzględnieniu istniejących w cytowanej literaturze odpowiednich wyników obliczeń numerycznych. Można je również wykorzystać w przypadku stosowania zespołów dwóch lub więcej sond.

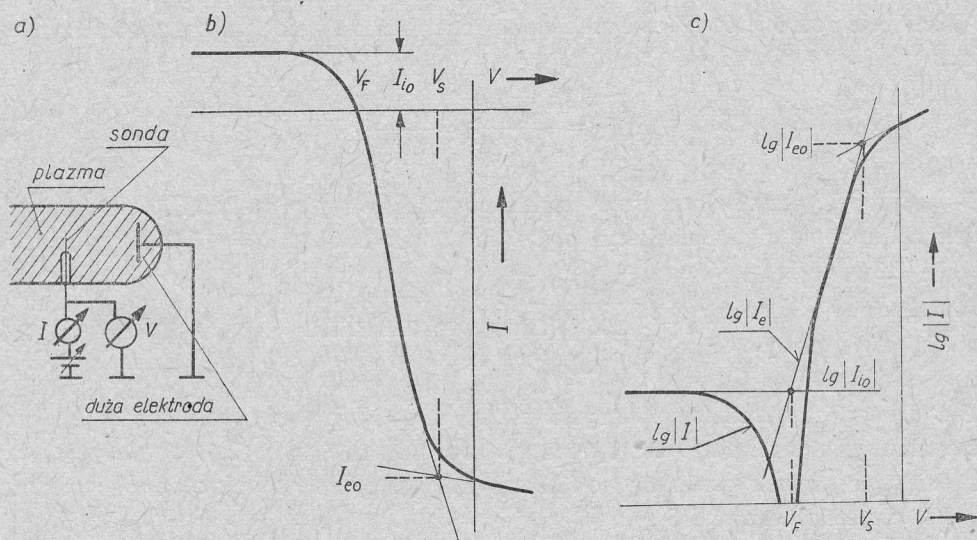
Następny artykuł tego cyklu [12] będzie zawierał wyniki eksperymentalnej weryfikacji opisanych tutaj rezultatów teorii sondy oraz wnioski dotyczące metod interpretacji charakterystyki sondy.

2. Charakterystyka sondy. Wyznaczanie temperatury elektronów i potencjału plazmy

W tym rozdziale przedstawiony jest ogólny przebieg charakterystyki sondy elektrycznej zanurzonej w plazmie oraz wpływ parametrów plazmy na kształt charakterystyki.

Tu i w dalszych częściach pracy będą obowiązywać następujące założenia:

- 1) rozkład energii elektronów jest maxwellowski,
- 2) średnia energia elektronów jest znacznie większa od energii jonów,
- 3) długość drogi swobodnej elektronów i jonów jest znacznie większa od rozmiarów sondy oraz od promienia Debye'a.



Rys. 1. Zasada pomiaru charakterystyki sondy elektrycznej (a) oraz szkice ilustrujące przebieg charakterystyki we współrzędnych liniowych (b) i liniowo-logarytmicznych (c)

Rysunek 1 zawiera szkice ilustrujące typowy kształt charakterystyki sondy we współrzędnych liniowych i liniowo-logarytmicznych. Dokładny przebieg charakterystyki zależy od konstrukcji sondy, lecz zawsze występują pewne cechy wspólne. Na całkowity prąd sondy składają się prądy elektronów i jonów dodatnich. W zakresie potencjałów znacznie niższych od potencjału plazmy, do sondy docierają praktycznie tylko jony i w jej obwodzie płynie jonowy prąd nasycenia. Wartość tego prądu zależy od koncentracji i temperatury

elektronów. W dalszym ciągu pracy ten zakres charakterystyki zostanie omówiony bardziej szczegółowo. W przypadku gdy promień Debye'a jest znacznie mniejszy od rozmiarów sondy, ten prąd jest [2] równy

$$I_{i0} \cong \gamma S n_e e \left(\frac{kT_e}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.1)$$

gdzie γ jest stałym współczynnikiem równym w przybliżeniu 1/2.

Z (2.1) wynika, że jonowy prąd nasycenia nie zależy od energii jonów. Prąd ten nie zależy od potencjału jedynie w przypadku idealizowanej sondy płaskiej. W praktyce zawsze rośnie ze wzrostem ujemnego potencjału sondy.

Zwiększanie potencjału sondy powoduje wzrost prądu elektronowego. Dla potencjału sondy równego potencjałowi plazmy V_s , wartość tego prądu jest określona przez dyfuzję termiczną i równa:

$$-I_{e0} = \frac{1}{4} S n_e e \left(\frac{8kT_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.2)$$

We wszystkich przypadkach, za wyjątkiem idealizowanej sondy płaskiej, prąd elektronowy rośnie ze wzrostem potencjału w obszarze $V > V_s$. Przyjmuje się, że V_s i I_{e0} są związane z kształtem charakterystyki sondy tak, jak to pokazano na rys. 1.

W zakresie potencjałów $V < V_s$ prąd elektronowy maleje wykładniczo, zgodnie z zależnością

$$\ln \frac{I_e}{I_{e0}} = \frac{e(V - V_s)}{kT_e} = \frac{V - V_s}{V_e}. \quad (2.3)$$

Potencjał V_f , przy którym prądy elektronowy i jonowy są równe i kompensują się wzajemnie, nazywa się potencjałem pływania sondy. Kładąc $I_e = -I_{i0}$, otrzymuje się z (2.1) - (2.3),

$$V_s - V_f \cong \frac{kT_e}{e} \ln \left| \frac{I_{e0}}{I_{i0}} \right| = V_e \ln \frac{1}{4\gamma} \left(\frac{4m_i}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.4)$$

Dla danego gazu różnica potencjału plazmy i potencjału pływania sondy jest proporcjonalna do temperatury elektronów V_e . Uproszczony wzór (2.4) obowiązuje przy spełnieniu tych samych warunków co (2.2). W tabeli 1 podane są tak określone wartości $(V_s - V_f)$ dla kilku gazów [13].

Tabela 1

Znormalizowany potencjał pływania sondy $\eta_f = (V_f - V_s)/V_e$ dla kilku gazów ($\lambda_D/r_p \rightarrow 0$)

Gaz	$-\eta_f$
H_2^+	3,8
H^+	3,4
He^+	4,1
A^+	5,3

W praktyce kształt charakterystyki sondy zwykle niewiele odbiega od przedstawionego na rys. 1. Pewne trudności może nastręczać interpretacja wartości prądu I_{e0} i I_{i0} (płaskie odcinki charakterystyki w zakresie prądów nasycenia występują tylko dla idealnej sondy płaskiej), jak również określenie wartości V_s .

Przedmiotem pomiarów sondowych są zwykle: lokalna koncentracja i temperatura elektronów oraz potencjał plazmy. Wyznaczanie koncentracji elektronów wymaga uwzględnienia wielu czynników i jest przedmiotem obszernych rozważań w dalszych częściach pracy. Tutaj omówione zostaną sposoby wyznaczania temperatury elektronów i potencjału plazmy.

Temperaturę elektronów można wyznaczyć z nachylenia charakterystyki prądu elektronowego

$$V_e = \frac{kT_e}{e} = \frac{V_1 - V_2}{\ln I_{e1}/I_{e2}}. \quad (2.5)$$

Indeksy 1 i 2 odpowiadają dowolnej parze punktów leżących na prostoliniowym odcinku liniowo-logarytmicznej charakterystyki prądu elektronowego sondy. W ogólnym przypadku konieczne jest wyznaczenie, choćby w przybliżeniu, przebiegu charakterystyki prądu jonowego I_i , a następnie wyznaczenie przebiegu prostej $\lg |I_e| = \lg (|I| + |I_i|)$ w funkcji potencjału. Często pomiary wykonuje się w zakresie potencjałów bliskich V_s . Wówczas prąd jonowy jest niewielki w porównaniu z elektronowym i temperaturę V_e można wyznaczyć z nachylenia charakterystyki całkowitego prądu sondy, otrzymywanej bezpośrednio z pomiarów.

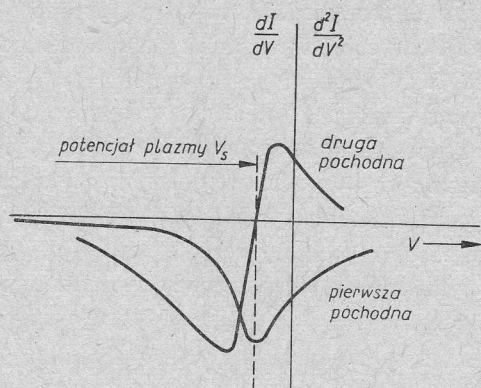
Potencjał plazmy utożsamiany jest z położeniem maksimum nachylenia charakterystyki sondy. Można ten fakt wykorzystać do wyznaczania potencjału V_s w sposób pokazany na rys. 1, albo też z analizy przebiegu pierwszej lub drugiej pochodnej charakterystyki. Szkic ilustrujący przebieg zmian tych pochodnych w funkcji potencjału sondy pokazany jest, według [10 i 14], na rys. 2.

W praktyce bardzo często łatwiejszą drogą wyznaczania potencjału plazmy może okazać się jednoczesny pomiar potencjału pływania V_f i temperatury elektronów V_e . Wówczas V_s można obliczyć z przybliżonego wzoru (2.4) lub dokładniej, korzystając ze ścisłych wyników Laframboise'a (por. rozdział 3) dla rozwiązania równania $I_i = -I_e$ i wyznaczenia ($V_s - V_F$).

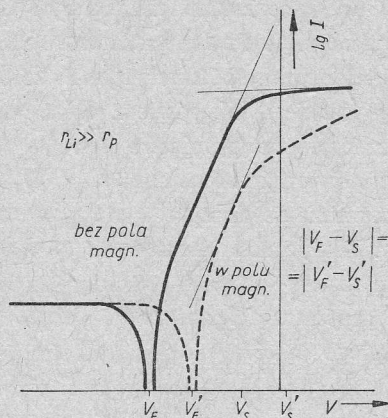
Złożony problem określenia związku między parametrami plazmy i kształtem charakterystyki sondy komplikuje się jeszcze bardziej, gdy plazma umieszczona jest w polu magnetycznym [10, 15]. Wynika to przede wszystkim z dwóch powodów. Po pierwsze, istnienie pola magnetycznego wprowadza anizotropię plazmy. Po drugie, droga swobodna naładowanej cząstki w poprzek pola magnetycznego jest rzędu promienia Larmora. Ponieważ z reguły promień Larmora elektronu jest porównywalny z promieniem sondy lub mniejszy, stosowane w teorii sondy założenia o zaniedbaniu zderzeń jest nieprawdziwe.

Stosunek promienia sondy r_p do promieni Larmora elektronu r_{Le} i jonu r_{Li} może być miarą wpływu pola magnetycznego na przebieg charakterystyki sondy. Zwykle określa się pole magnetyczne jako słabe, umiarkowane, silne i bardzo silne, odpowiednio w obszarach

$$r_p < r_{Le}, \quad r_{Le} < r_p \ll r_{Li}, \quad r_{Le} \ll r_p < r_{Li}, \quad r_p \gg r_{Li}.$$



Rys. 2. Szkic ilustrujący przebieg pochodnych charakterystyki sondy względem potencjału



Rys. 3. Szkic ilustrujący wpływ pola magnetycznego na charakterystykę sondy

W praktyce prąd elektronowy sondy ulega zawsze zaburzeniu w polu magnetycznym, natomiast prąd jonowy nie zmienia się, za wyjątkiem obszaru bardzo silnych pól.

Na rys. 3. przedstawiony jest szkic ilustrujący wpływ pola magnetycznego na charakterystykę sondy. Nachylenie charakterystyki prądu elektronowego we współrzędnych $V - \lg I_e$ pozostaje nadal [2, 7] miarą temperatury elektronów. Położenie górnego zagięcia charakterystyki nie odpowiada już, jak w przypadku nieobecności pola magnetycznego, potencjałowi plazmy V_s . Stąd też eksperymentalna lokalizacja tego zagięcia, nawet jeżeli jest możliwa, nie prowadzi do wyznaczania V_s . Niezmieniona, pozostaje jednak [16] różnica między potencjałem plazmy i potencjałem pływania sondy. W omówionych uprzednio warunkach ta różnica jest równa (2.4), w ogólnym przypadku można ją wyznaczyć w oparciu o wyniki obliczeń numerycznych Laframboise'a. Tak więc równoczesny pomiar temperatury elektronów i potencjału pływania sondy umożliwia wyznaczenie z (2.4) potencjału plazmy również w obecności pola magnetycznego.

Szczególne trudności może nastręczać interpretacja średniej w czasie charakterystyki sondy, zdejmowanej w warunkach istnienia oscylacji plazmy. Ten przypadek został omówiony oddzielnie [17].

3. Charakterystyka sondy w zakresie prądu jonowego

Laframboise [6] przedstawił między innymi kompletne rodziny charakterystyk prądu jonowego w postaci wykresów znormalizowanego prądu

$$i_i(\eta) = \frac{I_i(\eta)}{I_{i0}}, \quad (3.1)$$

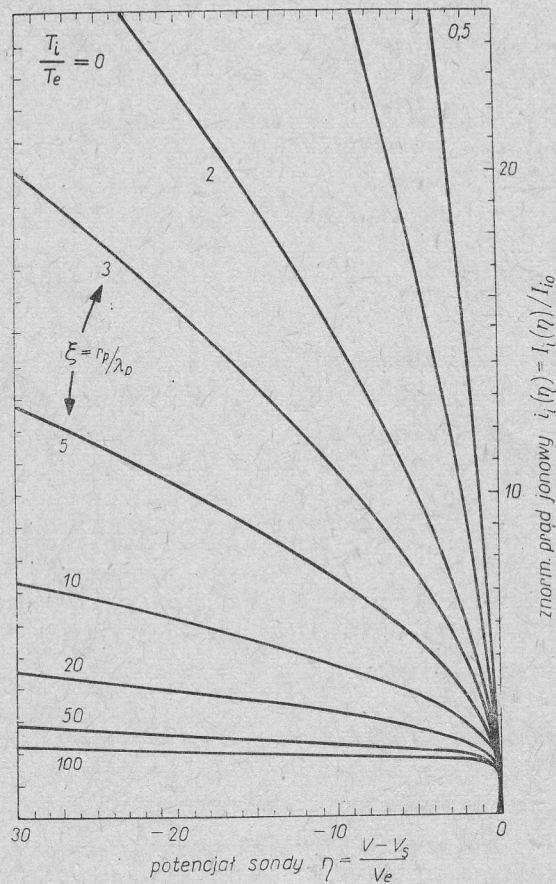
gdzie $\eta = \frac{V - V_s}{V_e}$ jest znormalizowanym potencjałem sondy, $I_i(\eta)$ – prądem jonowym sondy, a I_{i0} – prądem jonów, płynącym do sondy w wyniku dyfuzji termicznej (tj. w nie-

obecności pola elektrycznego) przy szczególnym założeniu, że temperatura jonów jest taka jak temperatura elektronów T_e .

Wybór takiego jonowego prądu odniesienia wynika, z faktu, że przy $T_e \geq T_i$ prąd jonowy zależy praktycznie wyłącznie od temperatury elektronów, a nie jonów. Wykazali to Bohm, Burhop i Massey [2] podając swoje kryterium stabilności warstwy przysondowej.

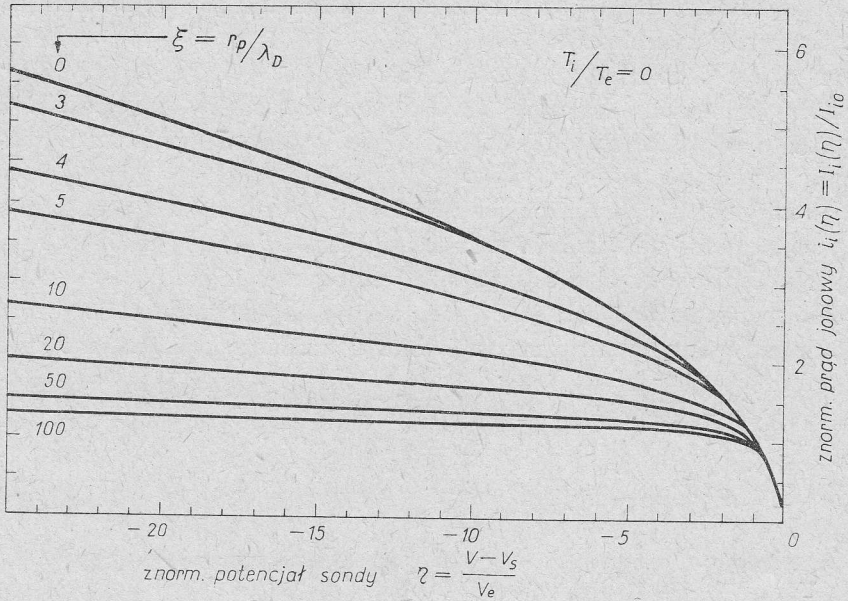
Prąd jonowy sondy jest funkcją potencjału η , znormalizowanego promienia sondy $\xi = r_p/\lambda_D$, temperatury elektronów T_e , koncentracji $n_e = n_i$ i masy jonów m_i .

Jak już stwierdzono, zależność prądu od średniej energii jonów, a co za tym idzie i od funkcji rozkładu prędkości jonów, jest niewielka. Przytoczone niżej rozwiązania zostały otrzymane przy założeniu maxwellowskiego rozkładu prędkości jonów z tempera-



Rys. 4. Znormalizowany prąd jonowy w funkcji potencjału sondy. Sonda kulista (wg Laframboise'a [6])

turą T_i oraz $T_i/T_e \leq 1$. Odpowiada to z dostatecznie dobrym przybliżeniem większości praktycznych przypadków spotykanych w fizyce niskotemperaturowej plazmy. Obowiązuje również założenie o jednokrotnej jonizacji. Cytowana praca Laframboise'a umożliwia wyznaczenie charakterystyki prądu jonowego sondy w zakresie parametrów szerszym od wybranego tutaj, lecz uwzględnienie innych przypadków wykraczało poza ramy tego artykułu.



Rys. 5. Znormalizowany prąd jonowy w funkcji potencjału sondy. Sonda cylindryczna (wg Laframboise'a [6])

Na rys. 4 przedstawiono rodzinę charakterystyk prądu jonowego sondy kulistej dla różnych stosunków r_p/λ_D . Normalizacja zachodzi w tym przypadku w stosunku do

$$I_{i0} = 2en_e r_p^2 (2\pi k T_e / m_i)^{\frac{1}{2}} = 78 \cdot 10^{-10} r_p^2 n_e (V_e / M)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.2)$$

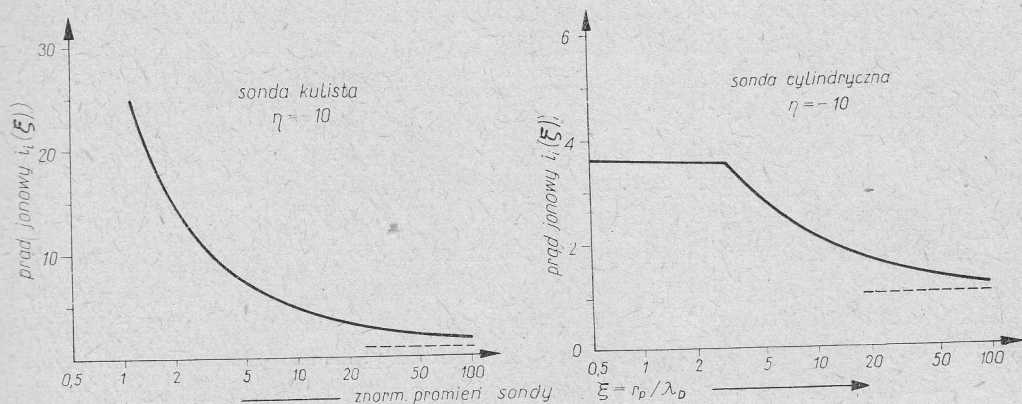
Prąd (3.2) jest odpowiednikiem „prądu Bohma”, danego wzorem (2.4). Jednostkami są: mm, cm^{-3} , V, μA .

Na rys. 5 przedstawiona jest taka sama rodzina charakterystyk dla sondy cylindrycznej o promieniu r_p i długości l_p . Normalizacja zachodzi w tym przypadku względem

$$I_{i0} = en_e r_p l_p (2\pi k T_e / m_i)^{\frac{1}{2}} = 39 \cdot 10^{-10} r_p l_p n_e (V_e / M)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.3)$$

a jednostki są takie same jak w (3.2).

Istnieją, jeżeli chodzi o dogodność interpretacji wyników pomiarów, istotne różnice w przebiegu obu rodzin charakterystyk. Dla sondy cylindrycznej charakterystyka prądu jonowego praktycznie nie zależy od $\xi = r_p/\lambda_D$, gdy $r_p \lesssim 3\lambda_D$, tzn. dla dostatecznie cienkich sond. To samo dotyczy przypadku gęstej plazmy, gdy $r_p \gg \lambda_D$. Dla $r_p/\lambda_D \gtrsim 100$ wartość prądu jonowego jest równa $I_i(\eta) \cong I_{i0}$ i nie zależy od potencjału ani od promienia sondy. Dla sondy kulistej w ogóle nie obserwuje się nasycenia przy małych wartościach r_p , a nasycenie przy małych λ_D następuje wolniej. Na rys. 6 przedstawiono wykresy ilustrujące wpływ stosunku $\xi = r_p/\lambda_D$ na wartość prądu jonowego przy stałej wartości znormalizowanego potencjału dla każdej z tych sond.



Rys. 6. Wpływ stosunku $\xi = r_p/\lambda_D$ na wartość znormalizowanego prądu sondy przy stałej polaryzacji $\eta = (V - V_s)/V_e$

4. Wyznaczanie koncentracji elektronów

4.1. Sonda cylindryczna w plazmie

W większości przypadków praktycznych korzystne jest wyznaczać koncentrację elektronów i jonów w plazmie na podstawie pomiarów sondą elektryczną w obszarze prądu jonowego. Składa się na to szereg przyczyn: w typowych warunkach eksperymentalnych wartość prądu jonowego nie zależy od pola magnetycznego i na ogół łatwiej jest wyodrębnić tę składową z całkowitego prądu sondy aniżeli składową elektronową, a wreszcie w obecności oscylacji potencjału pomiar tej składowej jest łatwiejszy.

Jak widać z wykresów, przedstawionych na rys. 4 - 6, sonda cylindryczna jest, ze względu na interpretację wyników pomiarów, znacznie wygodniejszym narzędziem diagnostycznym aniżeli sonda kulista. Częściej bowiem występują warunki, w których kształt charakterystyki prądu jonowego jest znany i pomiar wartości prądu umożliwia bezpośrednio wyznaczenie koncentracji elektronów w plazmie. Ma to szczególne znaczenie gdy pomiary koncentracji elektronów odbywają się przy istnieniu oscylacji parametrów plazmy. Wówczas niezależność prądu jonowego od oscylacji parametrów $\eta = (V - V_s)/V_e$ i $\xi = r_p/\lambda_D$ znacznie ułatwia lub w ogóle umożliwia interpretację wyników.

Istnieją dwa szczególne zakresy wartości stosunku r_p/λ_D , dla których interpretacja wyników pomiaru koncentracji elektronów jest uproszczona. Można tu zaproponować określenie „przypadek cienkiej sondy” dla zakresu $r_p/\lambda_D \lesssim 3$, w którym $i_i(\eta)$ praktycznie nie zależy od r_p/λ_D (por. rys. 6) oraz określenie „przypadek gęstej plazmy” dla zakresu $\lambda_D/r_p \ll 1$, w którym prąd jonowy sondy nie zależy od r_p/λ_D ani od potencjału. Niestety, tego drugiego przypadku, najwygodniejszego dla eksperymentatora, zwykle nie można zrealizować praktycznie w niskociśnieniowej plazmie. Konieczność jednoczesnego spełnienia warunków $l_p \gg r_p \gg \lambda_D$ wymagałaby stosowania sondy o rozmiarach dużych, nie do przyjęcia z innych względów.

Wyniki otrzymane przez Laframboise'a stały się materiałem umożliwiającym dokładniejszą niż kiedykolwiek przedtem interpretację wyników pomiarów sondą elektryczną. Nie oznacza to jednak, że sama procedura interpretacji jest zawsze prosta. Przede wszystkim przed wyznaczaniem koncentracji elektronów nie znana jest wartość promienia Debye'a λ_D , a ponadto dokładne określenie potencjału plazmy zwykle natrafia na trudności. Potrzebna jest jeszcze znajomość temperatury elektronów, która jednak może być wyznaczona niezależnie.

Zdawać by się mogło, że można uniknąć znacznej części wymienionych trudności po prostu przez używanie sondy cylindrycznej o dostatecznie małym promieniu. Wówczas $r_p/\lambda_D \cong 0$ i znany jest z góry znormalizowany prąd jonowy dla danego potencjału sondy (por. rys 6). Niestety w praktyce często nie można takich warunków zrealizować ze względu na rozmaitego typu ograniczenia. Pojemność cieplna sondy szybko maleje ze zmniejszeniem średnicy, co pociąga niebezpieczeństwo zniszczenia sondy. Ponadto maleje bezwzględna wartość prądu jonowego, a to może utrudnić lub uniemożliwić pomiary. Tak więc często zachodzi konieczność wyznaczania koncentracji elektronów w warunkach gdy nie można przyjąć założenia $r_p/\lambda_D \cong 0$. Ten ogólny przypadek rozważali Sonin [18], a później Battle i Bell [14].

Ten rozdział zawiera opis charakterystyk prądu sondy z uwzględnieniem rozwiązań Laframboise'a dla prądu jonowego, a także metody wyznaczania koncentracji elektronów. Nie podlega wątpliwości przydatność tych metod w przypadku pomiaru względnych wartości koncentracji elektronów. Jednakże już Sonin [18] zwrócił uwagę, że w pewnych warunkach wyniki pomiaru bezwzględnych wartości koncentracji elektronów nie potwierdzają wyników obliczeń Laframboise'a dla cienkiej sondy cylindrycznej. Chociaż w późniejszej [14] pracy Battle'a i Bella nie wysunięto takich wątpliwości, to jednak wydaje się, że właśnie ta sprawa wymaga staranniejszej weryfikacji eksperymentalnej.

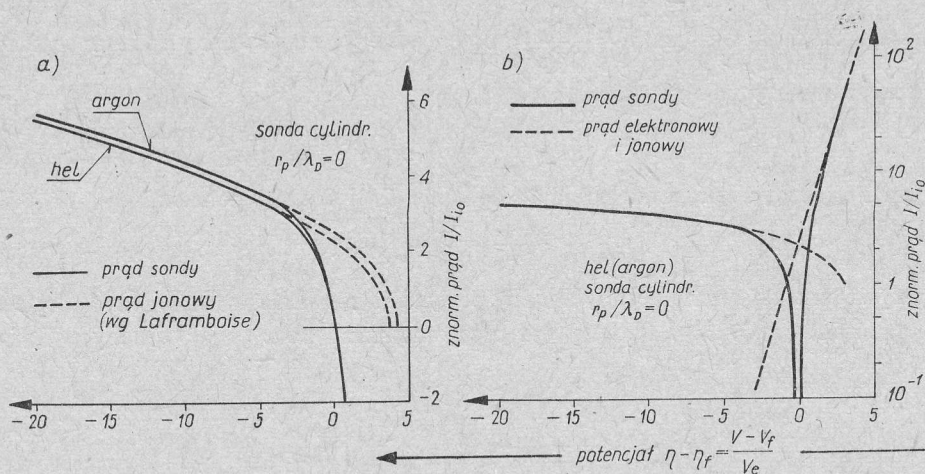
4.2. Charakterystyka sondy

Prąd sondy I jest sumą prądu jonowego I_i i płynącego w przeciwnym kierunku prądu elektronów I_e . Gęstość prądu można wyrazić w funkcji znormalizowanego potencjału η w sposób następujący:

$$j(\eta) = I(\eta) |S = j_i(\eta) + j_e(\eta) = I_{i0} i_i(\eta_f) [i_i(\eta) | i_i(\eta_f) - \exp(\eta - \eta_f)] S^{-1}, \quad (4.1)$$

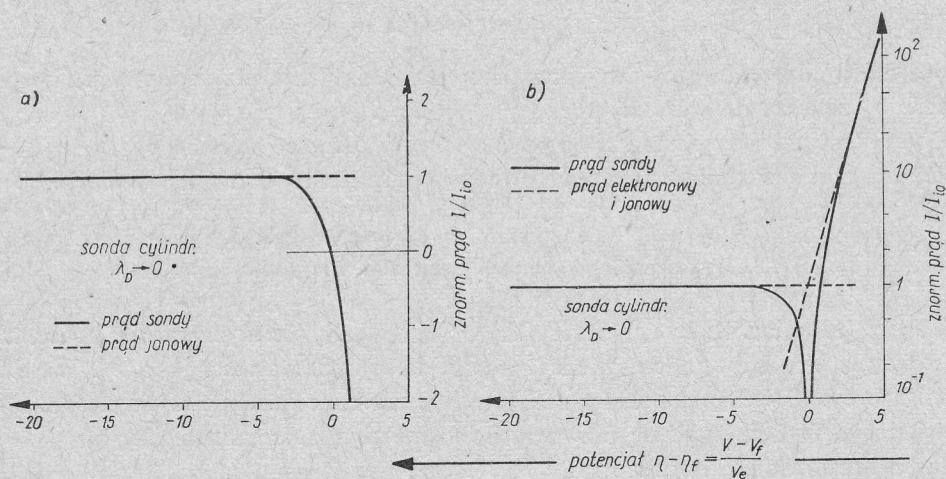
gdzie I_{i0} i $i_i(\eta)$ oznaczają odpowiednio jonowy prąd dyfuzyjny i znormalizowany prąd sondy, zdefiniowane w rozdziale 3, $I_{i0} \cdot i_i(\eta_f)$ jest bezwzględną wartością prądu jonowego i również prądu elektronowego sondy przy potencjale pływania. Ten niekonwencjonalny sposób przedstawiania charakterystyki został zaproponowany w tym artykule z dwóch powodów. Przede wszystkim, w odróżnieniu od potencjału plazmy, potencjał pływania wyznacza się bezpośrednio i dokładnie w trakcie eksperymentu. Ponadto, analiza przebiegu charakterystyki ulega uproszczeniu.

Na rys. 7 i 8 przedstawione są znormalizowane charakterystyki prądu sondy dla dwóch przypadków: cienkiej sondy ($r_p/\lambda_D \rightarrow 0$) oraz gęstej plazmy ($\lambda_D/r_p \rightarrow 0$). Dla zaznaczenia wpływu rodzaju gazu, wykreślono na rys. 7 charakterystyki sondy w plazmie w helu i ar-



Rys. 7. Przebieg charakterystyki cienkiej sondy cylindrycznej w obszarze hamowania elektronów w skali liniowej (a) i liniowo-logarytmicznej (b)

gonie. Widać, że różnice są niewielkie, choć masy jonów obu gazów różnią się dziesięciokrotnie. Te różnice są w ogóle niezauważalne na wykresie tej samej charakterystyki we współrzędnych liniowologarytmicznych (rys. 7b). Charakterystyka sondy w gęstej plazmie (rys. 8) nie zależy od rodzaju gazu.



Rys. 8. Przebieg charakterystyki sondy cylindrycznej w obszarze hamowania elektronów w skali liniowej (a) i liniowo-logarytmicznej (b)

Wykresy na rys. 7 i 8 przedstawiają charakterystykę sondy w obszarze hamowania elektronów i nie obowiązują dla potencjałów w rejonie górnego zagięcia charakterystyki i wyższych. Wykresy mają charakter uniwersalny.

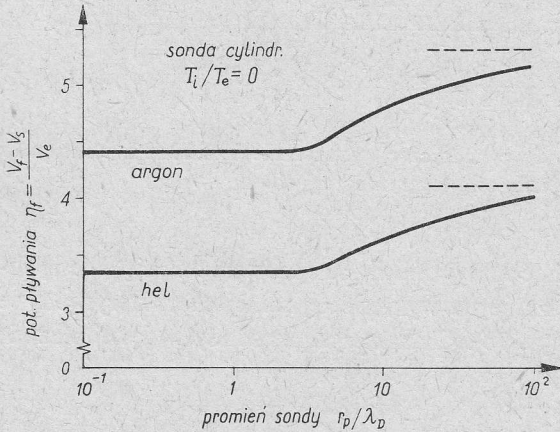
Znormalizowaną wartość $\eta_f = \frac{V_f - V_s}{V_e}$ potencjału pływania sondy można wyznaczyć rozwiązując numerycznie równanie

$$I_{i0} i_i(\eta_f) = I_{e0} \exp \eta_f, \quad (4.2)$$

które można sprowadzić, uwzględniając definicje I_{e0} i I_{i0} , do postaci:

$$[i_i(\eta_f)]^{-1} \exp \eta_f = (m_e/m_i)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.3)$$

Na rys. 9 przedstawione zostały zmiany potencjału pływania w funkcji zredukowanego promienia sondy $\xi = r_p/\lambda_D$. Podane wartości otrzymano korzystając z danych Lafram-



Rys. 9. Zmiany potencjału pływania sondy w funkcji zredukowanego promienia $\xi = r_p/\lambda_D$. Linia przerywana jest asymptotą dla $\lambda_D \rightarrow 0$

boise'a dla prądu jonowego. Dla przypadku cienkich warstw przysondowych ($\lambda_D/r_p \rightarrow 0$) wartość η_f zmierza do wartości podanej w tabeli 1.

Gdy potencjał sondy jest niższy od potencjału pływania o co najmniej $6V_e$ ($\eta - \eta_f \lesssim -6$), stosunek prądu elektronowego do całkowitego prądu sondy jest mniejszy niż 10^{-2} .

4.3. Wyznaczanie koncentracji elektronów. Przypadek ogólny

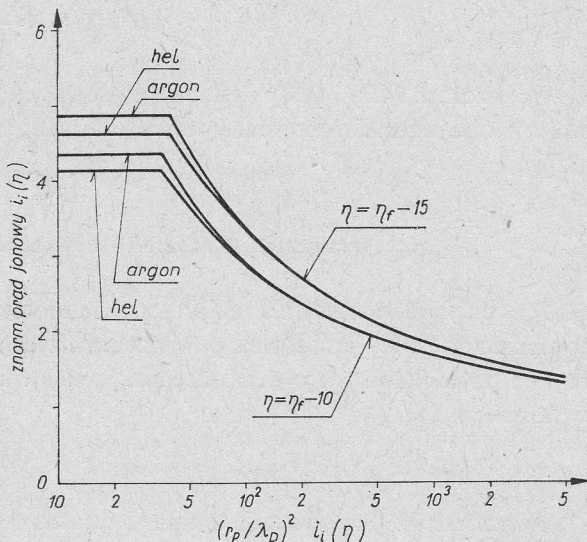
Sonin [18] oraz Battle i Bell [14] opisali możliwość wyznaczenia koncentracji elektronów z pomiarów sondą cylindryczną dla dowolnych wartości $\xi = r_p/\lambda_D$. Wartość ξ nie musi być z góry znana, a sam proces wyznaczania koncentracji odbywa się bez uciążliwej iteracji. Wykorzystuje się przy tym dokładne wyniki Laframboise'a.

Jak wykazał Sonin, iloczyn

$$\xi^2 i_i(\eta) = \frac{r_p^2}{S \epsilon_0} (2m_i/e)^{\frac{1}{2}} V_e^{-3/2} I_i(\eta) \quad (4.4)$$

nie zależy od bezwzględnej wartości koncentracji elektronów w plazmie i może być wyznaczony bezpośrednio drogą pomiaru prądu jonowego sondy $I_i(\eta)$. W praktyce pomiary powinny odbywać się w obszarze potencjałów, w którym można pominąć prąd elektronowy, tj. $\eta - \eta_f \lesssim -6$.

Na rys. 10 przedstawiony jest wykres zależności $i_i(\eta)$ od $\xi^2 i_i(\eta)$ dla typowych wartości potencjału polaryzacji sondy $\eta = \eta_f - 10$ i $\eta = \eta_f - 15$. Wykres sporządzony jest dla helu i argonu aby pokazać wpływ masy jonu na przebieg tej funkcji. Potencjał polaryzacji ustalony jest względem potencjału pływania sondy ze względu na łatwość określenia tego ostatniego w trakcie pomiarów.



Rys. 10. Znormalizowany prąd jonowy $i_i(\eta)$ w funkcji $\xi^2 i_i(\eta)$ dla wybranych potencjałów sondy η

Procedura wyznaczania koncentracji elektronów jest następująca. Z pomiarów otrzymuje się wartość prądu jonowego $I_i(\eta)$. Wzór (4.4) można przedstawić w postaci

$$\xi^2 i_i(\eta) = 2,6 M^{\frac{1}{2}} V_e^{-3/2} \frac{r_p}{l_p} I_i(\eta), \quad (4.5)$$

wygodniejszej w zastosowaniach praktycznych. Po obliczeniu z tego wzoru wartości $\xi^2 i_i(\eta)$, z wykresu jak na rys. 10 otrzymuje się bezpośrednio $i_i(\eta)$. W końcu wyznacza się koncentrację elektronów

$$n_e \cong 2,5 \cdot 10^8 \frac{I_i(\eta)}{i_i(\eta)} \frac{1}{r_p l_p} \left(\frac{M}{V_e} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.6)$$

We wzorach (4.5) i (4.6) M oznacza liczbę masową jonu, a jednostkami są cm^{-3} , μA , mm , V .

4.4. Wyznaczanie koncentracji elektronów. Cienka sonda ($r_p \lesssim 3\lambda_D$)

W omawianym przypadku $i_i(\eta)$ nie zależy od bezwzględnej wartości koncentracji elektronów w plazmie, a jedynie od potencjału sondy. Wobec tego wystarczy pomiar prądu jonowego $I_i(\eta)$ dla określonej wartości $(\eta - \eta_f)$, by wyznaczyć koncentrację elektronów.

Poniżej podane są odpowiednie wzory dla dwóch wybranych potencjałów polaryzacji sondy $\eta = \eta_f - 10$ i $\eta = \eta_f - 15$

$$n_e = 0,6 \cdot 10^8 (M/V_e)^{\frac{1}{2}} \frac{I_i(\eta_f - 15)}{r_p l_p}, \quad (4.7)$$

oraz

$$n_e = 0,51 \cdot 10^8 (M/V_e)^{\frac{1}{2}} \frac{I_i(\eta_f - 15)}{r_p l_p}. \quad (4.8)$$

We wzorach (4.7) i (4.8) występują te same jednostki co w (4.5). Współczynniki liczbowe w obu wzorach obowiązują ściśle dla helu, lecz mogą być stosowane i dla innych gazów.

4.5. Wyznaczanie koncentracji elektronów. Gęsta plazma ($\lambda_D/r_p \rightarrow 0$)

Ten przypadek zapewnia najprostszą interpretację wyników pomiarów. Efektywna powierzchnia sondy jest równa powierzchni fizycznej, wobec czego prąd jonowy nie zależy od potencjału i $i_i(\eta) = 1$. Koncentrację elektronów można wyznaczyć posługując się wyrażeniem

$$n_e = 2,5 \cdot 10^8 (M/V_e)^{\frac{1}{2}} \frac{I_i(\eta)}{r_p l_p}. \quad (4.9)$$

We wzorze (4.9) obowiązują te same jednostki co w (4.5). Wzór słuszny jest dla dowolnego gazu.

Praca wpłynęła do Redakcji w czerwcu 1972 r.

Literatura

- [1] Collected Works of Irving Langmuir (G. Snits, ed.), New York 1961.
- [2] D. Bohm, E. H. S. Burhop, H. S. W. Massey, *Characteristics of Electrical Discharges in Strong Magnetic Fields* (A. Guthrie, R. K. Wakerling, eds.), Chapter 2, Mc Graw-Hill, 1949.
- [3] J. E. Allen, R. L. F. Boyd, P. Reynolds, *The Collection of Positive Ions by a Probe Immersed in Plasma*. Proc. Phys. Soc. (London) **B70**, 297 (1957).
- [4] I. Bernstein, I. Rabinowitz, *Theory of Electrostatic Probes in Low Density Plasma*. Phys. Fluids **2**, 112, (1959).
- [5] S. Lam, *Unified Theory of the Langmuir Probe in a Collisionless Plasma*. Phys. Fluids **8**, 73 (1965).
- [6] J. G. Laframboise, *Theory of Spherical and Cylindrical Langmuir Probes in a Collisionless, Maxwellian Plasma at Rest*. University of Toronto, Inst. for Aerospace Studies, Rep. No. 100 (1966).
- [7] F. F. Chen, *Plasma Diagnostics Techniques* (R. H. Huddleston, S. L. Leonard, eds.), Chapter 4, Academic Press, 1965.
- [8] L. Schott, *Plasma Diagnostics* (W. Lochte-Holtgreven, ed.), Chapter 11, Amsterdam 1968.
- [9] O. W. Kozłowski, *Elektricheskij zond w plazmie*, Atomizdat, 1969.
- [10] J. D. Swift, M. J. R. Schwar, *Electrical Probes for Plasma Diagnostics*, Iliffe Books Ltd., London 1970.
- [11] A. Garscadden, R. A. Palmer, Comment on the Use of Langmuir Probes for Low-Density Plasma Diagnostics. Am. J. Phys. **35**, 1093 (1967).

- [12] T. Kopiczyński, Z. Zakrzewski, V. Vesely, *Prace IMP, w przygotowaniu.*
- [13] J. C. Hosea, *Probe Measurements in a Pulsed Plasma* . . . J. Appl. Phys. **37**, 2695 (1966).
- [14] E. L. Battle, R. B. Bell, *Reducing Experimental Langmuir Probe Data to Obtain a Comparison with Collisionless Probe Theory.* Phys. Fluids **13**, 1488 (1970).
- [15] I. G. Brown, A. B. Compher, W. B. Kunkel, *Response of a Langmuir Probe in a Strong Magnetic Field.* Phys. Fluids **14**, 1377 (1971).
- [16] F. F. Chen, C. Etievant, D. Mosher, *Measurement of Low Plasma Densities in a Magnetic Field.* Phys. Fluids **14**, 811 (1968).
- [17] Z. Zakrzewski, *Zastosowanie sond elektrycznych do diagnostyki plazmy o szybko zmieniających się parametrach.* Postępy Fizyki **XXI**, 248 (1970).
- [18] A. A. Sonin, *Free-Molecule Langmuir Probe and Its Use in Flowfield Studies.* A.I.A.A.J. **4**, 1588 (1966).

Электрический зонд в низкотемпературной плазме низкого давления

Часть I. Современные методы интерпретации результатов измерений

Резюме

В статье обсуждаются возможности определения потенциала плазмы, а также концентрации и температуры электронов, из характеристик электрического зонда. Особое внимание уделяется определению концентрации электронов в низкотемпературной плазме низкого давления.

В статье дается прежде всего обсуждение современных возможностей интерпретации результатов замеров зондом. Результаты существующих теорий представлены в форме, позволяющей на их непосредственное использование экспериментатором. Обращается внимание на способы упрощения интерпретации результатов замеров цилиндрическим зондом в предельных случаях: тонкого зонда и густой плазмы. Представлена, в первый раз, возможность сконструирования „универсальной” характеристики зонда в форме, пригодной для непосредственных сравнений с результатами замеров (рис. 7 и 8).

В следующей статье из этого цикла будет дано описание экспериментальной проверки представленных здесь результатов.

Electric Probe in Low-Pressure Low-Temperature Plasma

Part I. Current Methods of Interpretation of Measurement Results

Summary

Possibilities of determining the plasma potential as well as the density and temperature of electrons from the characteristic of an electric probe are discussed. Particular attention is drawn to the determination of the electron density in a low-pressure low-temperature plasma.

Present possibilities of interpreting the results of measurements taken by means of a probe are reviewed. The results of existing theories have been represented in the form enabling the experimenter to utilize them in a direct way. Attention is drawn to the manners of simplifying the interpretation of the results of measurements taken by means of a cylindrical probe the asymptotic cases of a thin probe and dense plasma. The possibility of constructing a „universal” characteristic of the probe in the form suited for direct comparisons with the measurement results have been presented for the first time (figs. 7 and 8).

The planned second part of this paper will contain the description of experimental verification of the results presented herein.