

Streszczenie rozprawy doktorskiej

“MODELOWANIE PRZEPŁYWÓW Z POWIERZCHNIAMI MIĘDZYFAZOWYMI
METODĄ ROZMYTEGO INTERFEJSU W PODEJŚCIU SŁABO ŚCISLIWYM”

autor: Adam Kajzer

promotor: Prof. dr hab. inż. Jacek Pozorski

Praca jest poświęcona modelowaniu matematycznemu i komputerowym symulacjom przepływów z powierzchnią rozdziału faz (zwaną dalej również interfejsem), w szczególności układom typu gaz-ciecz. Zjawiska przepływowe są opisane z założeniem ściśliwości obu faz oraz wymuszeniem niskich liczb Macha. Takie modelowanie jest zupełnie inne od tradycyjnego, istotnie nieściśliwego podejścia, które zakłada stałą gęstość płynów poza powierzchnią rozdziału faz. W zakresie niskich liczb Macha wahania gęstości są niewielkie i takie modele przepływów nazywane są słabo ściśliwymi. Typ równań modeli słabo ściśliwych pozwala na ich bardzo wydajne rozwiązanie korzystając z masowego zrównoleglenia procesu obliczeniowego (używając procesorów graficznych, ang. *Graphics Processing Unit (GPU)* lub wielordzeniowych CPU), które jest problematyczne w przypadku modeli istotnie nieściśliwych.

W **Rozdziale 1** przedstawiam krótki przegląd i porównanie modeli opartych o założenie sztucznej i słabej ściśliwości jako alternatywy dla podejścia istotnie nieściśliwego. Przedstawiam tam również wprowadzenie do sformułowania jednopłynowego przepływów dwufazowych oraz metody identyfikacji położenia interfejsów często używane do opisu dynamiki powierzchni rozdziału faz.

Najistotniejsza część pracy zawiera się w trzech rozdziałach.

Rozdział 2: Weryfikuję użyteczność modelu entropowo tłumionej sztucznej ściśliwości (ang. *Entropically Damped Artificial Compressibility, EDAC*) do symulacji przepływu turbulentnego ograniczonego ściankami. Zachęcającą cechą modelu EDAC jest czysto paraboliczny typ równań wynikający z członu tłumiącego występującego w równaniu ewolucji ciśnienia. Pozwala to istotnie zredukować szum w polu dywergencji pola prędkości, gdy centralne schematy różnicowe są użyte do dyskretyzacji przestrzennej. Równania EDAC są rozwiązywane metodą linii. Zastosowana została zachowawcza metoda różnic skończonych rzędu drugiego oraz mieszana rzędu drugiego/czwartego. Niskozasobowa, sześćoetapowa, jawna metoda Rungego-Kutty czwartego rzędu została użyta do całkowania równań w czasie. Jak przypuszczano, schemat mieszany drugiego/\czwartego rzędu znacząco przewyższa schemat rzędu drugiego w kontekście dokładności i wydajności obliczeniowej. Model EDAC został po raz pierwszy zastosowany do przeprowadzenia w pełni rozwiązanej symulacji przepływu turbulentnego ograniczonego ściankami, wymagającego użycia niejednorodnej siatki obliczeniowej. Jako przypadki testowe wybrałem przepływ w kanale płaskim przy liczbach Reynoldsa zdefiniowanych przez prędkość tarcia $Re_\tau = 180$ oraz 395. Uzyskałem bardzo dobrą zgodność z danymi referencyjnymi w zakresie jednopunktowych statystyk prędkości: wartości średniej oraz odchylenia standardowego w funkcji odległości od ścianki kanału oraz bilansu naprężeń Reynoldsa. Osiągnięto bardzo wysoką wydajność obliczeń używając komputera typu desktop do rozwiązania równań EDAC przy pomocy

własnego programu dedykowanego do wykonania na karcie graficznej. Dyskutuję aspekty implementacji programu na karcie graficznej.

Rozdział 3: Prezentuję nowy model matematyczny przepływu z powierzchnią rozdziału faz. Model ten bazuje na EDAC, a dla opisu powierzchni rozdziału faz użyto metody rozmytego interfejsu (ang. *diffuse-interface*, *DI*), który jest wariantem tzw. sformułowania jednopłynowego przepływu wielofazowego. W proponowanym modelu EDAC-DI masa i pęd są zachowane. Wskazuję poprawne wartości parametrów modelu, w szczególności numeryczną grubość powierzchni rozdziału faz, tzw. mobilność płynu w obrębie interfejsu oraz prędkość dźwięku. Równania EDAC-DI są typu hiperboliczno-parabolicznego. Schematy dyskretyzacji lokalne w przestrzeni oraz jawne metody całkowania w czasie zapewniają wygodę numeryczno-algorytmiczną wraz z możliwością łatwego i wydajnego zrównoleglenia procesu obliczeń. Słabo ściśliwe podejście do modelowania przepływu, pomimo zalety dużej wydajności obliczeniowej, wprowadza pewne trudności, które nie występują przy modelowaniu istotnie nieściśliwym przepływów z powierzchniami rozdziału faz. Te trudności są szczegółowo omówione i rozwiązane. Proponuję skuteczną metodę numeryczną, która znacząco ogranicza нефizyczne deformacje interfejsu oraz zapewnia rozwiązanie wolne od нефizycznych oscylacji. Model EDAC-DI został zweryfikowany ilościowo w przypadku nieruchomej kropli wody otoczonej powietrzem. Obliczony skok ciśnienia w obrębie powierzchni rozdziału faz jest w dobrej zgodności z przewidywaniami teoretycznymi. Następnie, przedstawiam przypadek łączenia się dwóch kropli oraz wtórnego rozpadu kropli powstałej po zderzeniu. Zmiany topologiczne są poprawnie odwzorowane bez numerycznych efektów ubocznych takich jak uwięzienie powietrza w kropli po zderzeniu lub dyfuzja masy. Wysoki koszt obliczeń spowodowany sztywnością równań modelu (poprzez prędkość dźwięku i człon dyfuzji interfejsu) może być zniwelowany przez masowe zrównoleglenie procesu obliczeniowego. Osiągnięto wysoką wydajność obliczeń używając własnego programu rozwiązującego równania EDAC-DI na karcie graficznej typu desktop.

Rozdział 4: Bazując na modelu wprowadzonym w poprzednim rozdziale, przedstawiam rozwinięcie modelu EDAC-DI oraz metod numerycznych użytych do rozwiązania równań, skupiając się na niedostatkach wskazanych w rozdziale 3. Pomimo, że efektywne liczby Macha w rozważanych przypadkach są niskie (0.05 i mniej), ściśliwa część tensora naprężeń lepkich powinna być uwzględniona w równaniu pędu ponieważ, w obecności napięcia powierzchniowego, dywergencja pola prędkości w pobliżu interfejsu jest znacząca. Okazuje się również, że właściwą skalą prędkości potrzebną do ustalenia prędkości dźwięku i mobilności interfejsu jest maksymalna rozwiązana prędkość fal kapilarnych. Ponadto, mobilność interfejsu powinna być przynajmniej dwukrotnie wyższa od wartości zaproponowanej w rozdziale 3. Ulepszenia od strony numerycznej są następujące: (i) użycie mniej dyfuzyjnego schematu (przybliżony solver Riemanna typu Harten - Lax -- van Leer z ujęciem fali kontaktowej - HLLC) dla części hiperbolicznej równań; (ii) metoda identyfikacji interfejsu niezależna od liczby Macha; (iii) wygładzenie wybranych strumieni w pobliżu powierzchni rozdziału faz; (iv) użycie optymalnej, silnie stabilnej metody Rungego-Kutty trzeciego rzędu do całkowania równań w czasie. Modyfikacje te pozwalają zmniejszyć tzw. prądy pasożytnicze i uzyskać zbieżność do stanu bezruchu, poprawnie rozwiązać zmiany topologiczne interfejsu, niezależnie od rozdzielczości przestrzennej, oraz zwiększyć rozdzielczość rozwiązanych struktur przepływu. Wykonałem jakościowe i ilościowe analizy w przypadkach przepływów dwuwymiarowych: uwarstwionego przepływu Poiseuille'a, statycznej kropli, zderzenia kropli, niestabilności Rayleigha-Taylora oraz pęcherzyka gazu unoszącego się w cieczy. Otrzymałem bardzo dobrą zgodność z danymi referencyjnymi.

W **Rozdziale 5** podsumowuję przedstawione w pracy badania i proponuję kierunki ich dalszego rozwoju.