

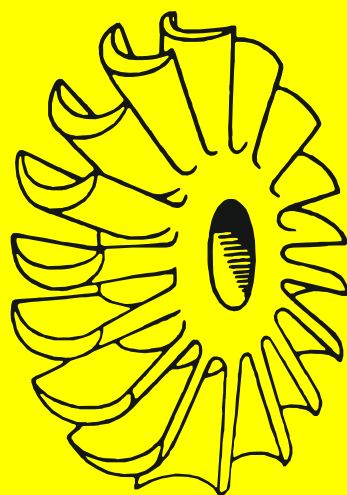
Polska
Akademia
Nauk
Instytut
Maszyn
Przeptywowych

Maszyny Przeptywowe Tom 37

Łukasz Breńkacz

Współczynniki dynamiczne łożysk

IMP
gdańsk
PAN



Współczynniki dynamiczne łożysk

Maszyny Przepływowe

Komitet Redakcyjny

Marcin Lackowski (przewodniczący), **Grzegorz Żywica**,
Jan Kiciński, **Mirosław Dors**, **Dariusz Kardaś**, **Alicja Krella**,
Piotr Lampart (redaktor naukowy), **Wiesław Ostachowicz**

tom 37

Polska Akademia Nauk
Instytut Maszyn Przepływowych

Łukasz Breńkacz

Współczynniki dynamiczne łożysk

Wydanie poprawione i uzupełnione



Maszyny Przepływowe
IMP PAN Gdańsk

Rekomendacje wydawnicze

prof. dr hab. inż. WOJCIECH BATKO – Akademia Górniczo-Hutnicza

prof. dr hab. inż. WOJCIECH CHOLEWA – Politechnika Śląska

Tytuł oryginału

Bearing Dynamic Coefficients in Rotordynamics:

Computation Methods and Practical Applications

Copyright © 2021 John Wiley & Sons Ltd.

Original English language edition published by Wiley-ASME Press Series

First published 2021

Wydanie polskie w przekładzie autora

Wydanie I w tej edycji

All Rights Reserved

© Copyright for the Polish edition by Instytut Maszyn Przepływowych

im. Roberta Szewalskiego Polskiej Akademii Nauk, Gdańsk 2023

Adres Redakcji

Instytut Maszyn Przepływowych im. Roberta Szewalskiego

Polskiej Akademii Nauk, ul. J. Fiszer 14, 80-231 Gdańsk

<https://www.imp.gda.pl/wydawnictwo-imp-pan/maszyny-przeplywowe/>

Opracowanie wydawnicze i korekta

Jarosław Frączak

Okladka i strona tytułowa wg projektu E. Kostki

Mirosław Sawczak

ISBN 978-83-66928-08-4

<https://doi.org/10.58139/DY09-0M58>

Utwór w całości ani we fragmentach nie może być powielany ani rozpowszechniany za pomocą urządzeń elektronicznych, mechanicznych, kopiujących, nagrywających i innych bez pisemnej zgody posiadacza praw autorskich.

Printed in Poland

*Pracę dedykuję mojej żonie Dagmarze,
córcie Agacie oraz synowi Wojciechowi*

Spis treści

Od Autora	11
Wykaz najważniejszych oznaczeń.....	13
1. Wprowadzenie	15
1.1. Obecny stan wiedzy.....	15
1.2. Numeryczne wyznaczanie współczynników dynamicznych łożysk – przegląd literatury	20
1.3. Eksperymentalne wyznaczanie współczynników dynamicznych łożysk – przegląd literatury	22
1.4. Cel i zakres pracy	26
2. Praktyczne znaczenie współczynników dynamicznych łożysk.....	31
2.1. Drgania układu o jednym stopniu swobody	34
2.1.1. Wymuszenie siłą stałą	35
2.1.2. Wymuszenie na skutek niewyważenia	38
2.1.3. Wpływ tłumienia i sztywności.....	43
2.2. Drgania masy o dwóch stopniach swobody	46
2.3. Skośne współczynniki sztywności i tłumienia	49
2.4. Podsumowanie rozdziału 2.....	53
3. Narzędzia badawcze.....	55
3.1. Aparatura badawcza	55
3.2. Program Test.Lab	60
3.3. Program Samcef Rotors.....	61
3.4. Program MATLAB	62
3.5. Programy serii MESWIR (KINWIR, LDW, NLDW)	63
3.6. Program Abaqus	64
4. Charakterystyka obiektu badań	65
4.1. Podstawowe dane techniczne stanowiska laboratoryjnego	65
4.2. Analiza dynamiki wirnika	68
4.3. Analiza konstrukcji podpierającej	74
4.4. Podsumowanie rozdziału 4.....	77

5. Procedura eksperymentalnego wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk.....	79
5.1. Algorytm obliczeń.....	79
5.2. Weryfikacja algorytmu obliczeń na podstawie modelu numerycznego.....	82
5.3. Wyniki obliczeń współczynników dynamicznych łożysk.....	85
5.4. Podsumowanie rozdziału 5.....	88
6. Uwzględnienie wpływu niewyważenia wirnika.....	89
6.1. Procedura obliczeń	89
6.2. Zakres identyfikacji.....	91
6.3. Wyniki obliczeń współczynników dynamicznych łożysk z uwzględnieniem niewyważenia wirnika	92
6.4. Podsumowanie rozdziału 6.....	93
7. Analiza wrażliwości eksperymentalnej metody wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk.....	95
7.1. Sposób przeprowadzenia analizy wrażliwości	95
7.2. Model referencyjny	96
7.3. Wpływ sztywności materiału wirnika	97
7.4. Wpływ nierównomiernego rozkładu sił na dwa łożyska	98
7.5. Zmiana kierunku działania siły wymuszającej i jej wpływ na otrzymane wyniki	101
7.6. Ocena wpływu przesunięcia czujników wiropędowych	102
7.7. Wyniki obliczeń dla wirnika niesymetrycznego	103
7.8. Podsumowanie rozdziału 7.....	105
8. Badania eksperymentalne.....	109
8.1. Program do przetwarzania sygnałów z badań eksperymentalnych	110
8.2. Program do obliczeń współczynników dynamicznych łożysk	112
8.3. Przygotowanie badań eksperymentalnych.....	114
8.4. Przebieg badań eksperymentalnych.....	116
8.5. Przetwarzanie sygnału zmierzonego podczas badań eksperymentalnych	122
8.6. Wyniki obliczeń współczynników dynamicznych łożysk hydrodynamicznych na podstawie badań eksperymentalnych	123

8.7. Weryfikacja otrzymanych wyników.....	130
8.8. Podsumowanie rozdziału 8.....	131
9. Numeryczne wyznaczanie współczynników dynamicznych łożysk....	135
9.1. Sposób obliczania współczynników dynamicznych łożysk	135
9.2. Obliczanie współczynników dynamicznych łożysk metodą z algorytmem liniowym.....	141
9.3. Obliczanie współczynników dynamicznych łożysk metodą z algorytmem nieliniowym.....	147
9.4. Weryfikacja wyników	155
9.5. Podsumowanie rozdziału 9.....	160
10. Porównanie współczynników dynamicznych łożysk obliczonych różnymi metodami.....	163
11. Podsumowanie i wnioski.....	167
Spis literatury	173
Załącznik I.....	185
Widma częstotliwościowe przemieszczeń czopa względem panwi.....	185
Trajektorie czopa względem panwi.....	185
Przyspieszenia podpór łożyskowych – drgania podczas rozruchu.....	185
Raport z osiowania wirnika.....	185
Załącznik II	197
Fragmenty kodu źródłowego programu do przetwarzania sygnału z pomiarów	197
Fragmenty kodu źródłowego programu do obliczeń współczynników dynamicznych łożysk na podstawie badań eksperymentalnych....	197
Załącznik III	205
Trajektorie czopa obliczone programem KINWIR oraz LDW	205
Trajektorie czopa obliczone programem NLDW	205
Załącznik IV.....	209
Trajektorie wirnika.....	209
Wykaz słów kluczowych.....	211

Od Autora

W monografii omówiono wybrane aspekty eksperymentalnego i numerycznego wyznaczania współczynników dynamicznych poprzecznych łożysk hydrodynamicznych. Łożyska są jednym z podstawowych elementów wpływających na dynamikę maszyn wirnikowych. Głównymi parametrami opisującymi działanie łożysk (a więc i działanie całego układu wirującego) są ich współczynniki sztywności i tłumienia. Za ich pomocą opisać można każdy rodzaj łożysk. Analizy w niniejszej monografii przeprowadzone były na przykładzie łożysk hydrodynamicznych, ale bezpośrednie analogie można znaleźć do każdego innego rodzaju łożysk. Przedstawiono metodę eksperymentalnego wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk hydrodynamicznych oraz opisano metody numeryczne (liniowe i nieliniowe) obliczania tych współczynników. Na podstawie porównania wyników symulacji numerycznych i rezultatów pomiarów parametrów pracy maszyny wirnikowej wyposażonej w łożyska hydrodynamiczne o wyrażnie nieliniowych charakterystykach określony został zakres stosowalności różnych metod obliczeniowych.

Badania eksperymentalne przeprowadzono z wykorzystaniem metody impulsowej, na podstawie której wyznaczono parametry dynamiczne łożysk hydrodynamicznych. Zastosowana metoda z liniowym algorytmem obliczeń umożliwia wyznaczenie współczynników sztywności i tłumienia oraz wyznaczenie współczynników masy w jednym algorytmie. Współczynniki sztywności i tłumienia nie mogą być wyznaczane bezpośrednio, dlatego stosowane są pośrednie metody ich obliczania. Jedynie masa wirnika jest parametrem bezpośrednio mierzalnym. Porównanie obliczonych pośrednio współczynników masy ze znaną masą wirnika pozwoliło na wstępne oszacowanie poprawności otrzymanych wyników.

W ramach pracy przeprowadzono analizę wrażliwości, wspomnianej wcześniej, metody eksperymentalnej przy użyciu modelu stworzonego w programie Samcef Rotors. Analizowany był wpływ niewyważenia, przesunięcia czujników pomiarowych oraz różnych wariantów siły wymuszającej. Na podstawie badań eksperymentalnych wyznaczono współczynniki dynamiczne łożysk hydrodynamicznych w szerokim zakresie prędkości obrotowych, uwzględniających prędkości rezonansowe i nadrezonansowe. Ich weryfikację przeprowadzono za pomocą programu Abaqus.

Wykonano również numeryczne obliczenia współczynników sztywności i tłumienia łożysk hydrodynamicznych z użyciem liniowych i nieliniowych modeli obliczeniowych opracowanych w Instytucie Maszyn Przepływowych im. Roberta Szewalskiego, Polskiej Akademii Nauk w Gdańsku (IMP PAN). Wyznaczone za pomocą numerycznych modeli (liniowych i nieliniowych) parametry sztywności i tłumienia łożysk hydrodynamicznych porównano z wynikami badań

eksperymentalnych. Na bazie tego porównania możliwe było ocenienie różnic pomiędzy wartościami współczynników dynamicznych łożysk obliczonymi liniową i nieliniową metodą numeryczną oraz metodą eksperymentalną.

Książka niniejsza jest przetłumaczoną i rozszerzoną wersją monografii zatytułowanej „Bearing dynamic coefficients in rotordynamics: Computational methods and practical applications” wydanej wspólnie przez wydawnictwo John Wiley & Sons Ltd oraz ASME Press. Zagadnienia te były również poruszane w rozprawie doktorskiej [1] i kilkunastu artykułach naukowych. Uwzględniając możliwości eksperymentalnych i numerycznych metod wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk oraz ich ograniczenia można stwierdzić, że stanowią one użyteczne narzędzie pracy inżyniera.

Składam serdeczne podziękowania wszystkim Pracownikom Zakładu Dynamiki i Diagnostyki Turbin za ich życzliwość, za atmosferę przyjaźni, która towarzyszyła mi przez cały okres pracy, i za to, że na ich pomoc i doświadczenie badawcze zawsze mogłem liczyć. W szczególności wyrazy wdzięczności kieruję do prof. Grzegorza Żywicy oraz prof. Jana Kicińskiego.

Otrzymanie wyników badań przedstawionych w książce nie byłoby możliwe bez finansowanego wsparcia w ramach kilku projektów:

- Część prac wykonana została w ramach programu ACTIVERING w temacie: Aktywne łożyska foliowe ze zmiennymi właściwościami dynamicznymi, umowa nr LIDER/51/0200/L9/17/NCBR/2018, pogrom LIDER.
- Praca częściowo sfinansowana została ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer 2015/17/N/ST8/01825 w ramach projektu Preludium.
- Część badań wykonanych została podczas rocznego stażu (od 01.04.2013 do 31.03.2014) w firmie LMS International w Leuven w Belgii w ramach projektu STA-DY-WI-CO. Temat zadania badawczego: Identification of the nonlinear systems structural dynamics based on the rotating machinery test stand.
- Część prac wykonanych została przy wsparciu projektu kluczowego POIG.01.01.02-00-016/08 – „Modelowe kompleksy agroenergetyczne, jako przykład kogeneracji rozproszonej opartej na lokalnych i odnawialnych źródłach energii”.
- Część prac wykonanych została przy wsparciu Programu Strategicznego NCBR „Zaawansowane technologie pozyskiwania energii, zadanie badawcze nr 4 Programu Strategicznego: „Opracowanie zintegrowanych technologii wytwarzania paliw i energii z biomasy, odpadów rolniczych i innych”.
- Obliczenia wykonano na komputerach Centrum Informatycznego Trójmiejskiej Akademickiej Sieci Komputerowej.

Wykaz najważniejszych oznaczeń

A	wartości całek według równania (9.2)
B	wartości całek według równania (9.2)
c	tłumienie
c_{ij}^s	współczynniki tłumienia łożyska nr s , $N/(m/s)$, $i, j = x, y$; $s = 1, 2$
d	średnica wału i czopa łożyska, m
D	średnica dysku, m
Dz	średnica panwi, m
D_{ij}^s	przemieszczenie łożyska nr s w dziedzinie częstotliwości, m , $i, j = x, y$; $s = 1, 2$
F_{Ni}	siła w kierunku N , $N = x, y$
$F_{i,j}^s$	wektor podatności łożyska nr s , m/N ; $s = 1, 2$; $i, j = x, y$
$F1, F2$	funkcje opisujące współczynniki dynamiczne łożysk
$H_{i,j}^s$	wektor sztywności łożyska nr s , N/m ; $i, j = x, y$; $s = 1, 2$
h	grubość szczeliny smarnej, m
H	bezwymiarowa grubość szczeliny smarnej, $= h/\Delta R$
k	sztywność
k_{ij}^s	współczynnik sztywności łożyska nr s , N/m ; $i, j = x, y$; $s = 1, 2$
L	szerokość panwi, m
m	masa
m_{ij}^s	współczynniki masy łożyska $i, j = x, y$; $s = 1, 2$
O_c	środek czopa łożyska
O_p	środek układu współrzędnych związanych z panwią łożyskową
P_0	siła działająca na łożysko
u, v, w	składowe prędkości elementu cieczy w kartezjańskim układzie współrzędnych x, y, z , m/s
U_1, V_1, W_1	składowe prędkości na powierzchni ślizgowej dolnej, m/s
U_2, V_2, W_2	składowe prędkości na powierzchni ślizgowej górnej, m/s
p	ciśnienie hydrodynamiczne w filmie smarnym, Pa
R	promień czopa, m
ΔR	luz promieniowy łożyska, m
S_0	liczba Sommerfelda (bezwymiarowa nośność łożyska), $= P_{st}(\Delta R/R)^2/LD\mu_0\Omega$
t	czas, s
W_x, W_y	składowe dynamiczne reakcji filmu smarnego, N
$\Delta W_x, \Delta W_y$	zmiany składowych dynamicznych reakcji filmu smarnego, N
W_0	składowe statyczne reakcji filmu smarnego w punkcie równowagi, N
$\bar{x}$	wartość średnia
x, y, z	współrzędne kartezjańskie
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	wartość zmiany współrzędnych

X_c, Y_c, Z_c	współrzędne w kartezjańskim układzie współrzędnych związane z położeniem środka czopa $(O_c)_{st}$ w punkcie równowagi statycznej, m
X_p, Y_p, Z_p	współrzędne w kartezjańskim układzie współrzędnych związane z położeniem środka panwi O_p łożyska, m
X_c, Y_c, Z_c	współrzędne bezwymiarowe w kartezjańskim układzie współrzędnych związanym z położeniem środka czopa $(O_c)_{st}$ w punkcie równowagi statycznej ($X_c = x_c/\Delta R$ itd.)
$\widetilde{X}_c, \widetilde{Y}_c$	parametry zakłócające
Z	macierz współczynników dynamicznych łożysk

Symbole greckie

$\beta_{i,k}$	bezwymiarowe współczynniki tłumienia filmu smarnego $i, k = x, y$
$\gamma_{i,k}$	bezwymiarowe współczynniki sztywności filmu smarnego, $i, k = x, y$
μ	lepkość dynamiczna oleju, $N \cdot s/m^2 = Pa \cdot s$
μ_0	lepkość oleju w temperaturze t_0 , $N \cdot s/m^2 = Pa \cdot s$
Π	bezwymiarowe ciśnienie hydrodynamiczne, $= p(\Delta R/R)^2 / \mu_0 \Omega$
Π^*	ciśnienie w punkcie równowagi statycznej
Φ	średnica
Θ	kąt obrotu, $= \omega t$
σ	odchylenie standardowe
τ	bezwymiarowy czas, $= \omega t$
ψ	współrzędna kątowa, $= \frac{x}{R}$, rad; kąty określające położenie krawędzi wylotowych i dolotowych kieszeni smarnych
Ω	prędkość kątowa czopa, rad/s
ω	częstotliwość, rad/s, prędkość obrotowa, obr/min

1. Wprowadzenie

Analiza właściwości dynamicznych maszyn wirnikowych od wielu lat jest tematem licznych prac badawczych prowadzonych w wielu ośrodkach naukowych. Od współczesnych maszyn wirnikowych wymagana jest praca dla parametrów roboczych zapewniających coraz większą efektywność przy zachowaniu lekkiej i zwartej konstrukcji. Wymagana jest też coraz większa sprawność, niezawodność oraz precyzja działania. Maszyny wirnikowe z łożyskami hydrodynamicznymi stosowane są w wielu sektorach gospodarki, m.in. w energetycznym, transportowym, lotniczym i militarnym. Bardzo często stanowią one kluczowy element dużych obiektów technicznych.

W turbinach parowych wykorzystywanych do konwersji energii jednym z kluczowych elementów są hydrodynamiczne łożyska ślizgowe. Maszyny te określane są jako „maszyny krytyczne”, tzn. wymaga się od nich szczególnie dużej niezawodności. Nieplanowane przestoje, wynikające ze złego stanu technicznego łożysk, pociągają za sobą znaczne straty finansowe, dlatego są one monitorowane i poddawane dokładnym analizom.

Punktem wyjścia przy analizowaniu poprzecznych łożysk hydrodynamicznych są równania ruchu. Z matematycznego punktu widzenia mamy do czynienia z nieliniowymi równaniami różniczkowymi zwyczajnymi (równania ruchu całego wirnika) powiązanymi z układem równań różniczkowych cząstkowych opisującym właściwości łożysk ślizgowych i konstrukcji podpierającej. Skojarzenie to odbywa się za pośrednictwem współczynników sztywności i tłumienia łożysk hydrodynamicznych. Współczynniki te określają właściwości dynamiczne łożysk. Dostępne są liniowe i nieliniowe modele numeryczne, jednak granica, od której konieczne jest stosowanie modeli nieliniowych, zdecydowanie bardziej skomplikowanych i czasochłonnych, nie jest jasno sprecyzowana. W pracy opisano eksperymentalne (z wykorzystaniem algorytmu liniowego) i numeryczne (wykorzystujące algorytmy liniowe i nieliniowe) sposoby wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk dla szerokiego zakresu prędkości obrotowych w celu rozwiązania kwestii sformułowanej w tytule monografii.

1.1. Obecny stan wiedzy

Współczynniki sztywności i tłumienia mają decydujący wpływ na analizę drgań maszyn obrotowych [2, 3]. Podczas analizy dynamicznej wirującego wału konieczne jest zbudowanie modelu dyskretnego wału wraz z podparciem, zdefiniowanie warunków brzegowych oraz obliczenie wartości współczynników sztywności i tłumienia. Współczynniki te zmieniają się wraz z prędkością obrotową wału i dla większości pracujących łożysk mają charakter nieliniowy, oznacza to,

że zmieniają się w czasie oraz, że są zależne od siły wymuszającej [3]. Dla potrzeb większości prac stosowana jest zlinearyzowana forma współczynników, co oznacza, że mają one wartości stałe dla danej prędkości obrotowej i nie zmieniają się dla różnych wartości siły wymuszającej. Należy pamiętać, że współczynniki dynamiczne zmieniają się również wraz ze zmianami temperatury cieczy, ciśnienia zasilania łożysk oraz ich obciążenia [4].

Od wielu lat w Instytucie Maszyn Przepływowych w Gdańsku pod kierownictwem prof. dr. hab. inż. Jana Kicińskiego rozwijane są programy z serii MESWIR do numerycznego obliczania współczynników dynamicznych łożysk hydrodynamicznych oraz dynamiki wirników. Elementem kluczowym jest odpowiednie wyznaczenie współczynników sztywności i tłumienia łożysk hydrodynamicznych. W programie NLDW (jednym z programów serii MESWIR) możliwe jest wyznaczenie nieliniowej formy tych współczynników. Jest to podstawa do dalszej analizy dynamicznej całego układu, która może przebiegać na wielu płaszczyznach. Niestety porównanie wyników obliczeń numerycznych z modelem rzeczywistym możliwe jest tylko pośrednio – poprzez porównanie amplitud drgań zmierzonych podczas badań eksperymentalnych z amplitudami drgań obliczonymi na podstawie analiz numerycznych. W niniejszej pracy przedstawiono metodę umożliwiającą wyznaczenie współczynników dynamicznych łożysk na podstawie badań eksperymentalnych. Mogą one zostać bezpośrednio porównane z wynikami badań numerycznych.

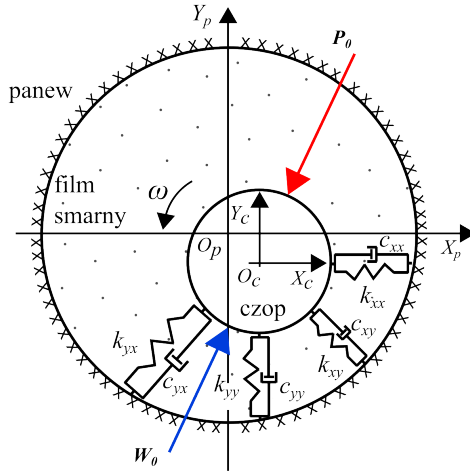
Numeryczne wyznaczanie współczynników sztywności i tłumienia łożysk wykonywane jest najczęściej poprzez rozwiązanie różniczkowego równania Reynoldsa. Dla układów liniowych o znanych parametrach obliczenia takie wykonywane są z bardzo dużą dokładnością [5, 6]. Dla układów wymagających opisu opis za pomocą algorytmów nieliniowych [7] lub o skomplikowanej budowie z nieznanymi niektórymi parametrami, obliczenia stają się bardziej skomplikowane oraz są często obarczone znacznymi błędami [8]. W obliczeniach konieczne jest uwzględnienie zależności pomiędzy różnymi częściami układu takimi jak wirnik, łożyska oraz konstrukcja podpierająca [9, 10].

Podstawy smarowania hydrodynamicznego łożysk i zasady tworzenia się klina smarnego są opisane w wielu książkach z dziedziny teorii i praktyki łożysk ślizgowych [11, 12]. Liniowe i nieliniowe algorytmy obliczeń współczynników sztywności i tłumienia poprzecznych łożysk hydrodynamicznych przedstawiono w przystępny sposób w książce pt. „Teoria i badania hydrodynamicznych poprzecznych łożysk ślizgowych” [2]. Łożysko hydrodynamiczne potraktować można jako układ mechaniczny składający się z elementów o różnej sztywności. O właściwościach łożyska decyduje film smarny, jaki tworzy się pomiędzy czołem i panwią [13]. Właściwości łożyska rozumiemy zatem przez właściwości filmu smarnego.

Schematyczny widok poprzecznego łożyska hydrodynamicznego przedstawiono na rys. 1.1. W centrum panwi znajduje się prostokątny układ współrzędnych X_p, Y_p o środku O_p . W warunkach równowagi statycznej zachodzi zależność

$$W_0 = f(X_p, Y_p), \quad (1.1)$$

gdzie W_0 jest reakcją filmu smarnego na skutek działania siły P_0 , natomiast X_p, Y_p określają położenie środka czopa O_c .



Rys. 1.1. Model filmu smarnego dla małych przemieszczeń czopa

Istotny jest fakt, że funkcja $f(X_p, Y_p)$, określająca związek pomiędzy reakcją filmu i przemieszczeniami czopa X_p, Y_p , jest nieliniowa, przy czym nieliniowość ta silnie rośnie wraz ze wzrostem przemieszczeń. Reakcję W_0 zapisać można jako sumę reakcji w dwóch prostopadłych kierunkach W_x oraz W_y . Współczynniki sztywności filmu smarnego określają równania

$$k_{xx} = \frac{\partial W_x}{\partial x} \approx \frac{\Delta W_x}{\Delta x}, \quad k_{xy} = \frac{\partial W_x}{\partial y} \approx \frac{\Delta W_x}{\Delta y}, \quad (1.2)$$

$$k_{yy} = \frac{\partial W_y}{\partial y} \approx \frac{\Delta W_y}{\Delta y}, \quad k_{yx} = \frac{\partial W_y}{\partial x} \approx \frac{\Delta W_y}{\Delta x}, \quad (1.3)$$

gdzie $\Delta W_x, \Delta W_y$ oznaczają zmiany reakcji filmu na skutek małego przyrostu siły ΔP w punkcie równowagi statycznej, a $\Delta x, \Delta y$ to zmiany przemieszczeń czopa wywołane przyrostem siły ΔP liczone w punkcie równowagi statycznej. Charakterystyczną cechą poprzecznych łożysk ślizgowych jest nierówność „skośnych” stosunków reakcji i przemieszczeń, czyli nierówność współczynników $k_{xy} \neq k_{yx}$. Okazuje się, że jest ona przyczyną niestabilności hydrodynamicznej. Warto zaznaczyć, że własności tej nie posiadają liniowo-sprężyste układy mechaniczne.

Sztywność filmu smarnego, jako analogia układów mechanicznych, zakłada często, że przemieszczenia x_p, y_p dokonują się wolno. Jednak w łożyskach hydrodynamicznych, gdy czop wykonuje małe, ale szybkie oscylacje wokół punktu

równowagi statycznej, mogą powstawać znaczące dodatkowe składowe reakcji W_x oraz W_y wynikające z oporów ruchu w lepkim środku smarnym.

Oprócz właściwości sprężystych konieczne jest również określenie tłumiących właściwości filmu smarnego. W sposób analogiczny do przypadku współczynników sztywności sformułować je można za pomocą równań

$$c_{xx} = \frac{\partial W_x}{\partial \dot{x}_c}, \quad c_{xy} = \frac{\partial W_x}{\partial \dot{y}_c}, \quad (1.4)$$

$$c_{yy} = \frac{\partial W_y}{\partial \dot{x}_c}, \quad c_{yx} = \frac{\partial W_y}{\partial \dot{y}_c}, \quad (1.5)$$

gdzie $\dot{x}_c, \dot{y}_c$ oznaczają różniczkowanie przemieszczenia względem czasu.

W obliczeniach numerycznych stosowana jest jednak zależność wyrażająca brak anizotropii współczynników „skośnych” w przypadku tłumienia, czyli $c_{xy} = c_{yx}$ [2]. Przy założeniu małych przemieszczeń x_c, y_c , sprężyste i tłumiące właściwości filmu smarnego opisać można za pomocą czterech współczynników sztywności oraz czterech współczynników tłumienia. Zatem w analizach numerycznych bierzemy tylko trzy współczynniki tłumienia.

Składowe reakcji filmu smarnego W_x, W_y można przedstawić za pomocą zależności liniowych:

$$W_x = k_{xx}x_c + k_{xy}y_c + c_{xx}\dot{x}_c + c_{xy}\dot{y}_c, \quad (1.6)$$

$$W_y = k_{yx}x_c + k_{yy}y_c + c_{xy}\dot{x}_c + c_{xx}\dot{y}_c. \quad (1.7)$$

Składowe dynamiczne reakcji W_x, W_y zależą od chwilowego położenia środka czopa x_c, y_c . Przy założeniu, że $k_{xx}, k_{xy}, k_{yx}, k_{yy} = k_{i,k}$ oraz $c_{xx}, c_{xy}, c_{yx}, c_{yy} = i_{i,k}$ współczynniki te można opisać równaniami

$$k_{i,k} = F_1(x_p, y_p), \quad c_{i,k} = F_2(x_p, y_p), \quad i, k = x, y, \quad (1.8)$$

przy czym F_1 oraz F_2 są funkcjami nieliniowymi. Związki (1.6)–(1.7) stanowią podstawę dla liniowego opisu właściwości dynamicznych filmu smarnego oraz układów wirnik – łożyska [14]. Można za ich pomocą w łatwy i szybki sposób określić szereg bardzo istotnych charakterystyk łożysk hydrodynamicznych. Niestety, ze względu na nieliniowe charakterystyki łożysk opis liniowy może odzwierciedlać rzeczywiste właściwości łożyska i związanego z nim układu tylko w ograniczonym zakresie. W ramach niniejszej monografii pokazano wyniki obliczeń tych współczynników za pomocą algorytmów liniowych na konkretnym przykładzie stanowiska laboratoryjnego pracującego przy parametrach, które powinny być opisywane za pomocą metod z algorytmami nieliniowymi.

Opis nieliniowy, znacznie bardziej skomplikowany niż liniowy [15–17], pozwala (poprzez wyznaczenie trajektorii czopa) na analizę np. drgań samowzbudnych układu lub określenie wpływu różnego rodzaju sił zewnętrznych i uszko-

dzeń. Daje on zdecydowanie większe możliwości teoretycznej analizy pracy łożyska i związanego z nim układu. Ograniczeniem w jego stosowaniu może być jednak czas obliczeń i możliwości obliczeniowe komputerów. Wraz ze wzrostem mocy obliczeniowej komputerów ograniczenia te stają się jednak coraz mniej znaczące.

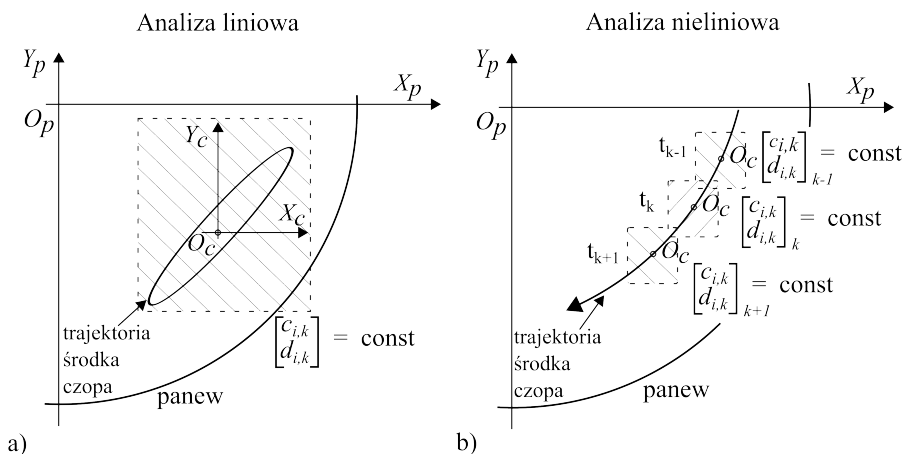
Metody najczęściej stosowane w analizie nieliniowej polegają na wykorzystaniu nieliniowych równań ruchu oraz zasady superpozycji do rozwiązywania równania Reynoldsa, przy czym w każdym punkcie czasowym oddzielnie rozwiązywana jest część równania odnosząca się do tzw. skojarzonego wpływu prędkości obrotowej czopa (część „kinetostatyczna”) oraz część odnosząca się do tzw. efektu wyciskania (część „dynamiczna”). Na powyższej zasadzie opiera się zdecydowana większość numerycznych metod określania trajektorii czopa przy dużych przemieszczeniach, np. metody Bookera, Bloka czy innych autorów [18, 19]. Metody te mają jednak jedną wspólną wadę, a mianowicie przy składaniu rozwiązań inne warunki brzegowe stosowane są w części „kinetostatycznej”, a inne w części „dynamicznej” [2].

Jednakże istnieje możliwość opisu nieliniowego pozbawionego powyższej wady [2]. Taki opis opiera się na zdefiniowanych uprzednio czterech współczynnikach sztywności i czterech współczynnikach tłumienia, i wykorzystywany jest w środowisku MESWIR. Jeżeli cały przedział zmienności trajektorii czopa podzielony zostanie na wystarczająco dużą liczbę podprzedziałów następujących po sobie w małych odstępach czasu Δt , to można założyć, że istnieją obszary z koła luzów, odpowiadające tym podprzedziałom, w których współczynniki sztywności i tłumienia są w przybliżeniu stałe. Każdy taki obszar będzie miał stałe współczynniki, które należy wyznaczyć. Cechą charakterystyczną tej metody wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia jest fakt, że dla każdego takiego obszaru rozwiązywane jest pełne równanie Reynoldsa tylko z jednym warunkami brzegowymi (a więc bez stosowania superpozycji rozwiązań). Składowe dynamiczne W_x , W_y zależą tu nie tylko od chwilowego położenia środka czopa (x_c , y_c), ale również od prędkości zmian tego położenia $\dot{x}_c$, $\dot{y}_c$, zgodnie z równaniami [20]:

$$k_{i,k} = F_1(x_p, y_p, \dot{x}_p, \dot{y}_p), \quad c_{i,k} = F_2(x_p, y_p, \dot{x}_p, \dot{y}_p). \quad (1.9)$$

Funkcje F_1 oraz F_2 są nieliniowe, tak jak w przypadku małych drgań wokół punktu równowagi statycznej. Bazując na takim zapisie w każdym punkcie czasowym trajektorii t_{k-1} , t_k , t_{k+1} itd., oraz opierając się na wyznaczonych współczynnikach sztywności i tłumienia, możliwe staje się określenie przyrostów przemieszczeń Δx i Δy w postępowaniu krokowym. Dokładność obliczeń będzie rosła wraz ze zmniejszaniem się kroku czasowego, a więc wraz ze zmniejszaniem się obszarów, w których można przyjąć stałość współczynników sztywności i tłumienia. Zależność ta będzie prawdziwa do pewnego momentu, jednak przy zbyt małych krokach czasowych ograniczona zostanie dokładność obliczeń. Na rys. 1.2 w sposób poglądowy przedstawiono różnicę pomiędzy liniową i nieliniową analizą opartą

na współczynnikach sztywności i tłumienia. Zakreskowane pola pokazują obszary, w których współczynniki te są w przybliżeniu stałe.



Rys. 1.2. Metody analizy dla a) małych oraz b) dużych przemieszczeń czopa

Numeryczna analiza drgań z uwzględnieniem dużych przemieszczeń czopa, przeprowadzona omówionymi powyżej metodami (niezależnie od tego, czy wykorzystuje ona zasadę superpozycji, czy nie), którą określamy jako nieliniową, w istocie jest analizą liniową stanów „pseudostatycznych” [2]. W tym kontekście dynamika łożyska jest sumą odrębnych stanów „pseudostatycznych”, w których czas traktowany jest jako parametr. W praktyce na stan łożyska w dowolnej chwili t_k mają wpływ zjawiska zachodzące w chwilach poprzedzających rozpatrywany moment, a więc t_{k-1} , t_{k-2} itd. Oznacza to konieczność „zapamiętania” całej historii stanów poprzednich i ciągły opis matematyczny, w którym czas nie jest już parametrem, lecz jest trzecią (obok współrzędnych geometrycznych) zmienną niezależną.

W przypadku opisu z uwzględnieniem „prehistorii” zastosowane zależności czasowe zapewniają, że równanie Reynoldsa nie będzie całkowane w „pustej” szczelinie smarnej. W środowisku MESWIR, w którym wykonano analizy numeryczne, wykorzystywany jest opis ciągły z „prehistorią”.

1.2. Numeryczne wyznaczanie współczynników dynamicznych łożysk – przegląd literatury

Próby teoretycznego opisu pracy maszyn wirnikowych były podejmowane odłąd zaczęto wykorzystywać obiekty z elementami wirującymi [21–23]. Intensywny rozwój tych maszyn, a z nim dokładniejszy ich opis, miał miejsce na przełomie XVIII i XIX wieku. Znaczny postęp w zakresie teoretycznego opisu maszyn wir-

nikowych rozpoczął się wraz z pionierskimi pracami nad turbinami wykorzystywanymi do konwersji energii [24–30]. Podstawą modelu teoretycznego hydrodynamicznych łożysk ślizgowych jest fundamentalne równanie hydrodynamicznej teorii smarowania, czyli równania Reynoldsa [31]. Do dzisiaj napotykamy pewne problemy w opisie, z których najważniejsze to [32]: analiza trójwymiarowego przepływu w szczelinie smarnej łożyska, uwzględnienie zmian lepkości oraz określenie granic całkowania krzywej rozkładu ciśnienia (co jest związane z pojawieniem się zjawiska kawitacji). Nie bez znaczenia jest również wpływ konstrukcji podpierającej [33].

Pierwszym badaczem, który zasugerował w 1894 roku zastosowanie teorii Reynoldsa do obliczeń dynamiki łożysk ślizgowych był S. Dunkerley [34]. W roku 1904 A. Sommerfeld rozwiązał przypadek dwuwymiarowego przepływu w łożyskach ślizgowych przy założeniu, że ciecz jest w stanie przenieść nieograniczenie duże ciśnienie [35]. Takie uproszczenie sprawiało, że otrzymany wynik obliczeń nie był poprawny, jednak wprowadzono wówczas bezwymiarowy parametr określający podobieństwo hydrodynamiczne łożysk, tzw. liczbę Sommerfelda. D. G. Christopherson jako pierwszy rozwiązał równanie Reynoldsa metodą relaksacyjną [36]. W swojej pracy stwierdził, że przy założeniu stałej lepkości oleju można poprawnie określić wartość obciążenia łożyska, ilość przepływającego przez łożysko oleju oraz zmiany temperatury. Przyjęte założenie uniemożliwiało dokładne wyznaczenie oporów tarcia oraz kierunku działania obciążenia. Metoda ta (z zastosowaniem różnic skończonych) została zaimplementowana przez C. Cryera w 1971 roku [37].

H. W. Swift [38] oraz W. Stieber [39] zaproponowali sposób modelowania kawitacji poprzez zastosowanie warunków brzegowych nazywanych obecnie warunkami brzegowymi Reynoldsa. Badaniem niestabilności hydrodynamicznej zajmowali się m.in. A. C. Hagg i P. C. Warner, którzy udowodnili, że przyczyną tego zjawiska są wiry olejowe [40]. Nawet najbardziej rozbudowane modele łożysk umożliwiały analizę układu wirnik – łożyska tylko w zakresie małych drgań. Jest to rezultatem linearyzacji układów, które w rzeczywistości często wykazują właściwości silnie nieliniowe. W typowym podejściu zakładano stałe wartości współczynników sztywności i tłumienia filmu smarnego wyznaczane tylko dla punktu równowagi kinetostatycznej.

Dokładniejsze badanie własności łożysk hydrodynamicznych możliwe było dzięki zastosowaniu zaawansowanych metod numerycznych, najczęściej stosowane to metoda objętości skończonych oraz metoda różnic skończonych [41–44]. Do analizy przemieszczenia czopa łożyska najczęściej wykorzystywana jest metoda elementów skończonych (MES) [45].

Omawiając rozwój współczesnych modeli obliczeniowych, należy wspomnieć o znacznym dorobku Zakładu Dynamiki i Diagnostyki Turbin (poprzednia jego nazwa to Zakład Dynamiki Wirników i Łożysk Ślizgowych) będącego częścią struktury organizacyjnej IMP PAN w Gdańsku, od wielu lat, w zakładzie pod kierownictwem prof. dr. hab. inż. Jana Kicińskiego rozwijane są nowe modele

obliczeniowe łożysk ślizgowych oraz prowadzone są badania eksperymentalne [2, 46, 47]. Warto w tym miejscu podkreślić osiągnięcia pracowników zakładu takie jak sformułowanie nieliniowego elastodiatermicznego modelu łożyska ślizgowego [48] oraz udział w opracowaniu systemu diagnostycznego DT-200. System ten zainstalowano na jednym z bloków elektrowni w Koźienicach. Powstał również pakiet programów o nazwie MESWIR. Pozwala on na rozbudowaną analizę łożysk oraz złożonych linii wirników, także po przekroczeniu granicy stabilności. W skład pakietu wchodzi m.in. programy: NLDW, KINWIR, LDW, TRADYN, DIADEF, ADIAB, ISOSLEW i DYNWIR. Trzy pierwsze programy wykorzystano do analizy numerycznej pracy łożysk przedstawionej w niniejszej monografii. Opis systemu MESWIR znaleźć można w [3].

W ostatnich latach często podejmowane są próby obliczania współczynników sztywności i tłumienia przy różnych konfiguracjach łożysk różnej geometrii [50], dla różnych środków smarnych [49]. Opracowywane są nowe typy łożysk oraz ich ulepszany opis numeryczny. Wpływ warunków brzegowych kawitacji na dynamiczne układy z łożyskami hydrodynamicznymi opisano w [51]. Charakterystyki opisujące działanie łożyska z pływającym pierścieniem przedstawiono w [52].

1.3. Eksperymentalne wyznaczanie współczynników dynamicznych łożysk – przegląd literatury

W związku z trudnościami numerycznego obliczania współczynników sztywności i tłumienia łożysk opracowano wiele eksperymentalnych metod wyznaczenia tych współczynników [53, 54]. Obliczanie współczynników sztywności i tłumienia może być wykonywane w dziedzinie czasu lub częstotliwości. Zhang [55, 56] oraz Chan i White [57] wyznaczali współczynniki sztywności i tłumienia dwóch symetrycznych łożysk poprzez dopasowanie krzywych w odpowiedzi częstotliwościowej. Podejście takie zakłada wirnik z dwoma identycznymi łożyskami i umożliwia obliczenia ośmiu współczynników dynamicznych (cztery współczynniki sztywności oraz cztery współczynniki tłumienia). Ponieważ wiele układów wirnik – łożyska nie jest symetrycznych, a ich trajektorie drgań mają bardziej skomplikowane kształty niż te dla układów symetrycznych, założenie symetryczności układu w wielu przypadkach nie może być stosowane. Metoda dopasowania krzywych pochłania również sporo mocy obliczeniowych.

W pracy Qiu i Tieu [58] przedstawiono metodę rozszerzającą obliczenia ośmiu współczynników jednego łożyska, pozwalającą na obliczenie w sumie szesnastu współczynników sztywności i tłumienia, dla dwóch różnych łożysk hydrodynamicznych (czterech współczynników sztywności i czterech współczynników tłumienia dla każdego łożyska). W ramach tej pracy opracowano metodę wyznaczania zlinearyzowanej formy współczynników (każdy współczynnik sztywności i tłumienia opisany za pomocą jednej wartości). Autorzy uważają, że to jest

najbardziej efektywna metoda wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia. Eksperymentalne wyznaczenie współczynników sztywności i tłumienia łożysk wymaga wymuszenia drgań wirnika. Można to zrobić na kilka sposobów. Trzy najczęściej stosowane to: wymuszenie impulsowe wirującego wirnika za pomocą młotka modalnego, zastosowanie dodatkowego niewyważenia wirnika oraz użycie wzbudników drgań. Qiu i Tieu stwierdzają jednak, że wymuszenie impulsowe jest najbardziej ekonomiczne i wygodne. Współczynniki dynamiczne łożysk obliczane są wówczas na podstawie sygnału odpowiedzi układu zmierzonego po wymuszeniu wirnika w jego środkowej części za pomocą młotka modalnego. Następnie sygnały w dziedzinie częstotliwości wykorzystywane są do dalszych obliczeń. Autorzy sugerują, żeby w obliczeniach uwzględniać szerszy zakres identyfikacji w celu zapewnienia większej powtarzalności wyników.

Tiwari i Chakravarthy [59] zastosowali rozbudowaną procedurę wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia łożysk oraz niewyważenia resztkowego wirnika. W pracy przedstawiono metodę numerycznego i eksperymentalnego sposobu ich wyznaczania. Opisano dwie metody: metodę impulsową oraz metodę związaną z użyciem trzech wartości niewyważenia. Metody te są skuteczne w przypadku, gdy składowa szumu jest dość wysoka, co potwierdza zgodność wyników badań eksperymentalnych i numerycznych.

Meruane i Pascual [60] opisali sposób wyznaczenia nieliniowych współczynników sztywności i tłumienia łożysk hydrodynamicznych. Obliczenia współczynników filmu olejowego z wykorzystaniem nieliniowej metody wykonano dla dużych przemieszczeń w łożysku (20–60% szczeliny łożyskowej). Efekt nieliniowy zdefiniowano poprzez rozszerzenie równań Taylora trzeciego rzędu. Model nieliniowy stworzony był na podstawie stanowiska laboratoryjnego. Stwierdzono, że nieliniowe właściwości ujawniają się wraz z powstawaniem wirów olejowych, które nie są uwzględniane w klasycznych modelach liniowych.

Ciągle trwają prace nad modyfikacją metod eksperymentalnych w celu otrzymania coraz większej dokładności. Miller i Howard [61] opisali metodę identyfikacji współczynników sztywności i tłumienia poprzez użycie rozszerzonego filtra Kalmana. Filtr ten opracowano w celu oszacowania zlinearyzowanej formy współczynników sztywności i tłumienia łożysk w systemach wirnik – łożyska z uwzględnieniem szumu oraz niewyważenia. W układzie zastosowano wymuszenie impulsowe. W metodzie tej właściwości łożysk modelowane są jako wartości losowe przy użyciu modelu Gaussa-Markova. Część związana z szumem wprowadzona jest do systemu jako błąd oszacowania, wliczając w to błędy i niepewność modelowania oraz niepewność pomiarów. System zawiera dwa stworzone przez użytkownika parametry, za pomocą których dostroić można działanie filtra. Odnoszą się one do kowariancji systemu i zmiennych szumu. Filtr przetestowano za pomocą numerycznie stworzonych danych systemu z dwoma identycznymi łożyskami, co redukuje liczbę nieznanymi współczynników do ośmiu.

Metodę tę zastosowano do wyznaczenia głównych współczynników dynamicznych łożysk, podczas gdy wyznaczenie skośnych współczynników odbywało się z mniejszą dokładnością.

Szczególne trudności w wyznaczaniu współczynników dynamicznych łożysk sprawiać mogą łożyska o skomplikowanej budowie np. łożyska foliowe [62]. Wyniki eksperymentalnej identyfikacji współczynników dynamicznych dużego łożyska foliowego napisano w pracy [63]. Przedstawiono tam dynamiczne charakterystyki hybrydowego łożyska foliowego (hydrodynamiczne + hydrostatyczne) o średnicy 101,6 mm i długości 82,6 mm. Współczynniki sztywności wyznaczono za pomocą dwóch metod: w dziedzinie czasu metodą quasi-statyczną poprzez wyznaczenie krzywych ugięcia oraz metodą impulsową w dziedzinie częstotliwości. Wartości współczynników tłumienia wyznaczono korzystając tylko z metody impulsowej. Wartości współczynników sztywności wyznaczone za pomocą dwóch powyższych metod były zbliżone, a różnice wynosiły 4–7 MN/m w zależności od prędkości, obciążenia i ciśnienia zasilania. Obliczenia w dziedzinie częstotliwości charakteryzowały się większymi rozbieżnościami w otrzymywanych wynikach. W ramach tych badań stworzono również model numeryczny korzystający z liniowej metody perturbacyjnej. Na podstawie porównania ugięcia wału stwierdzono zbieżność z wynikami badań eksperymentalnych.

W pracy [64] przedstawiono obliczenia hybrydowego łożyska gazowego [65] o skomplikowanej konstrukcji, charakteryzującego się sztywną geometrią oraz złożoną budową folii. Łożysko działa na dwóch filmach smarnych: hydrostatycznym i hydrodynamicznym. Zabieg taki zapewnia wygenerowanie odpowiedniej zdolności nośnej oraz sztywności całego systemu. W artykule przedstawiono eksperymentalną weryfikację współczynników sztywności i tłumienia dla łożyska o średnicy 110 mm. Wyniki uzyskano na specjalnie zaprojektowanym stanowisku laboratoryjnym. Parametrami zmiennymi podczas eksperymentu były: hydrostatyczne ciśnienie zasilania, częstotliwość siły wymuszającej oraz prędkość obrotowa wirnika. Badania eksperymentalne miały na celu ocenę zastosowania tego łożyska w wielkoskalowych maszynach energetycznych. Testy dynamiczne wykazały słabą wrażliwość głównych współczynników sztywności na większość sprawdzanych parametrów. Wyjątek stanowiły częstotliwość i prędkość: im większa prędkość i częstotliwość siły wymuszającej, tym mniejsza była wartość obliczonych współczynników sztywności.

W pracy [66] przedstawiono wyniki obliczeń aerostatycznych łożysk poprzecznych na przykładzie stanowiska laboratoryjnego Bentley Nevada. Przebadano różne typy łożysk oraz ich statyczne i dynamiczne charakterystyki. Zastosowano różne metody identyfikacji współczynników dynamicznych łożysk. Obliczano tylko główne współczynniki sztywności i tłumienia. Wpływ skośnych parametrów sztywności i tłumienia zweryfikowano na podstawie symulacji numerycznych. W obliczeniach macierz mas zdefiniowano jako macierz znanych parametrów, a wyznaczane były macierze sztywności i tłumienia. Autorzy zalecają, aby podczas przeprowadzania badań eksperymentalnych wyznaczać w pierwszej

kolejności główne wartości współczynników sztywności i tłumienia, a następnie skośne, które są bardziej podatne na błędy. Zdaniem autorów zwiększanie ciśnienia zasilającego łożyska oraz częstotliwości siły wymuszającej negatywnie wpływa na poprawność uzyskiwanych wartości współczynników dynamicznych łożysk.

Kolejny przykład wyznaczania parametrów łożysk aerostatycznych przedstawiono w pracy [67]. W ramach pracy stworzono model służący do obliczania parametrów sztywności i tłumienia zarówno łożysk poprzecznych, jak wzdłużnych.

Nowy sposób identyfikacji sztywności i tłumienia łożysk, polegający na wykorzystaniu diagramów płaszczyzny fazowej, przedstawiono w pracy [68]. Autorzy podkreślają, że wiarygodne wyznaczenie współczynników dynamicznych łożysk jest dużym wyzwaniem, zwłaszcza w systemach nieliniowych. Twierdzą także, że nie ma jednego uniwersalnego modelu matematycznego, a identyfikacja parametrów systemu zależy od zmierzonych danych oraz modelu referencyjnego. Opisany model diagramów płaszczyzny fazowej dobrze sprawdza się, gdy współczynniki silnie zależą od częstotliwości.

Obliczenia parametrów sztywności i tłumienia łożyska nie są wykonywane tylko dla łożysk poprzecznych, ale również wzdłużnych. Eksperymentalne wyznaczenie parametrów sztywności i tłumienia osiowego łożyska foliowego przedstawiono w pracy [69]. W artykule tym zamieszczono schemat procedury identyfikacji tych współczynników, opis stanowiska laboratoryjnego oraz wykres wartości współczynników sztywności w funkcji prędkości obrotowej. Z kolei algorytm Monte Carlo użyto do wyznaczenia dynamicznych parametrów wirnika podpartego na magneto reologicznej warstwie filmu smarnego [70].

W niniejszej monografii wykorzystana została metoda wyznaczania współczynników łożysk oparta na wymuszeniu impulsowym. Jej pierwszą podstawową wersję zaproponowali Nordmann i Schoelhorn [71]. Algorytm obliczeń rozbudowany został przez Qiu i Tieu o możliwość obliczania szesnastu współczynników sztywności i tłumienia [58]. W niniejszej monografii opisano modyfikację algorytmu opracowanego przez Qiu i Tieu do obliczania współczynników tłumienia i sztywności łożysk (za pomocą metody impulsowej i aproksymacji metodą najmniejszych kwadratów). Algorytm poszerzono o możliwość obliczania ośmiu współczynników masy. Wyznaczanie współczynników tłumienia, sztywności oraz masy za pomocą jednego algorytmu umożliwia weryfikację wyników na wstępnym etapie badań. Ponieważ masa wału najczęściej jest wielkością znaną, dlatego też na podstawie współczynników masy można zweryfikować poprawność wyznaczonych współczynników dynamicznych łożysk. Podejście takie umożliwia wyznaczenie na drodze badań eksperymentalnych wszystkich parametrów dynamicznych systemu wirnik – łożyska.

Istnieją nowe typy łożysk, których parametry są niezwykle trudne do określenia na drodze obliczeń numerycznych np. łożyska magnetyczne [157], segmentowe, hybrydowe lub łożyska foliowe.

1.4. Cel i zakres pracy

Analiza literatury zagadnienia oraz badania prowadzone wcześniej w IMP PAN potwierdzają, że współczynniki dynamiczne łożysk mają kluczowy wpływ na właściwości dynamiczne maszyn wirnikowych. Ponieważ eksperymentalne metody wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia łożysk określane są zazwyczaj w literaturze jako obarczone dużymi błędami obliczeń, a zakres stosowalności nieliniowych metod numerycznych [72, 73] nie jest jasno sprecyzowany, dlatego sformułowano poniższe cele pracy. Były one jednocześnie zbieżne z celem rozprawy doktorskiej [1].

Podstawowym celem pracy jest opracowanie i opisanie metody eksperymentalnego wyznaczania współczynników dynamicznych hydrodynamicznych łożysk ślizgowych oraz jej weryfikacja. Dodatkowym celem pracy jest wyznaczenie współczynników dynamicznych łożysk na podstawie badań eksperymentalnych oraz numerycznych (liniowych i nieliniowych) w szerokim zakresie prędkości obrotowych wirnika z uwzględnieniem prędkości rezonansowych i nadrezonansowych. Zrealizowanie dwóch powyższych celów umożliwi zebranie danych koniecznych do określenia przedziałów adekwatności liniowych i nieliniowych metod określania współczynników dynamicznych łożysk hydrodynamicznych na przykładzie analizowanej maszyny wirnikowej.

Autor niniejszej pracy uczestniczył w rocznym stażu naukowym (od kwietnia 2013 roku), który odbył w firmie LMS International w Belgii. Staż organizowany był w ramach projektu STA-DY-WI-CO [74], który jest częścią programu Marie Curie IAPP (Industry Academia Partnerships and Pathways) [75]. Firma LMS International [76] jest liderem w produkcji oprzyrządowania i oprogramowania do pomiarów dźwięku i drgań. Firma ta współpracuje z firmą Samtech [77], producentem oprogramowania Samcef Rotors do analizowania dynamiki wirników. Zagadnienia opisane w ramach niniejszej monografii były wspólnym tematem prac dwóch wcześniej wymienionych firm. Metoda eksperymentalnego wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk rozpatrywana była jako moduł rozszerzający możliwości obliczeniowe programu TestLab firmy LMS International.

Aby podstawowe cele pracy mogły być osiągnięte, konieczne było zrealizowanie szeregu zadań pośrednich. Najważniejsze z nich to:

- Opracowanie algorytmu obliczeń, na podstawie którego możliwe jest eksperymentalne wyznaczenie współczynników sztywności, tłumienia oraz masy dwóch poprzecznych łożysk hydrodynamicznych.

- Przeprowadzenie weryfikacji opracowanego algorytmu.
- Ocena wrażliwości metody eksperymentalnego wyznaczania współczynników sztywności, tłumienia oraz masy.
- Przeprowadzenie badań eksperymentalnych mających na celu określenie podstawowych charakterystyk dynamicznych badanego stanowiska laboratoryjnego.
- Przeprowadzenie badań eksperymentalnych, na podstawie których wyznaczone zostały współczynniki dynamiczne dwóch poprzecznych łożysk hydrodynamicznych.
- Weryfikacja wyznaczonych eksperymentalnie współczynników sztywności i tłumienia na podstawie modelu numerycznego w programie Abaqus.
- Opracowanie modeli numerycznych wirnika i łożysk ślizgowych przy użyciu programów komputerowych serii MESWIR. Programy te umożliwiają obliczenia współczynników dynamicznych łożysk hydrodynamicznych z wykorzystaniem algorytmów liniowych i nieliniowych.
- Numeryczne obliczenia współczynników dynamicznych łożysk za pomocą liniowych i nieliniowych modeli numerycznych.
- Weryfikacja wartości współczynników dynamicznych łożysk otrzymanych za pomocą metod numerycznych, poprzez porównanie zmian amplitud drgań czopa oraz trajektorii drgań czopa (obliczonych na podstawie analiz numerycznych) z wynikami badań eksperymentalnych.
- Porównanie współczynników dynamicznych łożysk obliczonych trzema różnymi metodami (na podstawie algorytmu liniowego i badań eksperymentalnych oraz liniowych i nieliniowych modeli numerycznych) oraz określenie przedziałów adekwatności ich stosowania.

Przebieg realizacji tych celów opisano w jedenastu rozdziałach tej pracy. Rozdział pierwszy stanowi wprowadzenie do tematyki dynamiki maszyn wirnikowych. Przedstawiono w nim podjętą problematykę na tle badań prowadzonych na świecie. Omówiono również fundamentalne zagadnienia dotyczące właściwości dynamicznych układów typu wirnik – łożyska – konstrukcja podpierająca oraz przedstawiono przegląd literatury dotyczącej numerycznych i eksperymentalnych metod określania właściwości dynamicznych maszyn obrotowych. W tym rozdziale sformułowano także podstawowy problem badawczy. Rozdział drugi przedstawia praktyczne zastosowania współczynników dynamicznych łożysk. Na

prostym przykładzie pokazano, jak współczynniki sztywności i współczynniki tłumienia wpływają na układy dynamiczne. Inne przykłady pokazują, jak działają siły statyczne i dynamiczne. Przedstawiono podstawowe równania ruchu drgającego. Pokazany został układ dynamiczny z jednym i dwoma stopniami swobody. Na przykładzie pokazano znaczenie współczynników skośnych. W rozdziale trzecim omówiono narzędzia badawcze. Do pomiaru drgań konstrukcji wykorzystano akcelerometrię, do pomiaru przemieszczeń wirnika użyto czujniki wiropądowe, a do pomiaru prędkości obrotowej tachometr laserowy. Dane pomiarowe archiwizowano przy pomocy systemu pomiarowego Scadas Mobile, a następnie przetwarzano je za pomocą programu LMS Test.Lab. Analizę dynamiki wirnika przeprowadzono za pomocą programu Samcef Rotors oraz programów serii MESWIR. Algorytm obliczeń współczynników dynamicznych łożysk na podstawie badań eksperymentalnych stworzono w programie MATLAB. W tym samym programie wykonywano operacje na sygnale z badań numerycznych i eksperymentalnych. Weryfikację wyników badań eksperymentalnych przeprowadzono za pomocą programu Abaqus. Rozdział czwarty zawiera opis stanowiska laboratoryjnego oraz charakterystyki sporządzone na podstawie badań eksperymentalnych. Rejestrowane drgania wirnika podczas rozbiegu, przyspieszenia drgań podpór łożyskowych i analiza modalna umożliwiły sporządzenie pełnego obrazu dynamiki maszyn wirnikowych. Drgania oraz trajektorie drgań czopa wykorzystano do weryfikacji przeprowadzonych analiz numerycznych. W kolejnym piątym rozdziale przedstawiono metodę eksperymentalnego wyznaczania właściwości dynamicznych maszyn wirnikowych. W ramach jednej procedury oprócz współczynników sztywności i tłumienia wyznaczano również współczynniki masy. Biorąc pod uwagę, że współczynniki masy mogą być interpretowane jako masa wału biorąca udział w drganiach, a porównanie znanej masy wału z obliczonymi współczynnikami masy ocenia poprawność wyznaczonych współczynników [78, 79]. W rozdziale szóstym przedstawiono jeden z najbardziej czasochłonných etapów procesu związanego z eksperymentalnym wyznaczaniem współczynników sztywności, tłumienia oraz masy, czyli procedurę odpowiedniego przygotowania sygnału, znalezienie sygnału referencyjnego, przedstawiającego stabilną pracę, oraz odejmowanie tych sygnałów. Na podstawie tak przygotowanego sygnału obliczane były współczynniki dynamiczne łożysk. Z kolei w rozdziale siódmym przedstawiono analizę wrażliwości metody eksperymentalnego wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk. Korzystając z modelu numerycznego, przedstawiono wpływ sześciu parametrów na wyniki obliczeń. Analiza wpływu tych parametrów przeprowadzona tylko na podstawie badań eksperymentalnych byłaby niemożliwa lub obciążona dużym błędem. W rozdziale ósmym omówiono badania eksperymentalne, na podstawie których wyznaczono współczynniki sztywności, tłumienia oraz masy. Opisano zmierzone sygnały drgań czopów, sygnały siły wymuszającej oraz wyniki obliczeń. Dziewiąty rozdział prezentuje sposób obliczeń liniowych i nieliniowych obliczeń oraz modele numeryczne. Na podstawie

których wyznaczono współczynniki dynamiczne łożysk hydrodynamicznych. Ponadto przedstawiono wyniki obliczeń numerycznych oraz ich weryfikację. W przedostatnim dziesiątym rozdziale zestawiono wartości wyznaczonych współczynników sztywności i tłumienia otrzymane za pomocą trzech różnych metod obliczeniowych. Pokazano różnice pomiędzy wynikami liniowych obliczeń eksperymentalnych a wynikami liniowych i nieliniowych obliczeń numerycznych, a także przyczyn otrzymanych rozbieżności. Rozdział jedenasty, będący zarazem ostatnim rozdziałem pracy, zawiera podsumowanie otrzymanych wyników oraz wnioski płynące z przeprowadzonych badań.

2. Praktyczne znaczenie współczynników dynamicznych łożysk

Niezależnie od rodzaju łożysk, czy są to łożyska toczne, gazowe, magnetyczne czy hydrodynamiczne, przyjmujemy, że współczynniki dynamiczne łożysk determinują dynamikę wirnika (obok innych czynników takich jak konstrukcja wirnika, jego materiał, właściwości konstrukcji podpierającej itd.). Ich wartości wynikają bezpośrednio z właściwości łożysk. Ze względu na charakter pracy różnego rodzaju łożysk, cechują się one współczynnikami sztywności i tłumienia mieszczącymi się w różnych zakresach. Warunki panujące w hydrodynamicznym łożysku zasilanym olejem oraz w łożysku tocznym są na tyle różne, że będą skutkowały innymi wartościami współczynników dynamicznych. Zazwyczaj większe tłumienie będziemy obserwowali w łożyskach hydrodynamicznych, natomiast większą sztywność w łożyskach tocznych. W tym miejscu należy podkreślić również, że współczynniki dynamiczne łożysk traktować należy jako pewnego rodzaju „twór abstrakcyjny”, którego bezpośredni pomiar często jest niemożliwy albo bardzo trudny. Związany on jest też często z dużymi błędami. Przy poprawnie określonych wartościach współczynników sztywności i tłumienia łożysk tworzone modele numeryczne bardzo dokładnie odzwierciedlają wyniki badań eksperymentalnych. Modele takie umożliwiają zaprojektowanie poprawnie działającego układu wirnik – łożyska – konstrukcja podpierająca.

W większości komercyjnych zastosowań wykorzystywana jest liniowa forma współczynników sztywności i tłumienia, to znaczy, że nie są one zmienne w czasie i nie są opisane za pomocą funkcji zależnej od siły wymuszającej. Mogą mieć stałe wartości dla określonych prędkości obrotowych, ale podczas pracy wirnika ze stałymi prędkościami się nie zmieniają.

Wirnik, który posłużył do analizy wpływu współczynników dynamicznych łożysk, pokazano na rys. 2.1. Jest to symetryczny wirnik z dyskiem na środku o średnicy d i długości L . Do jego opisu najczęściej wykorzystujemy równanie różniczkowe drugiego rzędu

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{C} + \Omega\mathbf{G})\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t), \quad (2.1)$$

gdzie:

$\mathbf{M}$ – macierz mas,

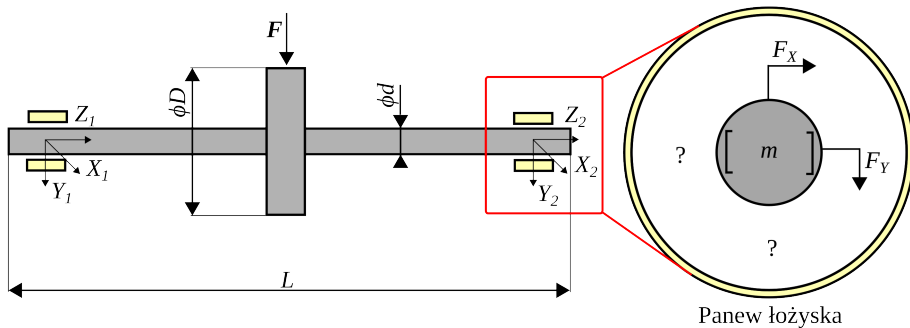
$\mathbf{C}$ – macierz tłumienia,

$\Omega\mathbf{G}$ – macierz momentów żyroskopowych zależnych od prędkości,

$\mathbf{K}$ – macierz sztywności,

$\mathbf{F}(t)$ – macierz sił wymuszających.

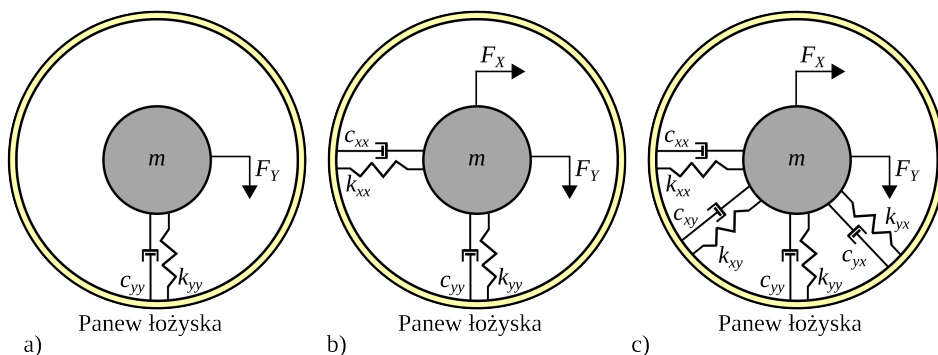
Najczęściej obecnie stosowana metoda obliczeń to metoda elementów skończonych. Wykorzystując ją można zbudować macierze sztywności ($\mathbf{K}$), mas ($\mathbf{M}$) i tłumienia ($\mathbf{C}$) odzwierciedlające geometrię i właściwości układu oraz macierz sił wymuszających ($\mathbf{F}$) zawierającą działające na układ wymuszenia. W zależności od rodzaju elementów skończonych (elementy belkowe, trójwymiarowe itd.) budowany jest model numeryczny, którego poszczególne elementy macierzy układane są w odpowiedni sposób.



Rys. 2.1. Łożysko jako część układu wirującego. Znakami zapytania zaznaczono obszar kontaktu, w którym określane są współczynniki dynamiczne łożysk

Podstawowym pytaniem w analizie łożyska jest to, w jaki sposób rozpatrywać zależność pomiędzy wałem a panwią. Przestrzeń kontaktu została zilustrowana znakami zapytania na rys. 2.1. Rozpatrując równanie różniczkowe (2.1) dla jednego punktu – łożyska poprzecznego, współczynniki sztywności i tłumienia można zdefiniować za pomocą równań sformułowanych na początku pracy (1.2)–(1.5).

Do celów analizy wpływu współczynników sztywności i tłumienia na dynamikę wirnika posłużono się uproszczonym modelem. Nie zapewnia on dogłębnej analizy, ponieważ łożysko jest skomplikowanym obiektem, przedstawiony model umożliwia jednak bardzo dobry pogląd na zjawiska w dużej mierze determinujące pracę łożysk i wirnika. Ruch czopa łożyskowego traktujemy jako ruch punktu o masie skupionej, która jest równa masie połowy wirnika. Założenie takie jest bardzo dobrym przybliżeniem pracy łożyska, jeżeli przyjmiemy, że symetryczny wirnik jest podparty na dwóch łożyskach poprzecznych, a podczas jego pracy nie obserwujemy wpływu sprzęgła i innych zakłóceń. Na potrzeby tej analizy założono, że efekt żyroskopowy występujący w układzie jest pomijalnie mały ($G = 0$) oraz że nie występuje grawitacja. Przy takich założeniach równanie (2.1) można potraktować jako równanie ruchu łożyska, w którym elementy macierzy $\mathbf{K}$ i $\mathbf{C}$ będą odpowiednio zapisanymi współczynnikami sztywności i tłumienia łożysk k oraz c . Macierz $\mathbf{M}$ reprezentuje masę m części wału podpieranej przez łożysko poprzeczne.



Rys. 2.2. Różne modele łożyska: a) masa drgająca o jednym stopniu swobody, b) masa drgająca w dwóch kierunkach (dwa stopnie swobody), c) masa drgająca w dwóch kierunkach z uwzględnieniem skośnych współczynników sztywności i tłumienia

Równania różniczkowe ruchu masy dla układów z rys. 2.2 są przedstawione poniżej. Równanie

$$m_{yy}\ddot{x}(t) + c_{yy}\dot{x}(t) + k_{yy}x(t) = F_y(t) \quad (2.2)$$

opisuje masę drgającą dla jednego stopnia swobody (rys. 2.2a). Masę drgającą w dwóch kierunkach, o dwóch stopniach swobody (rys. 2.2b) reprezentuje równanie

$$\begin{bmatrix} m_{xx} \\ m_{yy} \end{bmatrix} \ddot{x}(t) + \begin{bmatrix} c_{xx} \\ c_{yy} \end{bmatrix} \dot{x}(t) + \begin{bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \end{bmatrix} x(t) = \begin{bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Z kolei równanie

$$\begin{bmatrix} m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{yy} \end{bmatrix} \ddot{x}(t) + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \dot{x}(t) + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} x(t) = \begin{bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

opisuje ruch masy drgającej w dwóch kierunkach, o dwóch stopniach swobody wraz ze współczynnikami skośnymi (rys. 2.2c).

Wszystkie te przypadki zostały przeanalizowane w następnych trzech podrozdziałach. Podział taki umożliwi przedstawienie wpływu poszczególnych elementów budowy łożyska.

W podrozdziale dotyczącym jednego stopnia swobody pokazano wyniki analizy dla siły wymuszającej o stałej wartości oraz siły o przebiegu sinusoidalnym. Porównanie przykładowych wyników pozwala na pokazanie różnic w przemieszczeniu generowanym przy różnych rodzajach sił.

Wymuszenie sinusoidalne zostało przeanalizowane w dwóch wariantach. W pierwszym przypadku amplituda siły była stała dla całego zakresu analizowanych częstotliwości, natomiast w drugim przypadku amplituda siły generowanej

przez niewyważenie zwiększała się wraz z prędkością obrotową. Ten drugi przypadek obliczeń jest rzeczywistym obciążeniem wirnika, jednak, ze względu na różne uproszczenia, w literaturze dotyczącej analizy drgań często podawane są wyniki dla jednego lub drugiego z nich.

2.1. Drgania układu o jednym stopniu swobody

Analizę drgań rozpocząć można od przypadku układu o jednym stopniu swobody. Istnieje niezliczona liczba książek i opracowań poświęcona temu zagadnieniu. Zadaniem tego rozdziału nie jest przytoczenie całej teorii zagadnienia, a jedynie przedstawienie niezbędnego wstępu koniecznego do dalszej analizy. Zazwyczaj rozważania dotyczące układu o jednym stopniu swobody (masy m przymocowanej do stałego podłoża) zaczyna się od analizy teoretycznego układu przedstawiającego drgania swobodne sprężyny (bez tłumika), którego ruch opisywany jest w formie poniższego równania

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = F(t). \quad (2.5)$$

Wzór na częstotliwość drgań własnych układu o jednym stopniu swobody opisuje równanie

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (2.6)$$

Rozwiązanie tego równania mówi nam, że po wymuszeniu początkowym (np. impulsowym) układ będzie wykonywał ruch drgający z częstotścią drgań własnych (ω_0). Częstotść kątowna zazwyczaj wyrażana jest w radianach na sekundę, tak też jest w przypadku wzoru (2.6). Można dokonać zmiany jednostki na Herce poprzez pomnożenie (2.6) przez $1/2\pi$. Każdy system drgający ma jedną albo więcej naturalnych częstotści drgań własnych. Ta prosta relacja może być wykorzystana do ogólnego zrozumienia, co dzieje się z bardziej złożonymi układami po dodaniu masy lub sztywności. Równanie (2.6) wyjaśnia, dlaczego zawieszenie samochodu osobowego lub ciężarówki pracuje podczas jazdy inaczej (np. jest ono „delikatniejsze”) niż w przypadku bez obciążenia. Wynika to z faktu, że po wzroście masy, zmniejsza się naturalna częstotliwość drgań własnych układu.

Do przedstawionego wcześniej układu (bez tłumienia drgań) można dodać tłumik. Po uwzględnieniu tłumienia równanie różniczkowe ruchu zmieni się z (2.5) na (2.2). W celu spójnej notacji z następnymi zapisami przy współczynnikach sztywności i tłumienia zastosowano podwójne indeksy. Dodanie tłumienia można wyobrazić sobie jako dodanie siły proporcjonalnej do prędkości masy. Tłumienie nazywane jest lepkiem (wiskotycznym), ponieważ modeluje ono działanie cieczy wewnątrz obiektu. Stała proporcjonalności c jest nazywana współczynnikiem tłumienia i ma jednostki siły dzielonej przez prędkość [$\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$]. Częstotliwość drgań układu z tłumieniem można zapisać zgodnie z wzorem

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}. \quad (2.7)$$

Jest ona mniejsza od częstotliwości drgań własnych oscylatora bez tłumienia. Z punktu widzenia analizy dynamiki układu bardzo ważną wartością jest tłumienie krytyczne definiowane wzorem

$$c_c = 2\sqrt{km}. \quad (2.8)$$

Rozwiązanie tłumionego układu drgającego, czyli oscylatora harmonicznego (2.2) zależy od wielkości tłumienia. Do opisu zachowania się tłumionego układu drgań wprowadza się współczynnik tłumienia, oznaczony przez ζ . Wartość tłumienia ζ określa zachowanie systemu. Tłumiony oscylator harmoniczny może być podzielony na cztery kategorie układów w zależności od parametru ζ zdefiniowanego za pomocą równania

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} : \quad (2.9)$$

- $\zeta > 1$ – silne tłumienie – układ nie wykonuje oscylacji, a podąża według zaniku wykładniczego do równowagi. Im większa jest wartość tłumienia, tym zmiany następują wolniej.
- $\zeta = 1$ – krytyczne tłumienie – układ powraca do równowagi bez oscylacji i jest to najszybsze dążenie do równowagi bez oscylacji. Tłumienie dla tego przypadku definiuje wzór (2.8).
- $0 < \zeta < 1$ – słabe tłumienie – układ oscyluje ze zmniejszającą się wykładniczo amplitudą i częstością mniejszą od częstości układu nietłumionego. Wzrost tłumienia powoduje szybszy zanik amplitudy oraz zmniejszenie częstości drgań własnych układu.
- $\zeta = 0$ – brak tłumienia – układ wykonuje drgania o niezmienną amplitudzie ze swoją naturalną częstotliwością rezonansową ω_0 .

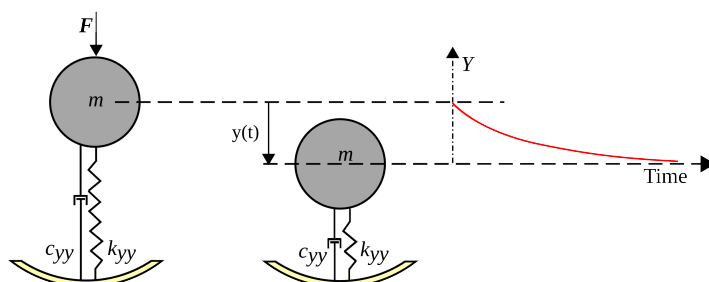
Współczynnik tłumienia ζ jest wielkością bezwymiarową. Dla przykładu można podać, że wartości współczynników tłumienia dla konstrukcji metalowych (np. kadłubów samolotów, wałów korbowych silników) są mniejsze niż 0,05, podczas gdy wartości dla zawieszenia samochodowego mieszczą się w zakresie 0,2–0,3.

2.1.1. Wymuszenie siłą stałą

Pierwszy analizowany układ o jednym stopniu swobody (rys. 2.2a) opisany równaniem (2.2) można obciążyć siłą statyczną oraz dynamiczną (zmienną w czasie). W podrozdziale tym pokazane zostanie obciążenie siłą statyczną. Oczywiście nie

jest to wymuszenie charakterystyczne dla obliczeń związanych z dynamiką wirników, ale można w ten sposób zilustrować charakter odpowiedzi układu w przypadku najprostszego rodzaju wymuszenia. W następnym podrozdziale pokazany zostanie wpływ siły dynamicznej.

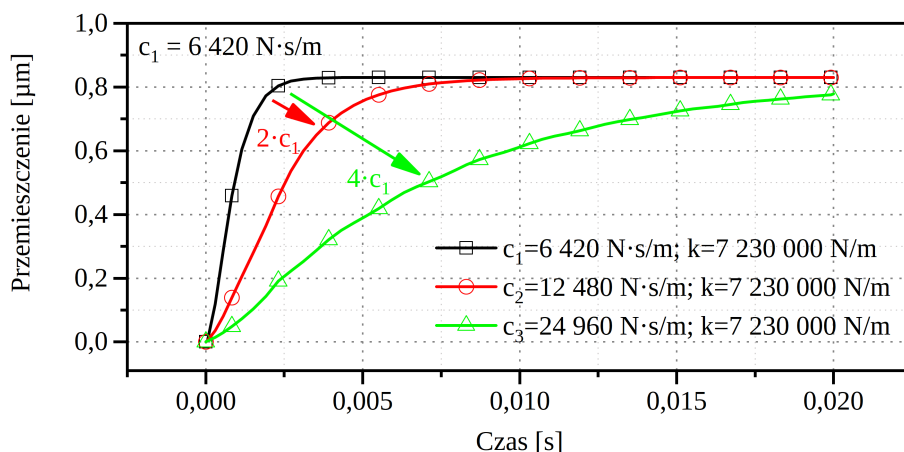
Współczynniki dynamiczne łożysk w terminologii angielskiej nazywane są „bearing force coefficients”. Nazwa ta słusznie sugeruje, że są one zależne od siły wymuszającej działającej na układ. Jeżeli przyłożymy stałą siłę, to układ będzie się zmieniał zgodnie ze schematem pokazanym na rys. 2.3.



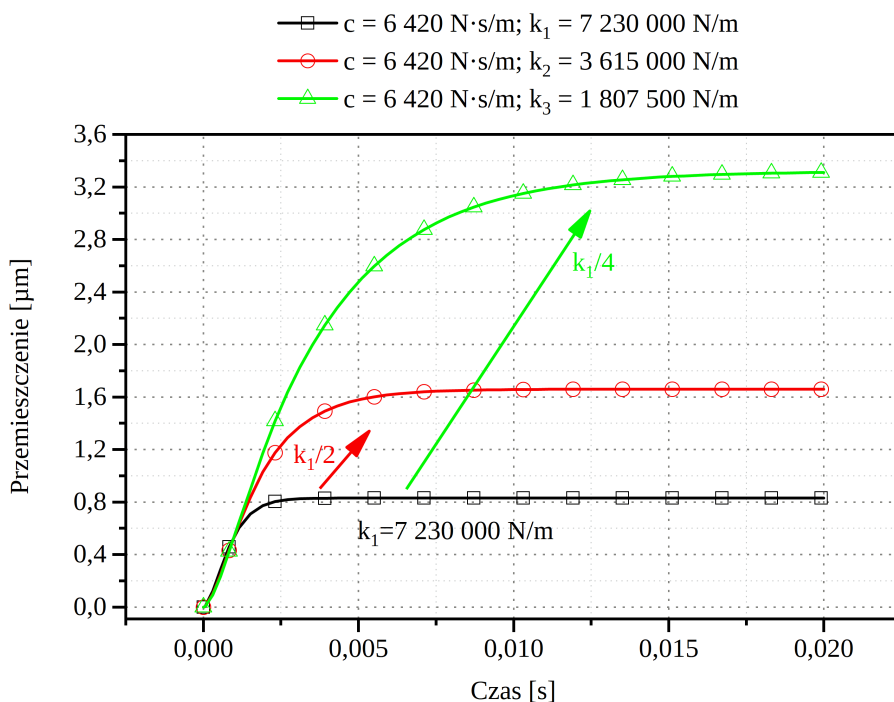
Rys. 2.3. Przesunięcie masy połączonej z nieruchomym podparciem na skutek działania stałej siły z uwzględnieniem współczynników sztywności i tłumienia

W celu wizualizacji przykładowych wyników zbudowany został układ o jednym stopniu swobody. Przyjęte parametry dla masy, tłumienia oraz sztywności to kolejno: $m = 1,5$ kg, $c_{yy} = 6\,421$ (N · s)/m, $k_{yy} = 6,63 \cdot 10^6$ N/m. Na rys. 2.4 widać wyniki dla obciążenia stałą siłą o wartości 6 N. Cała wartość siły przyłożona została w pierwszym kroku czasu. Obserwujemy przemieszczenie się masy w kierunku działającej siły (czarna krzywa ze znacznikami w kształcie kwadratów). Dwie kolejne krzywe (czerwona z okrągłymi znacznikami oraz niebieska ze znacznikami w kształcie trójkątów) wygenerowano poprzez przyjęcie dwukrotnie oraz czterokrotnie większego współczynnika tłumienia. Na wykresie widać, że wraz ze wzrostem współczynnika tłumienia wydłuża się czas, w którym następuje przemieszczenie masy. W każdym z przypadków po dostatecznie długim czasie masa przemieści się do tego samego poziomu.

Na rys. 2.5 przedstawiono wpływ zmian współczynnika sztywności na odpowiedź układu o jednym stopniu swobody. Czarna krzywa ze znacznikami kwadratowymi została wygenerowana dla takich samych danych jak w poprzednim przypadku. Dwie kolejne krzywe (czerwona z okrągłymi znacznikami oraz niebieska ze znacznikami w kształcie trójkątów) wygenerowano poprzez dwukrotne zmniejszenie współczynnika sztywności (do wartości 3 615 000 N/m) oraz czterokrotnie (do wartości 1 807 000 N/m). Widać wyraźnie, że wraz ze wzrostem współczynnika sztywności przemieszczenie punktu masy, na który działa ta sama siła, proporcjonalnie maleje.



Rys. 2.4. Wpływ zmiany współczynnika tłumienia na przemieszczenie punktu masy, na który działa stała siła. Strzałki pokazują kierunek zmiany przemieszczenia na skutek zwiększania współczynnika tłumienia

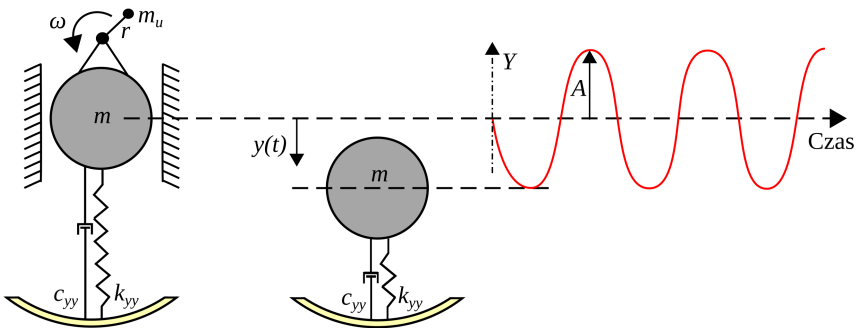


Rys. 2.5. Wpływ zmiany współczynnika sztywności na przemieszczenie punktu masy, na który działa stała siła. Strzałki pokazują kierunek zmiany przemieszczenia na skutek zmniejszania współczynnika sztywności

2.1.2. Wymuszenie na skutek niewyważenia

Dla wirników pracujących z prędkościami nadkrytycznymi (większymi niż prędkość, przy której występuje pierwsza giętna postać drga własnych) po wykreśleniu amplitudy w funkcji prędkości obrotowej obserwujemy zwiększenie, a następnie zmniejszenie amplitudy drgań. Zjawisko to nazywamy rezonansem, możemy je zaobserwować również dla układu o jednym stopniu swobody. Częstotliwość, przy której występuje rezonans można wyznaczyć z zależności (2.7).

W dynamice wirników zazwyczaj wymuszeniem jest niewyważenie, które modelowane jest za pomocą masy (m_u) wirującej z częstotliwością równą prędkości obrotowej wirnika (ω), która przymocowana jest na promieniu równym r . Ilustracja modelu niewyważenia oraz sposobu jego działania przedstawiona została na rys. 2.6. Rozpatrując ruch w jednej płaszczyźnie, otrzymujemy odpowiedź układu w postaci sygnału sinusoidalnego.



Rys. 2.6. Układ o jednym stopniu swobody, z masą niewyważenia, z wymuszeniem harmonicznym

Równanie różniczkowe ruchu układu o jednym stopniu swobody wraz z siłą pochodzącą od niewyważenia (w jednym kierunku) zapisać można w formie

$$\mathbf{M}\ddot{x}(t) + \mathbf{C}\dot{x}(t) + \mathbf{K}x(t) = F_u. \quad (2.10)$$

Jeżeli jako wymuszenie przyjmowana jest stała wartość siły, niezależnie od częstotliwości, to siła F_u zdefiniowana jest za pomocą równania

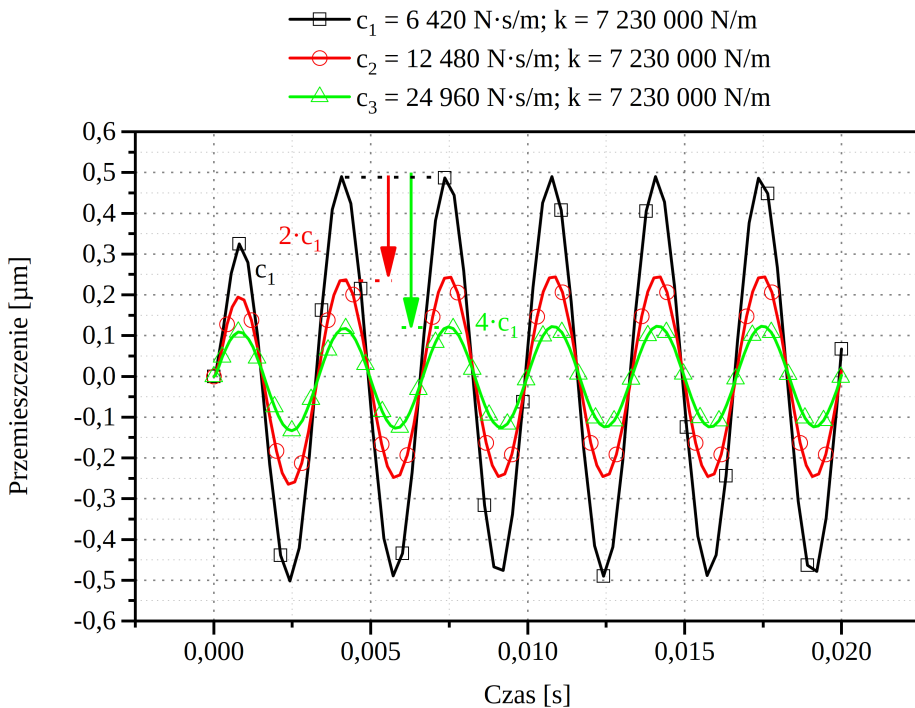
$$F_u = F \cos \omega(t). \quad (2.11)$$

Jeżeli wartość siły zmienia się wraz z wartością częstotliwości podniesionej do kwadratu, opisujemy ją równaniem

$$F_u = m_u r \omega^2 \cos \omega(t). \quad (2.12)$$

Ten drugi sposób zadawania niewyważenia najlepiej odzwierciedla rzeczywiste wymuszenie, jednak ze względu na różne uproszczenia w literaturze można spotkać siłę od dynamiczną definiowaną zarówno za pomocą wzoru (2.11), jak i (2.12).

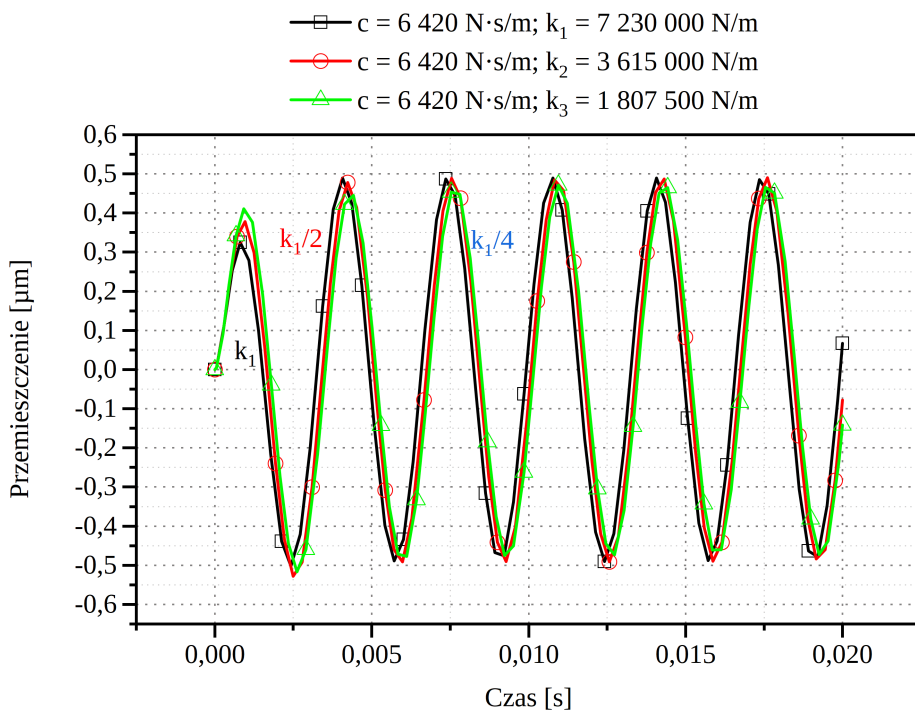
Następne dane wygenerowane zostały dla tych samych wartości współczynników sztywności i tłumienia ($m = 1,5 \text{ kg}$, $c = 6\,420 \text{ N/m}$, $k = 7\,230\,000 \text{ N/m}$). Siłę wymuszającą zamiast stałej wartości $F = 6 \text{ N}$ przyjęto jako zmienną sinusoidalną o amplitudzie $F = 6 \text{ N}$ oraz częstotliwości wynoszącej 300 Hz (1884 rad/s). W efekcie otrzymano odpowiedź układu przedstawioną na rys. 2.7 za pomocą czarnej linii z kwadratowymi znacznikami. Tak jak w przypadku pokazanym na rys. 2.4 dwie kolejne linie (czerwona oznaczona okręgami oraz niebieska oznaczona trójkątami) wygenerowane zostały poprzez dwukrotne oraz czterokrotne zwiększenie wartości współczynników tłumienia. Widać, że amplituda drgań maleje wraz ze zwiększaniem tłumienia, ale zmiany te nie są tak wprost proporcjonalnej, jak we wcześniejszym przykładzie z siłą stałą.



Rys. 2.7. Wpływ zmiany współczynnika tłumienia na przemieszczenie punktu masy, na który działa stała harmoniczna o częstotliwości 300 Hz

Bardzo ciekawy wynik otrzymamy analizując zmiany współczynnika sztywności w takim samym zakresie jak ten zilustrowany na rys. 2.5, dla siły o stałej wartości. Sztywność układu zmniejszana była dwu oraz czterokrotnie, przyjmując

kolejno wartości od 7 230 000 N/m poprzez 3 615 000 N/m do 1 807 500 N/m. Po zmianie wartości sztywności w analizowanym zakresie nie obserwujemy prawie żadnych zmian w układzie o jednym stopniu swobody z wymuszeniem dynamicznym (rys. 2.8).



Rys. 2.8. Wpływ zmiany współczynnika sztywności na przemieszczenie punktu masy, na który działa stała siła harmoniczna o częstotliwości 300 Hz

Okazuje się, że wpływ współczynników sztywności i tłumienia jest różny w zależności od częstotliwości siły wymuszającej w odniesieniu do częstotliwości rezonansowej. Pełny obraz tej zależności uzyskamy poprzez stworzenie wykresów przedstawiających zmiany amplitudy przemieszczenia w funkcji zwiększającej się częstotliwości siły wymuszającej. Wyniki te można uzyskać poprzez wykorzystanie stałej siły wymuszającej lub też siły zmieniającej się zgodnie z zależnością

$$F = m_u r \omega^2, \quad (2.13)$$

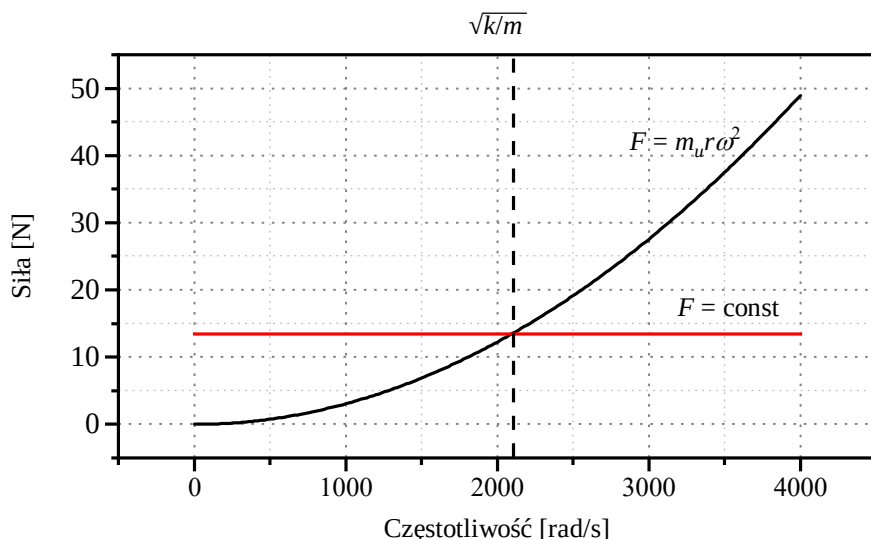
gdzie:

m_u – masa niewyważenia,

r – promień niewyważenia,

ω – częstotliwość obrotów wału (a tym samym częstotliwość siły wymuszającej wskutek niewyważenia wału).

Jako dane do obliczeń przyjęto następujące wartości: $m_u = 0,18 \cdot 10^{-3}$ kg; $r = 17 \cdot 10^{-3}$ m; $\omega = 0-4\,000$ rad/s. Wykres siły w funkcji częstotliwości przedstawiony został na rys. 2.9. Wartość stałej siły przyjęto jako 13,49 N. Jest to siła, która powstaje podczas pracy przy prędkości rezonansowej.

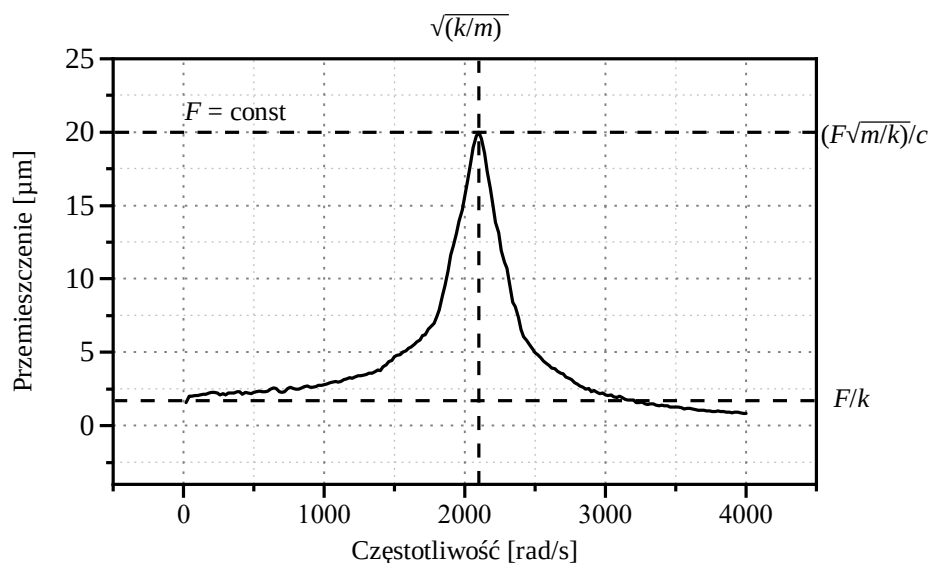


Rys. 2.9. Siła wymuszająca o stałej wartości oraz o wartości zmiennej zależnej od częstotliwości

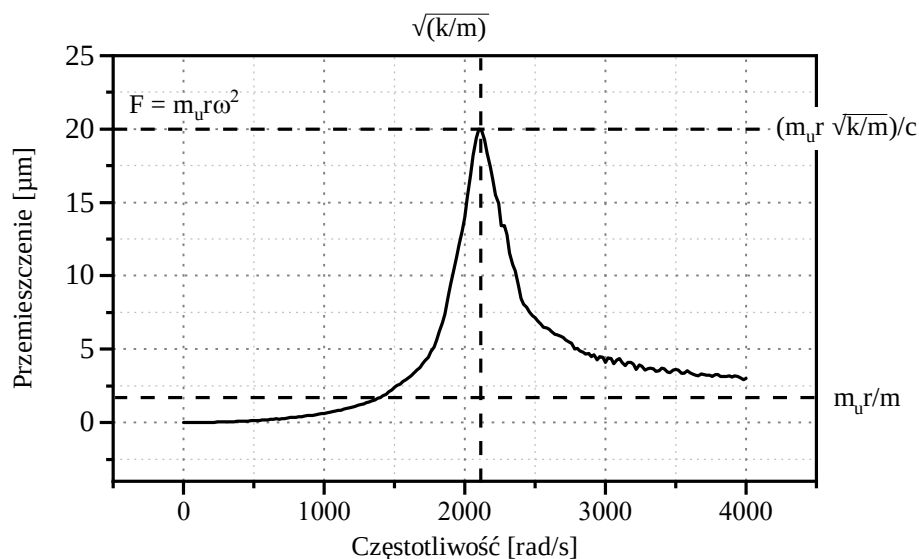
W wyniku obliczeń wykonanych dla stałej amplitudy siły wymuszającej otrzymaliśmy wykres rys. 2.10, natomiast po uwzględnieniu siły zmiennej w całym zakresie analizowanych częstotliwości, otrzymaliśmy wyniki przedstawione na rys. 2.11. Ponieważ wartość siły statycznej i amplituda siły dynamicznej przy częstotliwości rezonansowej były takie same, dlatego też amplituda drgań rezonansowych na rys. 2.10 i rys. 2.11 jest jednakowa.

W celu wygenerowania wykresów rys. 2.10 oraz rys. 2.11 posłużono się układem o jednym stopniu swobody, i następujących parametrach: $m = 1,5$ kg, $c = 321$ (N · s)/m, $k_{yy} = 6,63 \cdot 10^6$ N/m.

Dla każdej częstotliwości zarejestrowano amplitudę ustabilizowanej odpowiedzi, a wyniki (dla stałej siły wymuszającej) zestawione zostały na rys. 2.10. Wyniki dla siły o amplitudzie zmieniającej się wraz z częstotliwością, zgodnie ze wzorem (2.13), zestawione zostały na rys. 2.11. Wartość siły zmieniała się w sposób pokazany na rys. 2.9. W efekcie uzyskano zależność pomiędzy częstotliwością siły wymuszającej a amplitudą odpowiedzi układu.



Rys. 2.10. Zależność pomiędzy częstotliwością siły wymuszającej a amplitudą odpowiedzi układu dla stałej wartości siły F



Rys. 2.11. Zależność pomiędzy częstotliwością siły wymuszającej a amplitudą odpowiedzi układu dla siły F zmieniającej się wraz z częstotliwością

Amplitudę drgań rezonansowych dla przypadku ze stałą siłą wymuszającą (rys. 2.10) wyznaczyć można z zależności

$$A_{kr} = \frac{F \sqrt{\frac{m}{k}}}{c}. \quad (2.14)$$

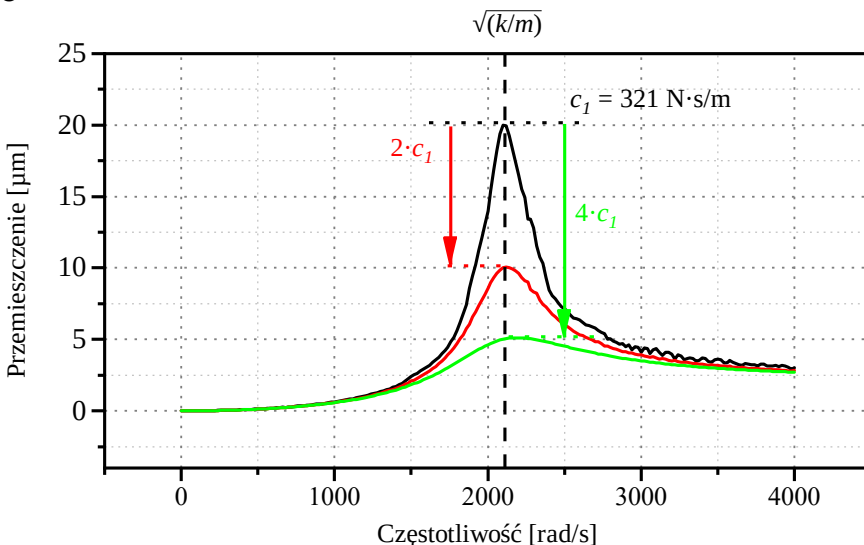
Maksymalną wartość amplitudy dla wymuszenia za pomocą niewyważenia można wyznaczyć ze wzoru

$$A_{kr} = \frac{m_u r \sqrt{\frac{k}{m}}}{c}. \quad (2.15)$$

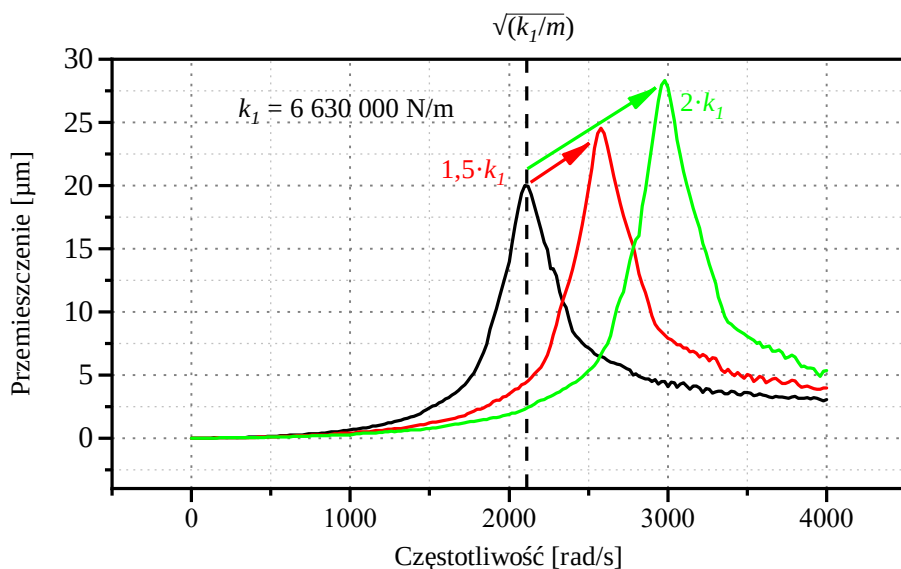
Wartość tej amplitudy zależy od masy niewyważenia, promienia oraz współczynników sztywności, tłumienia i masy układu.

2.1.3. Wpływ tłumienia i sztywności

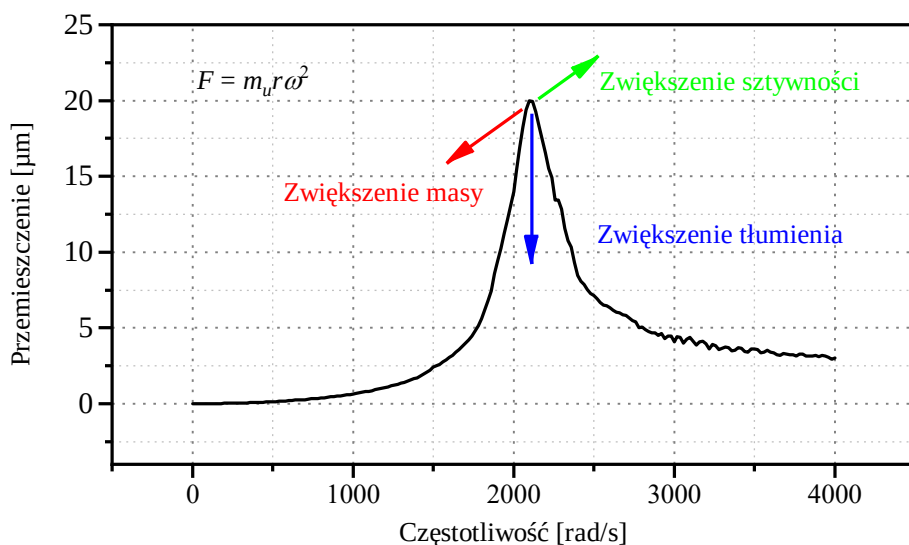
Dla przedstawionego wcześniej układu przeprowadzono analizę wpływu na amplitudę drgań współczynników tłumienia (rys. 2.12), sztywności (rys. 2.13) oraz masy (rys. 2.14). W analizie uwzględniono siłę o amplitudzie zmieniającej się wraz z częstotliwością. Ze wzrostem tłumienia obserwujemy zmniejszenie się amplitudy drgań rezonansowych, natomiast wraz ze wzrostem sztywności, częstotliwość drgań rezonansowych się zwiększa, większa jest także amplituda tych drgań. Odwrotny efekt obserwujemy podczas zwiększania masy układu. Częstotliwość drgań rezonansowych się zmniejsza, mniejsza jest też amplituda tych drgań.



Rys. 2.12. Wpływ współczynnika tłumienia



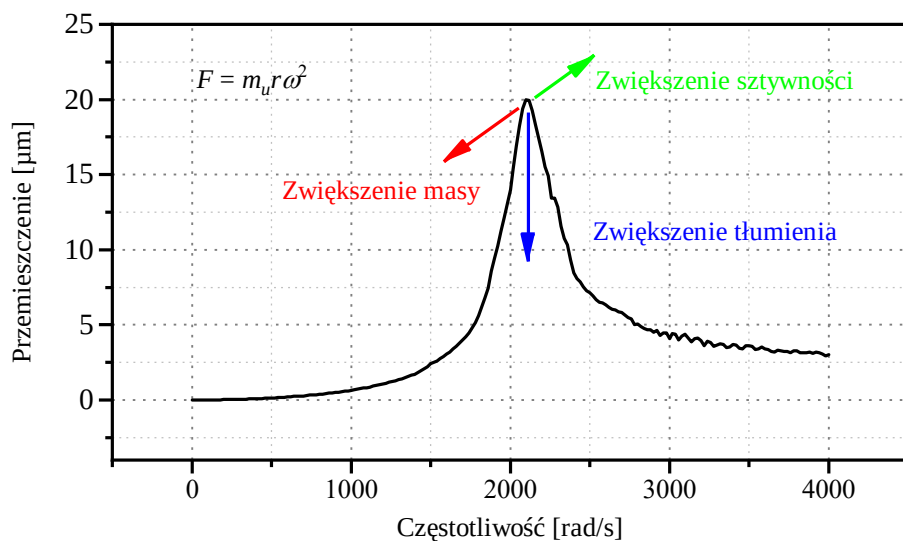
Rys. 2.13. Wpływ współczynnika sztywności



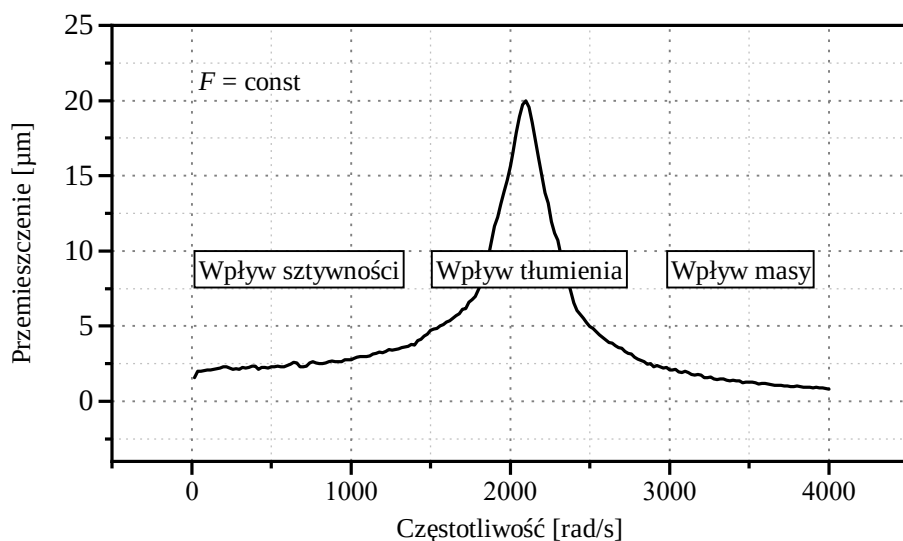
Rys. 2.14. Wpływ współczynnika masy

Zestawienie wpływu współczynników sztywności, tłumienia oraz masy przedstawiono na rys. 2.15. Widać na nim, że w rozpatrywanym przypadku zwiększenie tłumienia powoduje zmniejszenie amplitudy drgań rezonansowych. Z kolei zwiększenie sztywności powoduje zwiększenie amplitudy drgań i częstotliwości drgań rezonansowych, natomiast zwiększenie masy układu powoduje ich

zmniejszenie (amplitudy i częstotliwości drgań rezonansowych). Współczynniki masy i sztywności mają większy wpływ w zakresie wyższych częstotliwości siły wymuszającej.



Rys. 2.15. Obszary wpływu różnego typu współczynników dla zmiennej amplitudy siły wymuszającej



Rys. 2.16. Obszary wpływu różnego typu współczynników dla stałej amplitudy siły wymuszającej

W literaturze spotkać można nieco inne zestawienie pokazujące wpływ współczynników sztywności i tłumienia (rys. 2.16). Widać na nim, że współczynnik tłumienia ma wpływ na wyniki w zakresie częstotliwości rezonansowych. Współczynnik sztywności w zakresie częstotliwości niższych od częstotliwości rezonansowych, natomiast współczynnik masy w zakresie częstotliwości wyższych niż rezonansowe. Zestawienie to jest słuszne (zwłaszcza w zakresie częstotliwości dużych i małych w porównaniu z częstotliwością rezonansową), jeżeli przyjmiemy stałą wartość siły wymuszającej, a więc nieodzwierciedlającą rzeczywistego wymuszenia wirnika.

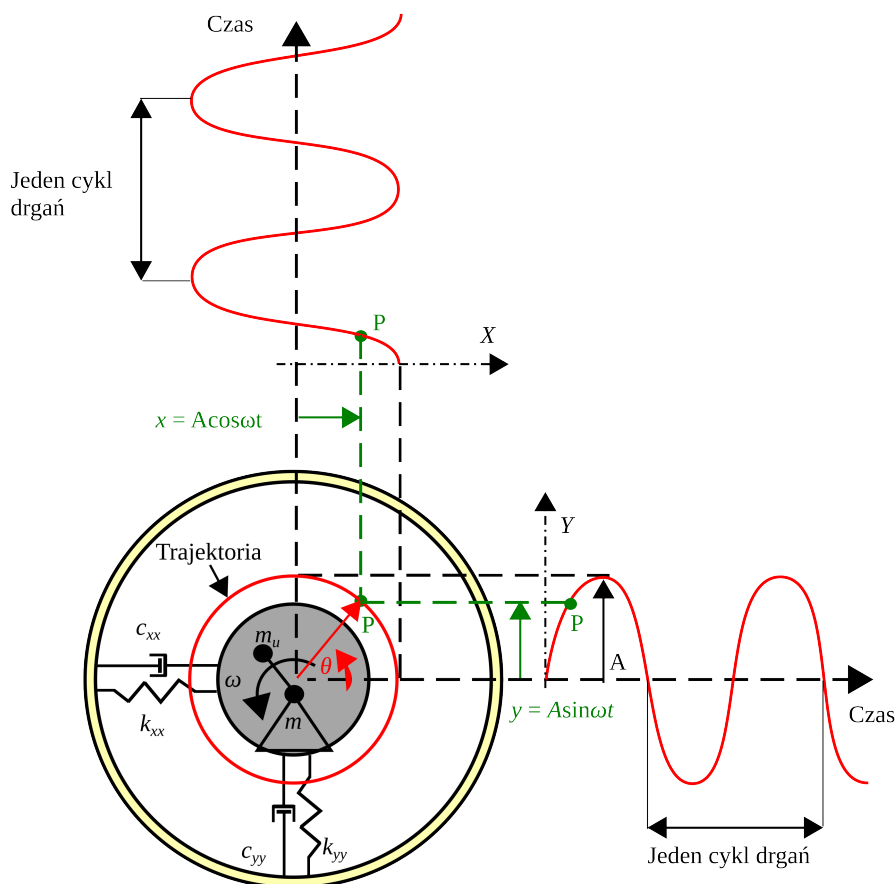
2.2. Drgania masy o dwóch stopniach swobody

Na potrzeby analizy układu o dwóch stopniach swobody zakładamy, że siły wymuszające działające w dwóch prostopadłych kierunkach mają tę samą częstotliwość, amplitudę oraz że są przesunięte w fazie. Źródłem działania siły wymuszającej jest niewyważenie. Na rys. 2.17 przedstawiono schemat układu, w którym niewyważenie m_u wiruje przeciwnie do ruchu wskazówek zegara ze stałą prędkością kątową ω na promieniu r . W każdej chwili kąt pomiędzy OP a poziomą osią można obliczyć z zależności $\Theta = \omega t$. Punkt P reprezentuje chwilowe położenie niewyważenia. Jeżeli rozpatrzmy ruch punktu P w kierunku pionowym (zgodnym z osią y) wtedy w funkcji czasu przemieszczenie można opisać równaniem

$$y = A \sin \omega t. \quad (2.16)$$

Z matematycznego punktu widzenia trajektoria czopa łożyskowego, czyli ruch czopa wirnika w czasie, może być rozpatrywany jako złożenie ruchu punktu materialnego, w dwóch prostopadłych kierunkach, przedstawionego w poprzednich podrozdziałach. Forma drgań zależy od wartości współczynników sztywności, tłumienia oraz od masy. Jak pokazano wcześniej, wyniki zależą również od rodzaju i częstotliwości siły wymuszającej.

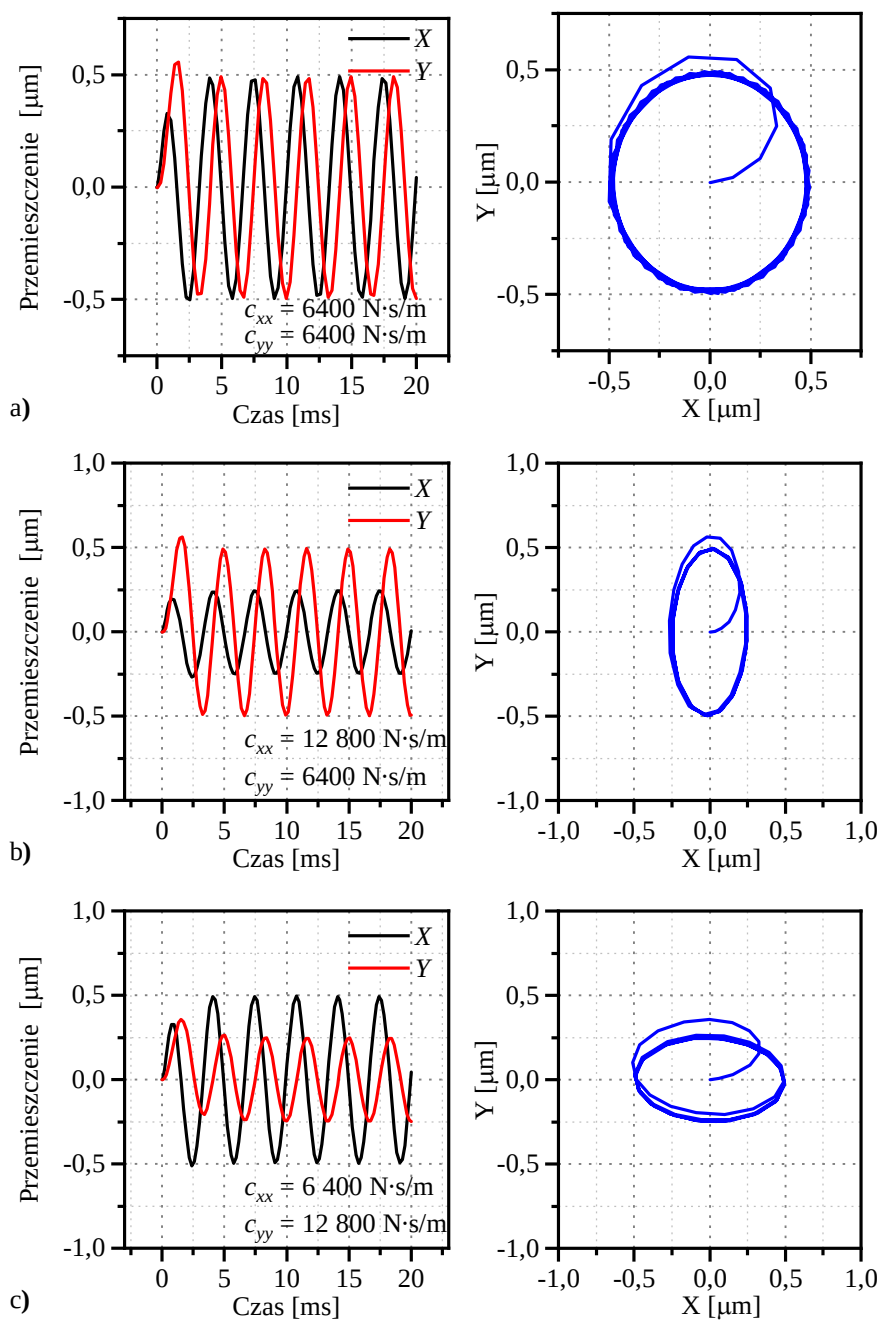
Do wygenerowania następnego rysunku wykorzystano układ o następujących współczynnikach: $m = 1,5 \text{ kg}$, $c_{yy} = c_{xx} = 6\,400 \text{ (N} \cdot \text{s)/m}$, $k_{yy} = k_{xx} = 6,63 \cdot 10^6 \text{ N/m}$.



Rys. 2.17. Widok złożenia drgań w dwóch kierunkach z uwzględnieniem głównych współczynników sztywności i tłumienia łożyska

Wartość siły wymuszającej wynosiła 6 N, natomiast jej częstotliwość 1884 rad/s. Na rys. 2.18a widoczne są drgania w dwóch kierunkach oraz ich złożenie w formie trajektorii. Ponieważ współczynniki dynamiczne łożysk i wymuszenie były symetryczne, dlatego w wyniku otrzymano okrąg. Przy pojawiających się różnicach pomiędzy tymi współczynnikami trajektorie mogą przyjmować kształt elipsy. W częściach b) oraz c) rysunku pokazano dwa przykładowe wyniki, kiedy to współczynniki tłumienia c_{xx} oraz c_{yy} , były na przemian zwiększane dwukrotnie. W efekcie otrzymano trajektorie w formie elipsy. Sposób budowania trajektorii drgań z wektorów opisuje

Załącznik IV.

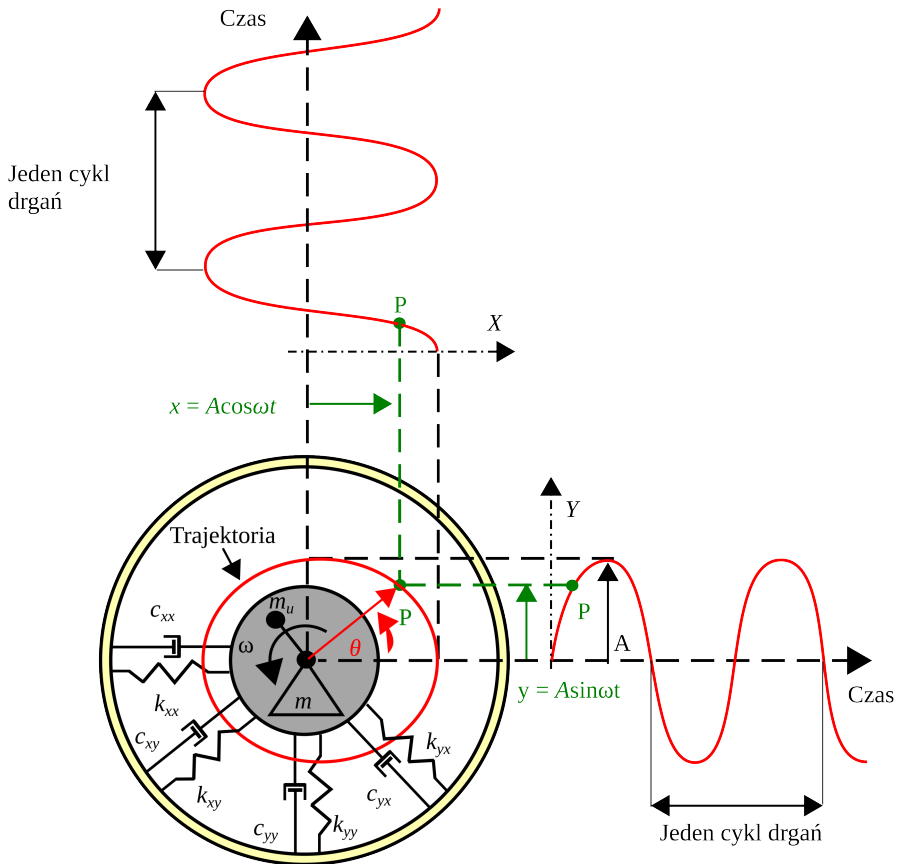


Rys. 2.18. Przeszyczenie w dwóch kierunkach oraz trajektorie:

a) $c_{xx} = c_{yy} = 6400 \text{ N/m}$, b) $2c_{xx}$, c) $2c_{yy}$

2.3. Skośne współczynniki sztywności i tłumienia

Skośne współczynniki sztywności i tłumienia związane są z wprowadzeniem do układu dodatkowej sztywności i tłumienia. Zgodnie z przyjętą wcześniej definicją wartości współczynników k_{xy} oraz c_{xy} wpływają bezpośrednio na przemieszczenia wału w kierunku X podczas działania siły w kierunku prostopadłym (Y). Analogicznie należy rozpatrywać współczynniki k_{yx} oraz c_{yx} — wpływają one bezpośrednio na przemieszczenia w kierunku Y podczas działania siły w kierunku prostopadłym (X). Graficzne przedstawienie głównych oraz skośnych współczynników dynamicznych łożysk pokazano na rys. 2.19.



Rys. 2.19. Widok złożenia drgań w dwóch kierunkach z uwzględnieniem głównych i skośnych współczynników sztywności i tłumienia łożyska

Na rys. 2.20 przedstawiono wpływ skośnych współczynników tłumienia. W części a) rysunku znajdują się wyniki dla układu bez uwzględnienia skośnych współczynników tłumienia, a w części b) – wyniki po dodaniu skośnych współczynników tłumienia w kierunku XY (ze znakiem ujemnym). Dodanie ujemnego tłumienia poskutkowało zwiększeniem amplitudy drgań w kierunku X . W części c) rysunku widoczne są wyniki po dodaniu tłumienia c_{yx} (nie było w układzie tłumienia XY), czego efektem jest wyraźne zmniejszenie amplitudy drgań w kierunku Y . Obserwowane zmiany są takie same jak w poprzednim przypadku, w którym rozpatrywany był tylko jeden stopień swobody.

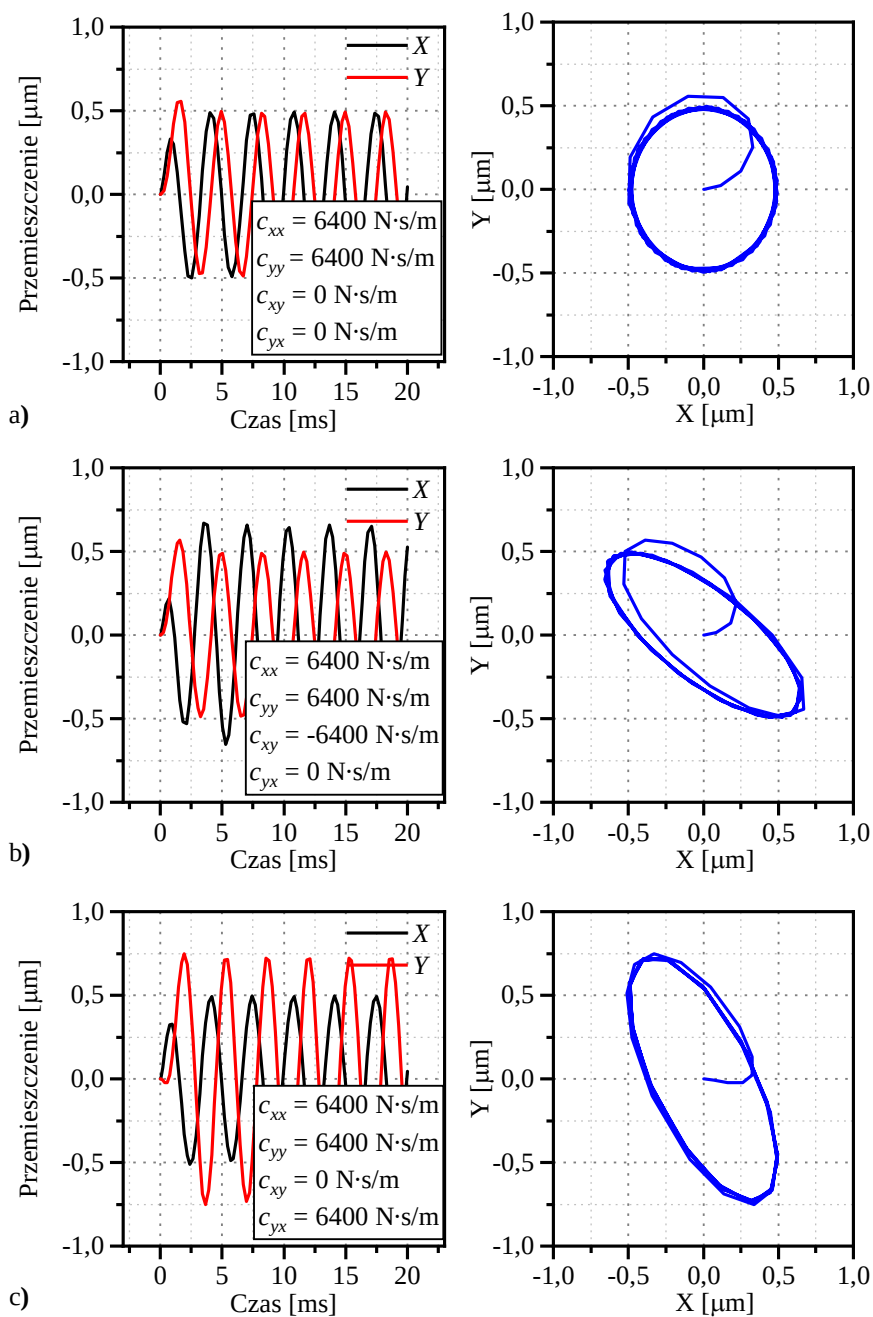
Na rys. 2.21 przedstawiono wpływ skośnych współczynników sztywności. W części a) rysunku znajdują się wyniki dla układu bez skośnych współczynników sztywności. W części b) widoczne są wyniki ze skośnym tłumieniem tylko w kierunku XY (ze znakiem ujemnym). Dodanie ujemnej sztywności poskutkowało zwiększeniem amplitudy drgań w kierunku X . W części c) rysunku pokazano wyniki po dodaniu sztywności k_{yx} (bez uwzględnienia sztywności k_{xy}), czego efektem jest wyraźne zmniejszenie amplitudy drgań w kierunku Y . Obserwowane zmiany są takie same jak w poprzednim przypadku, w którym rozpatrywany był tylko jeden stopień swobody

Na uwagę zasługuje fakt konieczności wpisywania skośnych współczynników k_{xy} oraz c_{yx} ze znakami ujemnymi. Może to być realizowane poprzez wprowadzenie odpowiednich ujemnych znaków w równaniu (2.4) i w efekcie czego otrzymujemy równanie

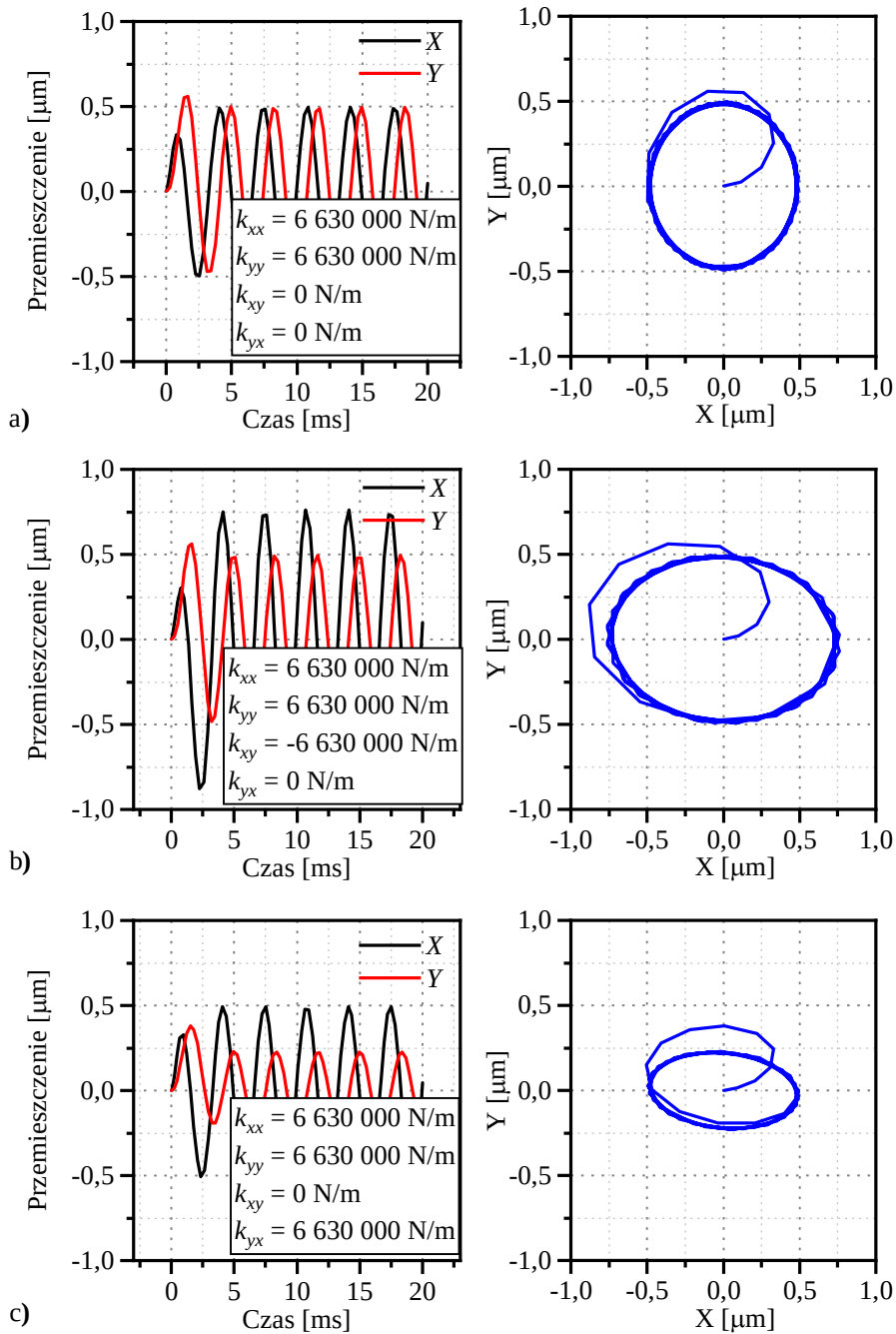
$$\begin{bmatrix} m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{yy} \end{bmatrix} \ddot{x}(t) + \begin{bmatrix} c_{xx} & -c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \dot{x}(t) + \begin{bmatrix} k_{xx} & -k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} x(t) = \begin{bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Może to być również uzyskane poprzez podawanie wartości k_{xy} oraz c_{xy} ze znakami ujemnymi. W przypadku skośnych współczynników tłumienia cxy znak minus nie oznacza, że do układu dostarczana jest energia i układ jest pobudzany do drgań, tylko wynika on z budowy systemu w przyjętym układzie odniesienia. Jeżeli w miejscu, gdzie podawany jest współczynnik tłumienia ze znakiem ujemnym, zastosujemy dodatnią wartość, to ma ona takie samo znaczenie jak ujemna wartość w innych układach. Tak samo należy interpretować ujemny współczynnik sztywności k_{xy} . W efekcie jego dodania (ze znakiem ujemnym) otrzymujemy większą sztywność.

W przyjętym układzie odniesienia, gdzie oś X jest skierowana w prawą stronę, oś Y w górę natomiast masa niewyważenia przemieszcza się przeciwnie do ruchu wskazówek zegara stosujemy ujemne wartości współczynników k_{xy} oraz c_{xy} . W innych układach odniesienia często stosowaną konwencją jest to, że współczynniki k_{yx} oraz c_{yx} są zapisywane ze znakiem ujemnym (natomiast k_{xy} oraz c_{xy} ze znakiem dodatnim).



Rys. 2.20. Zmiany trajektorii: a) $c_{xy} = c_{yx} = 0 \text{ N}\cdot\text{s/m}$, b) $c_{xy} = 0 \text{ N}\cdot\text{s/m}$, $c_{yx} = 6400 \text{ N}\cdot\text{s/m}$, c) $c_{xy} = 0 \text{ N}\cdot\text{s/m}$, $c_{yx} = 6400 \text{ N}\cdot\text{s/m}$



Rys. 2.21. Zmiany trajektorii: a) $k_{xy} = k_{yx} = 0\text{ N/m}$, b) $k_{xy} = 6\,630\,000\text{ N/m}$, $k_{yx} = 0\text{ N/m}$, c) $k_{xy} = 0\text{ N/m}$, $k_{yx} = 6\,630\,000\text{ N/m}$

2.4. Podsumowanie rozdziału 2

W ramach przyjętych uproszczeń łożysko traktowaliśmy jako ruch masy w dwóch płaszczyznach. Oczywiście samo łożysko jest obiektem zdecydowanie bardziej skomplikowanym, na jego ruch mają wpływ również czynniki zewnętrzne takie jak rozkład masy wirnika, uszczelnienie, wpływ sprzęgła i napędu. Warunki podparcia również w dużej części determinują właściwości dynamiczne wirnika. Często w początkowych etapach obliczeń przyjmuje się, że podparcie jest sztywne i nie wpływa a pracę łożyska.

Różne typy łożysk mają pewne cechy charakterystyczne. Jeżeli w układzie mechanicznym sztywność k_{xx} oraz k_{yy} jest różna, to mówimy o anizotropowych właściwościach w kierunku poziomym i pionowym. Również tłumienie może charakteryzować się anizotropowymi właściwościami. W przypadku zwykłego sprężystego układu mechanicznego skośne współczynniki tłumienia są sobie równe, czyli $c_{xy} = c_{yx}$, natomiast w przypadku łożysk ślizgowych prawie zawsze różnią się one, czyli $c_{xy} \neq c_{yx}$. Można spotkać się ze stwierdzeniem, że cechą charakterystyczną łożysk ślizgowych jest nierówność „skośnych” stosunków reakcji i przemieszczeń.

Na podstawie niektórych zależności związanych ze współczynnikami sztywności i tłumienia łożysk można wnioskować o stabilności układu, np. przy zmianie znaku skośnych współczynników tłumienia na ujemny podczas zwiększania prędkości obrotowych. Przykłady podane w tym rozdziale miały posłużyć jako ilustracje wpływu współczynników dynamicznych łożysk na generowane trajektorie, bez pokazywania cech charakterystycznych różnego typu łożyskowania.

Pokazana została analiza obrazująca wpływ różnego rodzaju siły wymuszającej na ruch układu o jednym oraz dwóch stopniach swobody. Okazuje się, że w zależności od rodzaju siły wymuszającej otrzymywaliśmy różne efekty. Przy sile harmoniczej (o wymuszeniu zmiennym w czasie) odpowiadającemu niewyważeniu wirnika pokazany był wpływ współczynników masy, sztywności oraz tłumienia. Podczas zwiększania współczynników tłumienia wartość amplitudy rezonansowej się zmniejszała, natomiast podczas zwiększania współczynników sztywności krzywa rezonansowa przesuwiała się w kierunku wyższych częstotliwości i amplitud. Z kolei podczas zwiększania masy krzywa rezonansowa przesuwiała się w kierunku niższych wartości częstotliwości i amplitud.

3. Narzędzia badawcze

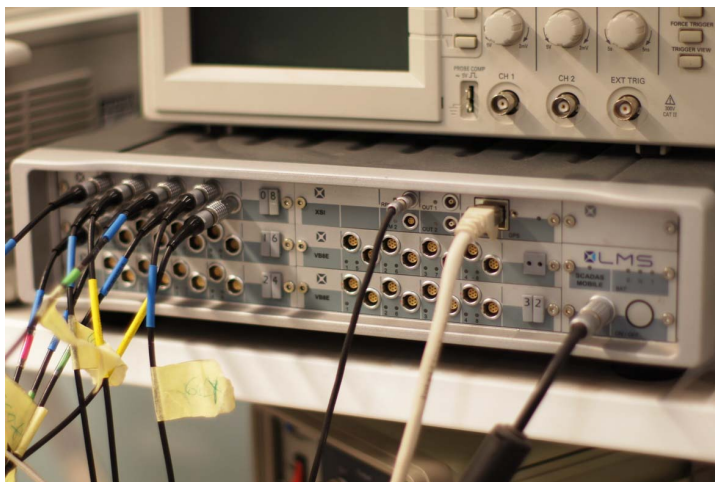
W celu przeprowadzenia badań eksperymentalnych i analiz numerycznych układu dynamicznego składającego się z wirnika, łożysk i podpór wykorzystano stanowisko laboratoryjne z wirnikiem pracującym na łożyskach hydrodynamicznych oraz użyto rozbudowanej aparatury pomiarowej i zaawansowanych programów obliczeniowych. Oprzyrządowanie to dostępne jest w Instytucie Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku. Pomiarzy przeprowadzono zgodnie z odpowiednimi normami [80]. Pomiar drgań elementów nieobracających się odbywał się zgodnie z normą ISO 10816:1 [81], a pomiar drgań wirnika zgodnie z normą ISO 10817-1:1998 [82]. Wyważenie wirnika oparto na normie ISO 1940-1 [83]. Schematyczne rysunki wykonano w programie do grafiki wektorowej Inkscape [84]. Wykresy przygotowano w formie wektorowej w programie Origin 2015 Pro [85]. Schematy blokowe opracowano w formie wektorowej za pomocą programu Microsoft Visio [86].

3.1. Aparatura badawcza

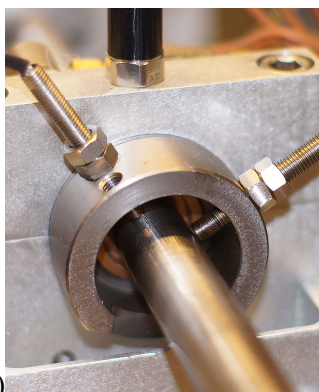
Jako moduł akwizycji danych użyto analizator SCADAS Mobile firmy LMS International (rys. 3.1), wyposażony był w czterdzieści kanałów pomiarowych. Możliwe było podłączenie dwóch tachometrów oraz sterowanie np. wzmacniaczami wzbudników [76]. Do podłączenia czujników pomiarowych użyto przewody ekranowane. Analizator połączono z laptopem zawierającym oprogramowanie Test.Lab 11B poprzez łącze typu Ethernet. Analizator wykorzystano do pomiarów sygnałów pochodzących z młotka modalnego, tachometru, akcelerometrów i czujników wiropędowych.

Do pomiaru przemieszczeń wirnika wykorzystano cztery czujniki wiropędowe CWY-DO-501A o średnicy 6 mm oraz długości 45 mm (rys. 3.2a), połączone z analizatorem poprzez demodulator [87] (rys. 3.2b). Czułość czujników wiropędowych to ok. 4 mV/ μ m [88]. Ich zakres pomiarowy wynosi 1 mm a rozdzielność i nieliniowość odpowiednio 0,1% oraz ok. 0,7% zakresu pomiarowego.

Do pomiaru przyspieszeń drgań użyto cztery jednoosiowe akcelerometry typu 608A11 [89] czułości od 94 do 100 mV/g (rys. 3.3a). Czułość akcelerometrów wynosiła. Akcelerometry zamontowano w dwóch podporach łożyskowych w kierunkach prostopadłych do siebie i osi wirnika. Czułość akcelerometrów zmierzono za pomocą przenośnego kalibratora PCB 699A02 [90], pokazanego na rys. 3.3b. Kalibrator pracuje z częstotliwością 159,2 Hz, przyspieszenie drgań generowanych przez to urządzenie to 9,81 m/s² [91].



Rys. 3.1. Analizator SCADAS Mobile

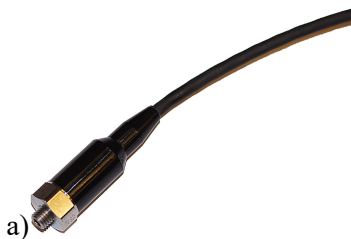


a)



b)

Rys. 3.2. a) Czujniki wiropędowe umieszczone pod kątem 90° względem siebie i prostopadle do osi wirnika, b) demodulator – moduł służący do przetwarzania sygnałów z czujników wiropędowych



a)



b)

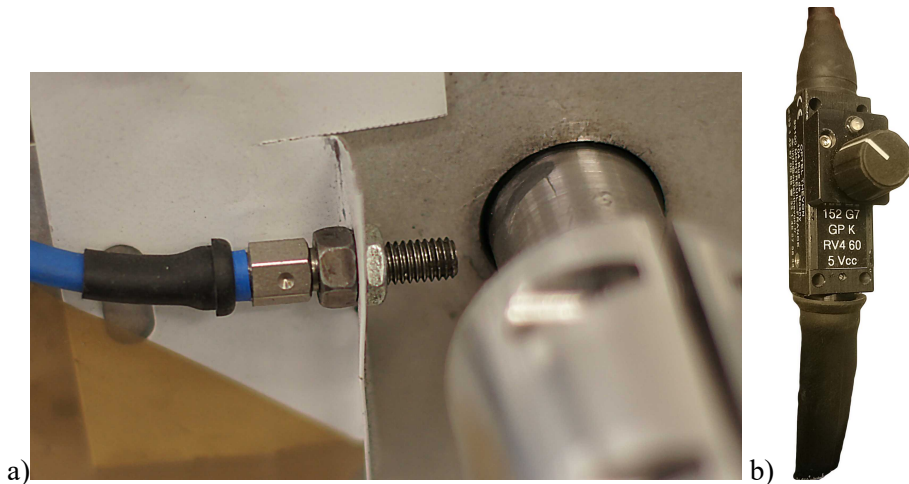
Rys. 3.3. a) Akcelerometr użyty do mierzenia przyspieszeń drgań podpór łożyskowych.
b) Przenośny przyrząd do kalibrowania akcelerometrów

Młotek modalny przedstawiono na rys. 3.4 [92]. Jego czułość to 2,25 mV/N. Górna wartość zakresu pomiarowego deklarowanego przez producenta to 2 224 N, a częstotliwość rezonansowa jest większa niż 22 000 Hz. Masa młotka wynosi 0,16 kg, średnica głowy – 1,57 cm, długość – 21,6 cm. Podczas pomiarów wykorzystano metalową końcówkę młotka nazwaną hard impact cap – ST STL. Maksymalna siła możliwa do uzyskania za pomocą tej końcówki to 360 N.



Rys. 3.4. Młotek modalny

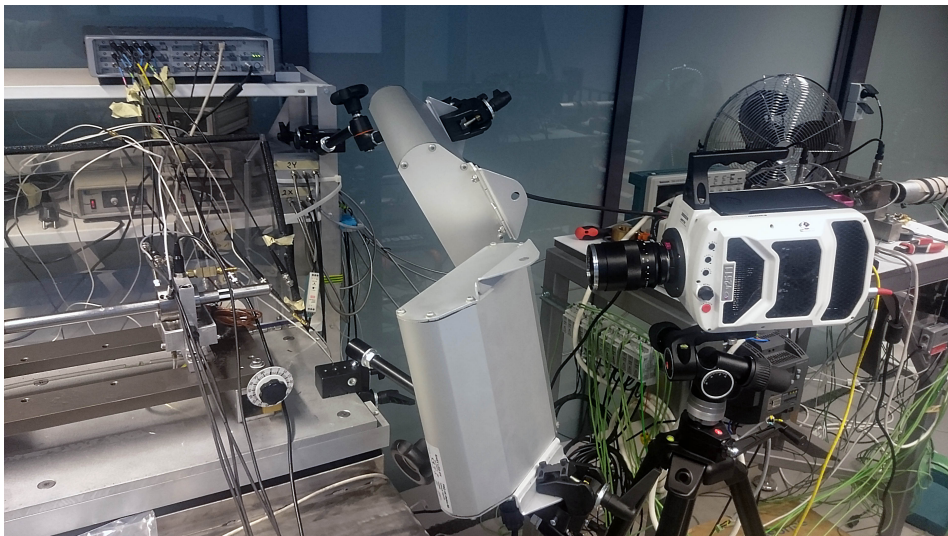
Prędkość obrotową wirnika zmierzono za pomocą laserowego tachometru Optel Thevon 152 G7 [93]. Czujnik oraz przełącznik pokazane są na rys. 3.5. Tachometr umożliwia mierzenie do 100 000 impulsów na sekundę. Możliwa jest praca w temperaturach od $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $120\text{ }^{\circ}\text{C}$. Podczas badań generowany był sygnał, którego czas narastania był mniejszy niż 150 ns, natomiast czas opadania był mniejszy niż 0,5 ms.



Rys. 3.5. a) Czujnik laserowy do pomiaru prędkości obrotowej zamontowany na stanowisku badawczym. b) Przełącznik światłowodowy

W ramach badań przeprowadzono analizę uderzenia młotka w zwolnionym tempie za pomocą szybkiej kamery Phantom v2512 (rys. 3.6) firmy Vision Research [94]. Kamera posiada wysokiej klasy przetwornik CMOS, generujący 1Mpx obraz o maksymalnej rozdzielczości 1280×800 . Jeden piksel ma średnicę $28 \mu\text{m}$. Przepustowość kamery wynosząca 25 Gpx/s pozwala na nagranie filmów z prędkością do miliona klatek na sekundę. W maksymalnej rozdzielczości możliwe jest nagranie wideo z prędkością 25 600 klatek na sekundę. Maksymalna czułość kamery to ISO 6 400. Kamerę połączono z komputerem pomiarowym za pomocą portu Ethernet, wykorzystano oprogramowanie używane do analizy sygnału PCC (Phantom Camera Control) firmy Vision Research [95] oraz TEMA Motion firmy Image Systems [96].

Do doświetlania użyto dwie lampy LED firmy Easy Led PRO 2X Oslon 60, o mocy 60 W każda [97]. Każda z lamp emituje strumień świetlny na poziomie 6 000 lm [98]. Do nagrań zastosowano dwa obiektywy: Zeiss Plannar T* 50mm F/1.4 ZF.2 [99] oraz Nikon 200 mm F4.0. ED-IF AF Micro-Nikkor [100].



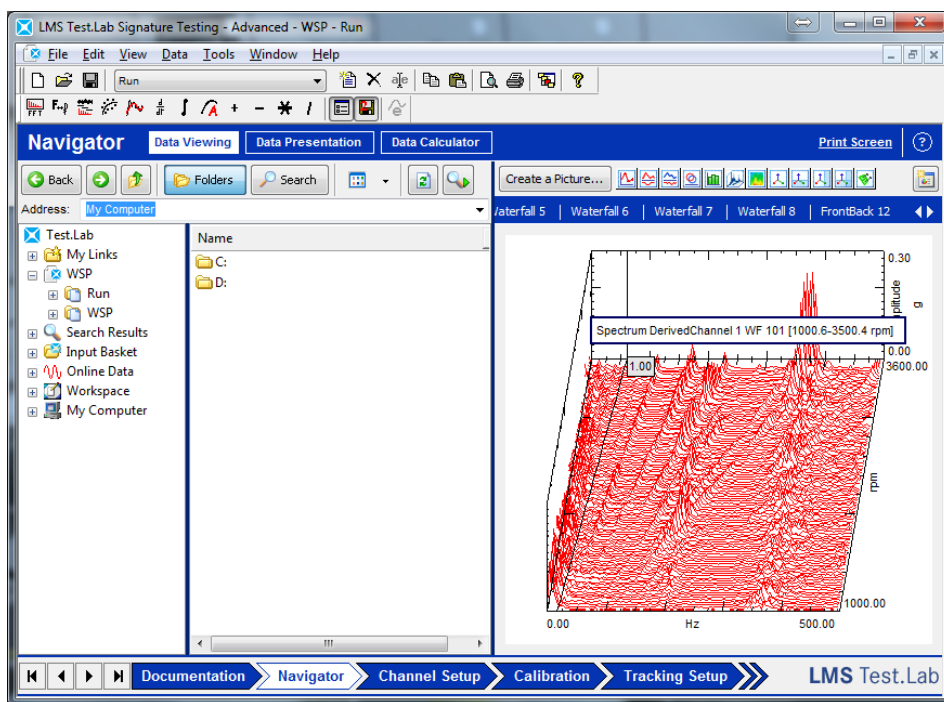
Rys. 3.6. Szybka kamera Phantom v2512 firmy Vision Research widoczna jest po prawej stronie, w środkowej części znajdują się doświetlające lampy LED, a po lewej stronie widoczne jest stanowisko laboratoryjne

W trakcie przygotowywania stanowiska laboratoryjnego wykorzystano dwa przyrządy. Pierwszy z nich to uniwersalny miernik i analizator drgań z funkcją wyważania w łożyskach własnych Diamond 401 [101], wyprodukowany przez firmę MJB [102] (rys. 3.7a). Za pomocą tego urządzenia wyważono wirnik. Drugi to OPTALIGN smart RS firmy Prüftechnik [103] (rys. 3.7b), służący (wraz z czujnikami laserowymi) do wyosiowania wału podpartego na łożyskach ślizgowych oraz wału silnika.



3.2. Program Test.Lab

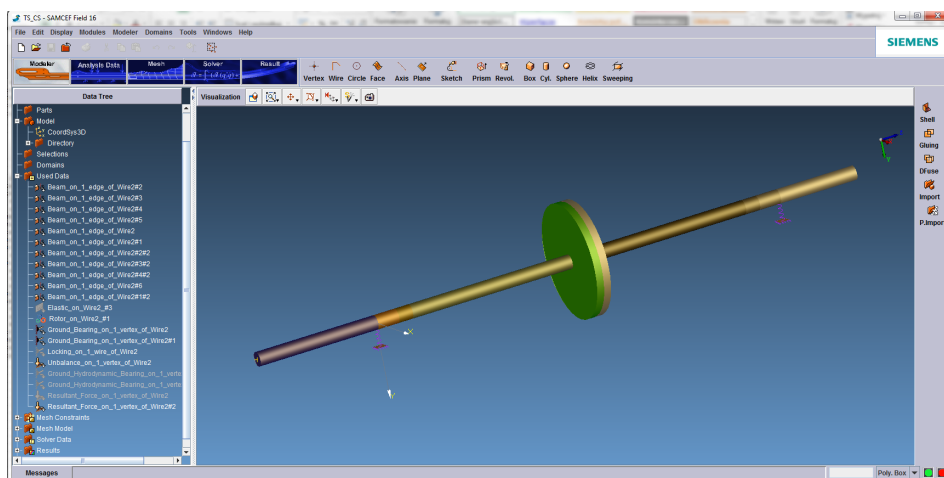
Program Test.Lab (rys. 3.8) służy do akwizycji i przetwarzania danych eksperymentalnych z wielokanałowego analizatora SCADAS Mobile. Jest to kompletne, zintegrowane środowisko łączące możliwość szybkiego wielokanałowego zapisu z narzędziami umożliwiającymi analizę danych i generowanie raportów. Program umożliwia tworzenie wykresów kaskadowych, analizę rzędów, operacje na sygnale w dziedzinie czasu i częstotliwości. Oprogramowanie stworzone zostało przez firmę LMS International, a od 2013 roku rozwijane jest przez firmę Siemens [76]. Za pomocą programu Test.Lab w wersji 11B zbierano dane z czujników pomiarowych. Na rys. 3.8 pokazano główne okno przedstawiające graficzny interfejs użytkownika (ang. GUI – graphical user interface) programu.



Rys. 3.8. Okno programu Test.Lab 11B

3.3. Program Samcef Rotors

Program Samcef Rotors (rys. 3.9) umożliwia numeryczną analizę ruchu maszyn obrotowych wraz z łożyskami, przekładniami i elementami łączącymi [76]. Ułatwia on analizę dynamiczną maszyn takich jak silniki samolotowe, turbosprężarki, pompy czy wentylatory. Program bazuje na metodzie elementów skończonych (MES) [104–110]. Oprogramowanie umożliwia obliczenia postaci i częstości drgań własnych dla złożonych układów typu wirnik – łożyska – fundament oraz sprawdzenie ich odpowiedzi na wymuszenia. Istnieje możliwość uwzględnienia nieobracających się części (takich jak statory, obudowy itp.). Program Samcef Rotors jest częścią pakietu Samcef Field. Firma Samtech początkowo rozwijająca program została przejęta przez firmę LMS International, zmieniając nazwę na LMS Samtech. Od 2013 roku aplikacja rozwijana jest przez firmę Siemens. Na rys. 3.9 pokazano główne okno przedstawiające GUI.

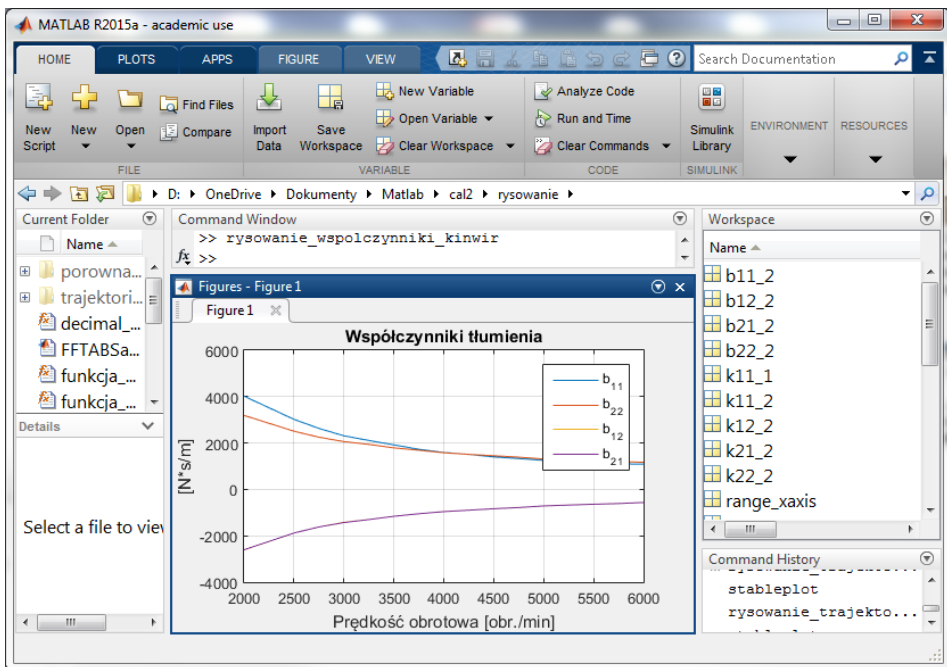


Rys. 3.9. Okno programu Samcef Rotors

W programie Samcef Rotors przeprowadzono weryfikację algorytmu do eksperymentalnego wyznaczania współczynników masy, tłumienia oraz sztywności. Program posłużył również do analizy wrażliwości opisaney metody.

3.4. Program MATLAB

MATLAB jest językiem programowania wysokiego poziomu, jest to jeden z najważniejszych produktów firmy The MathWorks, Inc. [111]. Jego polecenia, operatory i funkcje stosuje się do obliczeń numerycznych (w tym na macierzach i na liczbach zespolonych) [112, 113]. Ponad 1 300 funkcji MATLAB-a (opisanych w dokumentacji) realizuje algorytmy numeryczne [114], operacje na macierzach, i wiele innych zaawansowanych operacji matematycznych [115, 116]. Interfejs GUI umożliwiający obsługę programu pokazano na rys. 3.10.

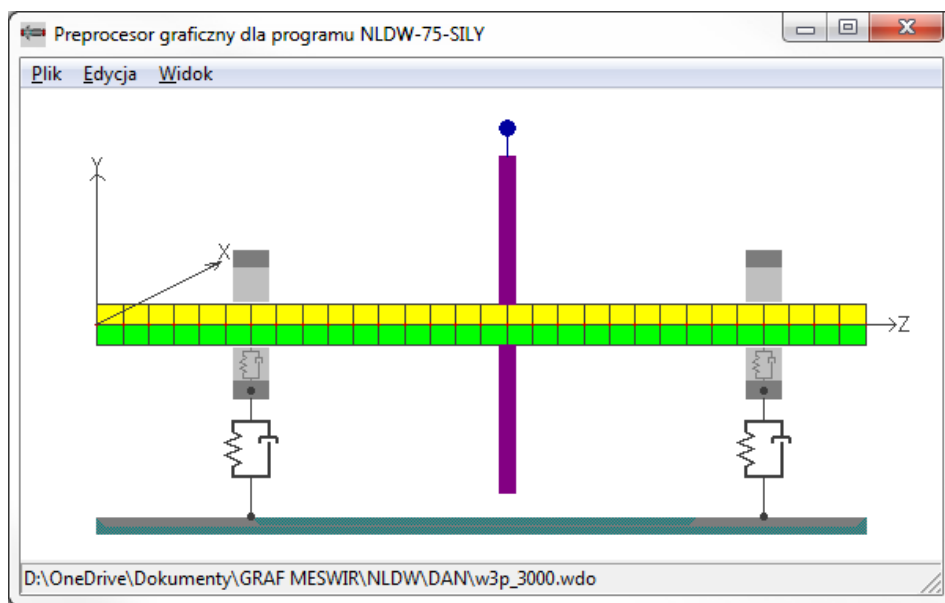


Rys. 3.10. Okno programu MATLAB

MATLAB zawiera szeroki zestaw funkcji graficznych umożliwiających tworzenie bardzo rozbudowanych wykresów funkcji [117, 118]. W ramach pracy nad niniejszą monografią wykorzystano środowisko GUIDE. Umożliwia ono projektowanie i implementowanie własnych interfejsów graficznych do aplikacji MATLAB [119, 120]. W środowisku MATLAB (wraz z dodatkiem GUIDE) stworzono programy do przygotowania i przetwarzania sygnałów [121].

3.5. Programy serii MESWIR (KINWIR, LDW, NLDW)

MESWIR to zespół programów komputerowych tworzących spójne środowisko do analizy maszyn wirnikowych [2, 122]. Od wielu lat jest on rozwijany w Instytucie Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku w Zakładzie Dynamiki i Diagnostyki Turbin (wcześniejsza nazwa: Zakład Dynamiki Wirników i Łożysk Ślizgowych), pod kierownictwem prof. dr. hab. inż. Jana Kicińskiego. Są to programy unikatowe w skali kraju i niedostępne komercyjnie. Pozwalają one na modelowanie oddziaływań dynamicznych złożonych układów wirnik – łożyska – fundament metodą analizy liniowej i nieliniowej. Możliwe jest również modelowanie wymiany ciepła w węzłach łożyskowych. Przykładowy model przygotowany w programie NLDW przedstawiono na rys. 3.11.

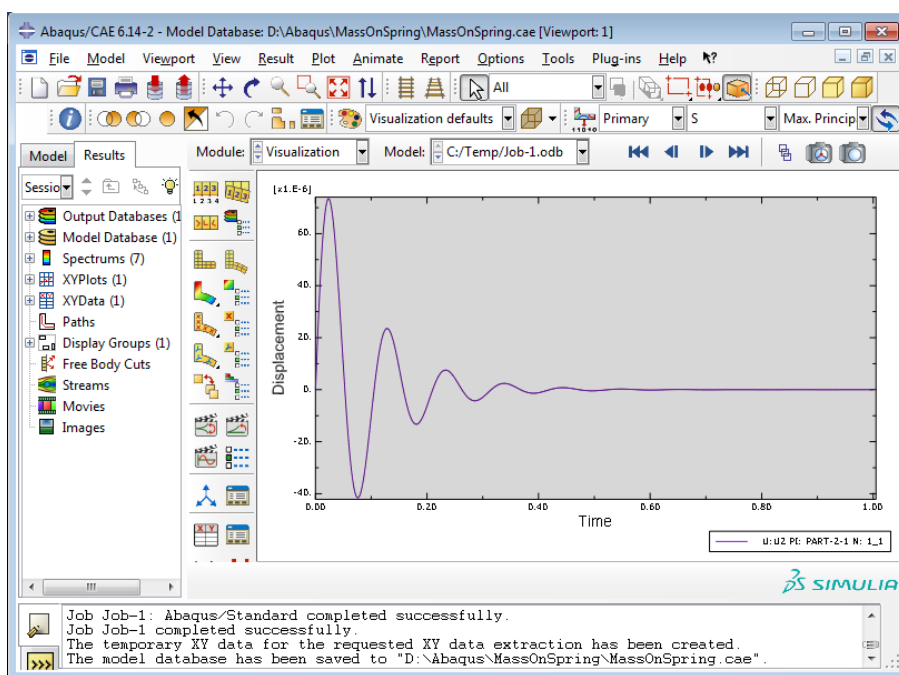


Rys. 3.11. Okno programu GRAFMESWIR – interfejs graficzny programu NLDW

W ramach badań wykorzystano programy KINWIR, LDW oraz NLDW wraz z odpowiednimi modułami graficznymi. W programie KINWIR obliczono liniowe współczynniki sztywności i tłumienia, a w programie LDW wyznaczono przemieszczenia czopów. Za pomocą programu NLDW przeprowadzono obliczenia nieliniowe przemieszczeń czopów.

3.6. Program Abaqus

Program Abaqus (rys. 3.12) jest kompletnym, nowoczesnym narzędziem do prowadzenia obliczeń w zakresie mechaniki ośrodków ciągłych i mechaniki płynów [123]. Wykorzystuje on algorytm metody elementów skończonych (MES). Program Abaqus rozwijany jest od 1978 roku, początkowo przez firmę Hibbit, Karlsson & Sorensen, a od 2005 przez międzynarodowy koncern Dassault Systèmes z siedzibą we Francji [124]. Program Abaqus oferuje środowisko graficzne do tworzenia modeli oraz wizualizacji wyników obliczeń. Abaqus/CAE jest kompletnym pre- i postprocesorem umożliwiającym przeprowadzenie całego procesu symulacji [125].



Rys. 3.12. Okno programu Abaqus/CAE 6.14-2

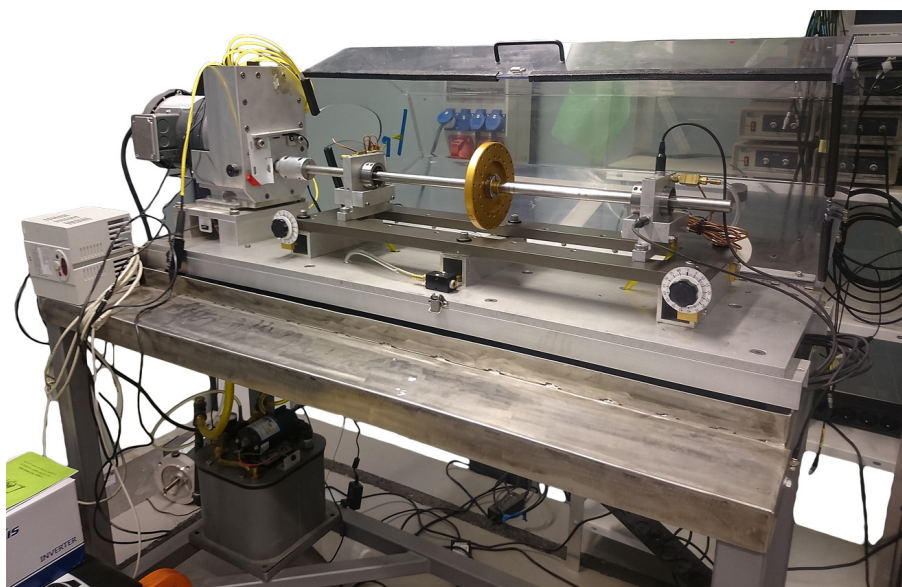
Abaqus-a użyto do weryfikacji poprawności obliczeń eksperymentalnych współczynników sztywności i tłumienia łożysk hydrodynamicznych. Analizy wykonano w module Abaqus/Explicit przeznaczonym do analizy szybkozmiennych zjawisk dynamicznych. Zastosowano jawną metodę całkowania równań ruchu, dzięki czemu możliwe jest uzyskanie stabilnych rozwiązań nawet przy szybkozmiennych, ekstremalnych obciążeniach dynamicznych.

4. Charakterystyka obiektu badań

Badania eksperymentalne przeprowadzono na stanowisku laboratoryjnym produkcji firmy Spectra Quest. Zastosowane modele numeryczne odzwierciedlają geometrię i parametry tego stanowiska.

4.1. Podstawowe dane techniczne stanowiska laboratoryjnego

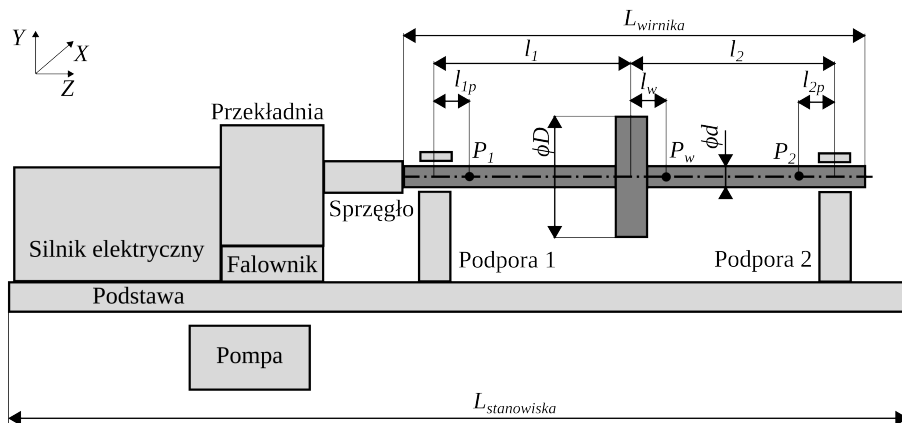
Stanowisko laboratoryjne do badania małogabarytowych wirników zbudowano w celu analizowania układu wirnik – łożyska oraz badania defektów takich jak uszkodzenia łożysk, niewyważenie wirnika, niewspółosiowość itp. [87]. Zdjęcie stanowiska przedstawione jest na rys. 4.1. Waga stanowiska bez konstrukcji podpierającej to ok. 60 kg.



Rys. 4.1. Widok stanowiska laboratoryjnego

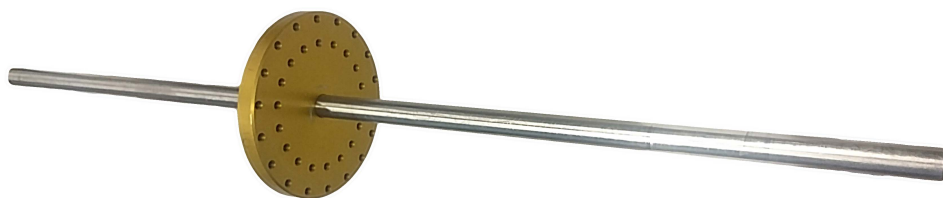
Na rys. 4.2 pokazano schemat stanowiska laboratoryjnego z zaznaczonymi wymiarami oraz najważniejszymi elementami konstrukcji. Długość stanowiska wynosi 1250 mm, jego szerokość jest równa 360 mm, a wysokość 650 mm. Zaznaczony też jest układ współrzędnych używany podczas badań eksperymentalnych. Podstawę stanowiska laboratoryjnego stanowi płyta stalowa o grubości 13 mm. Przymocowane są do niej dwa ceowniki z gumowymi wspornikami, które

pozwalają na regulację wysokości i poziomowanie. Wirnik zamocowano w dwóch podporach łożyskowych, ale istnieje również możliwość zamontowania trzeciej podpory. Układ napędzany był za pomocą silnika trójfazowego firmy Marathon Electric [126] o maksymalnej prędkości obrotowej 3 450 obr/min, który był regulowany za pomocą falownika SV015iC5-1F firmy LS, o mocy 1,5 kW [127]. Silnik połączony był z przekładnią zwiększającą prędkość obrotową ok. 3,5-krotnie. Opisany układ napędowy umożliwia uzyskanie prędkości obrotowej do 12 000 obr/min. Przekładnia połączona jest z wirnikiem za pomocą sprzęgła sztywnego. Średnica sprzęgła wynosi 50 mm, a jego długość to 60 mm. Układ zasilania łożysk napędzany był przez pompę Shurflo 8050–305–526 [128]. Maksymalne ciśnienie generowane przez pompę to 0,24 MPa. Ciśnienie oleju podczas badań eksperymentalnych wynosiło 0,16 MPa.



Rys. 4.2. Schemat stanowiska laboratoryjnego

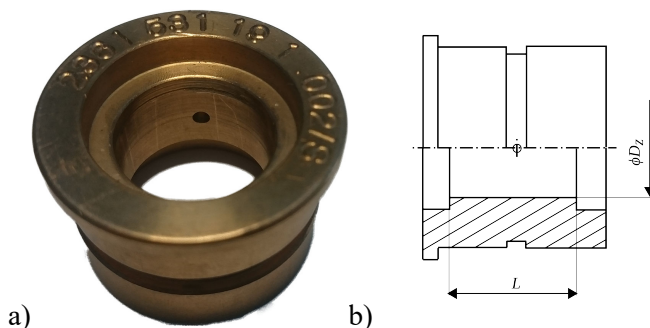
Badany wirnik ma długość $L_{wirnika} = 920$ mm. Odległość od sprzęgła do pierwszej podpory wynosiła 170 mm. Wirnik umieszczono w dwóch podporach łożyskowych. Odległość pomiędzy podporami (tj. suma $l_1 + l_2$) wynosiła 580 mm. Łożysko znajdujące się bliżej silnika oznaczone jest numerem 1, a łożysko znajdujące się na drugim końcu wirnika oznaczone jest numerem 2, konsekwentnie w całej pracy. Dokładnie w środku pomiędzy podporami znajdowała się tarcza wirnikowa, a zatem długości l_1 i l_2 są sobie równe (patrz rys. 4.2). Średnica wirnika wynosiła 19,02 mm, a średnica tarczy to 152,4 mm. Posiadała ona 36 gwintowanych otworów, dzięki temu możliwe jest wyważanie wirnika (rys. 4.3). Jedno-płaszczyznowe wyważanie polega na wkręcaniu w gwintowane otwory dodatkowego obciążenia np. w postaci śrub. Wał razem z dyskiem przyjęto nazywać wirnikiem. Wirnik w raz z łożyskami nazywany był zespołem wirnika.



Rys. 4.3. Badany wirnik i tarcza wirnikowa z otworami do wyważania

Jednoosiowe czujniki przemieszczenia umieszczono w podporach łożyskowych. Czujniki wiropędowe znajdowały się w punktach P_1 oraz P_2 , znajdujących się w równych odległościach ($l_{1p} = l_{2p} = 25$ mm) od środków łożysk. Czujniki mierzące przemieszczenia w kierunku X znajdowały się w odległości 20 mm od środków łożysk, natomiast czujniki mierzące przemieszczenia w kierunku prostopadłym do osi X były umiejscowione w odległości 30 mm od środków łożysk. Przesunięcie takie jest konieczne ze względu na to, że czujniki wiropędowe nie mogą pracować w jednej płaszczyźnie. Czujniki wiropędowe umieszczono pod kątem 90° względem siebie (i 45° względem globalnego układu odniesienia). Wymuszenie za pomocą młotka modalnego miało miejsce w punkcie P_w leżącym w odległości $l_w = 30$ mm od środka tarczy wirnikowej. Układ wirnik – łożyska ze względów bezpieczeństwa wyposażono w zamykaną osłonę wykonaną z mocnego, przezroczystego tworzywa sztucznego.

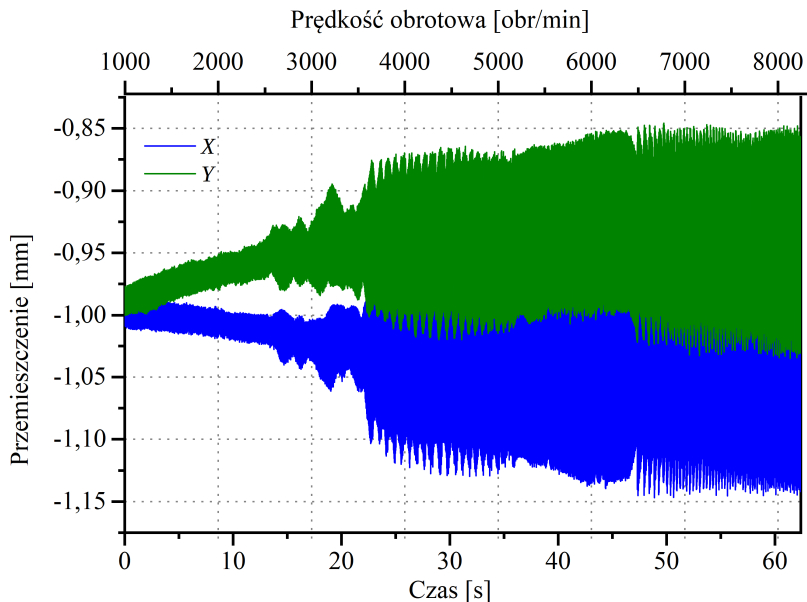
Wirnik łożyskowany był za pomocą dwóch łożysk hydrodynamicznych o jednakowych parametrach geometrycznych i długości $L = 12,6$ mm. Szczelina smarna (odniesiona do promienia wału) wynosiła $76\text{ }\mu\text{m}$. Zdjęcie panwi łożyska oraz jego schemat przedstawiono na rys. 4.4. Łożyska zasilane były z dwóch otworów umieszczonych po prawej i lewej stronie wału o średnicy 2,54 mm. Do zasilania łożysk zastosowano olej o klasie lepkości ISO 13.



Rys. 4.4. a) Łożysko hydrodynamiczne. b) Schemat łożyska

4.2. Analiza dynamiki wirnika

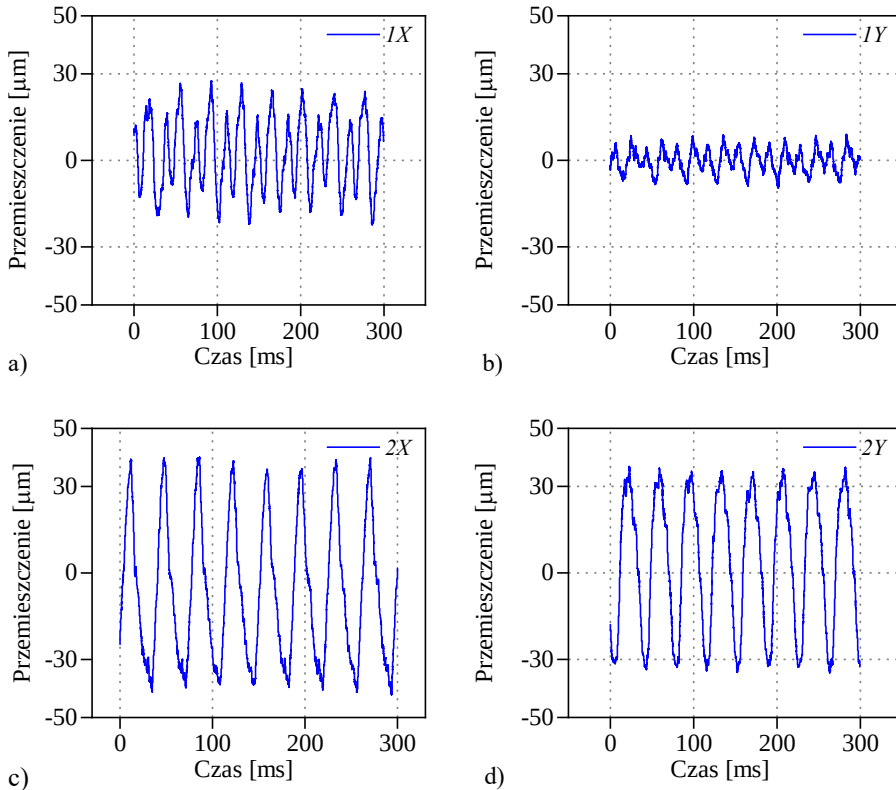
Na rys. 4.5 pokazano sygnał zarejestrowany przez czujniki wiropływowe mierzące przemieszczenia w pobliżu podpory nr 2 (punkt P_2 na rys. 4.2). Na wykresie widoczny jest rozruch stanowiska laboratoryjnego, czyli jednostajne zwiększanie prędkości obrotowej wirnika. Rozbieg trwał 62,4 s. W tym czasie prędkość zwiększana była od 1000 obr/min do 8400 obr/min. Widać, że położenie czopa wirnika zmienia się wraz ze wzrostem prędkości obrotowej. Czop wirnika zmienia swoje położenie, poruszając się po tak zwanym półokręgu równowagi statycznej [2]. „Klasyczny” przebieg przemieszczeń czopa, pokazujący jak zmienia się amplituda drgań (po odjęciu od wartości minimalnej wartości maksymalnej), przedstawiono na końcu tego podrozdziału (rys. 4.11).



Rys. 4.5. Rozbieg wirnika w czasie 66,4 s prędkość zwiększana była liniowo od 1000 obr/min do 8400 obr/min

Na rys. 4.6 przedstawiono amplitudy drgań zarejestrowane podczas stabilnej pracy wirnika przy prędkości 3250 obr/min. Jest to zestawienie przedstawiające sygnały rejestrowane w tym samym czasie przez cztery czujniki wiropływowe umieszczone w punktach P_1 i P_2 (rys. 4.2). Pomimo tego, że w układzie zastosowano dwa łożyska o jednakowych parametrach geometrycznych i wirnik był niemal symetryczny, amplituda drgań łożyska pierwszego i drugiego była zauważalnie różna. Amplituda drgań drugiego łożyska wynosiła ok. 80 μm w kierunkach

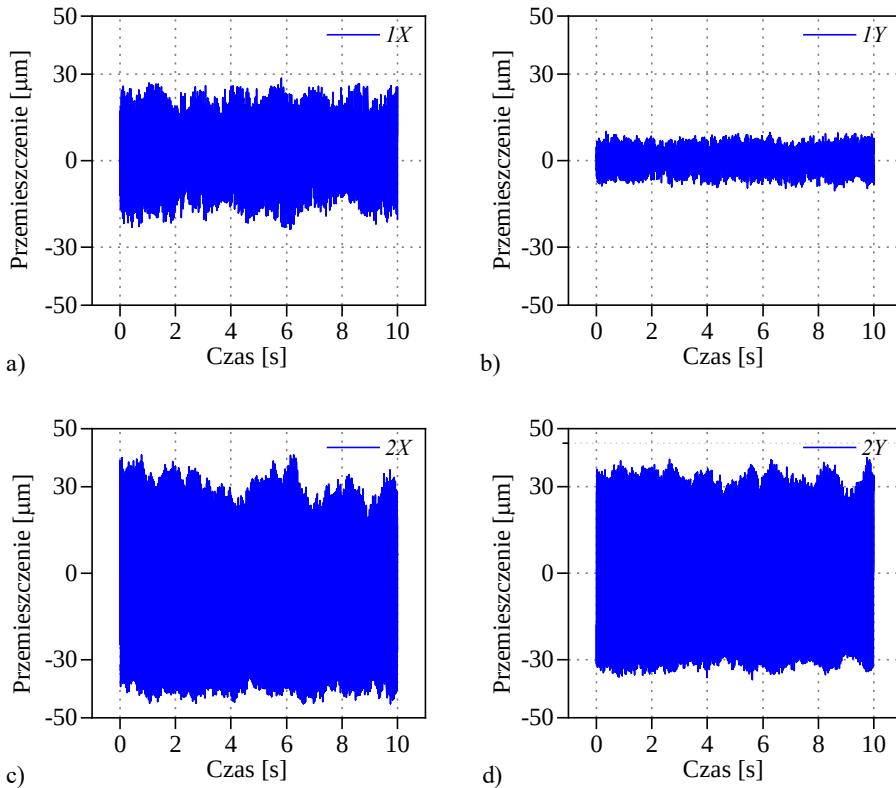
X i Y , natomiast amplituda drgań pierwszego łożyska wynosiła odpowiednio $50\text{ }\mu\text{m}$ i $10\text{ }\mu\text{m}$. Przyczyną tych różnic był wpływ sztywnego sprzęgła oraz przekładni na łożysko nr 1. Mimo że wyraźnie wpływa ono na dynamikę układu wirnikowego, to jednak prawie każda maszyna obrotowa połączona jest z napędem za pomocą sprzęgła. Na wykresie przedstawiono sygnał zarejestrowany w czasie $0,3\text{ s}$. W tym krótkim okresie następuje ok. 8 obrotów wirnika.



Rys. 4.6. Amplituda drgań łożyska nr 1 i 2. Stabilna praca układu wirnikowego z prędkością 3250 obr/min w czasie $0,3\text{ s}$, który odpowiada ok. 8 obrotom. a) Łożysko nr 1 – sygnał zarejestrowany w kierunku X . b) Łożysko nr 1 – sygnał zarejestrowany w kierunku Y . c) Łożysko nr 2 – sygnał zarejestrowany w kierunku X . d) Łożysko nr 2 – sygnał zarejestrowany w kierunku Y

Jeżeli sygnał jest rejestrowany w dłuższym okresie, np. przez 10 s (co pokazano na rys. 4.7), to oprócz przemieszczeń związanych z prędkością obrotową zmieniających się 3250 razy na minutę możemy zaobserwować „płynięcie wirnika”. Są to zmiany charakterystyczne dla łożysk hydrodynamicznych, kiedy to oprócz ruchu obrotowego wirnik wykonuje również ruch obiegowy względem panwi łożyskowej.

Drgania generowane podczas stabilnej pracy charakteryzują się bardzo dużą złożonością. Oprócz drgań związanych z prędkością obrotową (synchronicznych) w sygnale odnaleźć można także składowe nadsynchroniczne, pod synchroniczne oraz wpływ drgań konstrukcji podpierającej. Zjawiska te generują hałas [129, 130].

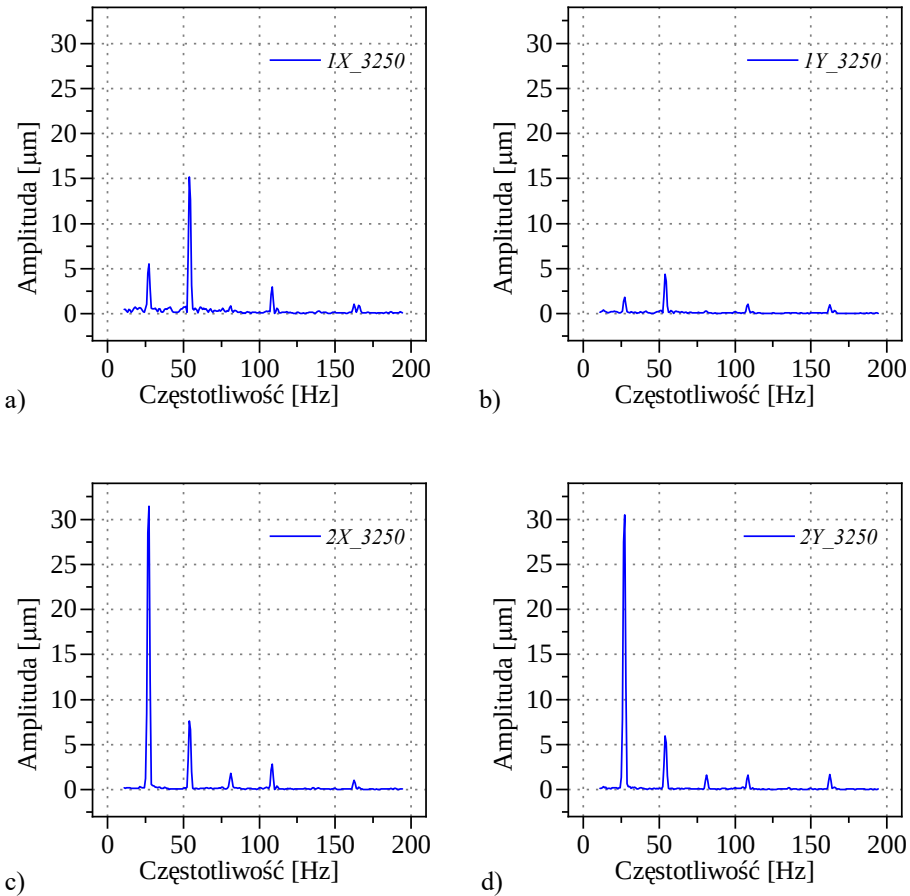


Rys. 4.7. Amplituda drgań łożyska nr 1 i 2. Stabilna praca układu wirnikowego z prędkością 3250 obr/min w czasie 10 s. a) Łożysko nr 1 – sygnał zarejestrowany w kierunku X . b) Łożysko nr 1 – sygnał zarejestrowany w kierunku Y . c) Łożysko nr 2 – sygnał zarejestrowany w kierunku X . d) Łożysko nr 2 – sygnał zarejestrowany w kierunku Y

W celu zdobycia większej ilości informacji dotyczących dynamiki układu konieczne było przeprowadzenie analizy widmowej sygnałów metodą szybkiego przekształcenia Fouriera (FFT) [131] (ang. fast Fourier transform) – jest to algorytm, dzięki któremu możliwa jest reprezentacja sygnału z dziedziny czasu w dziedzinie częstotliwości. Analizę wykorzystano do interpretacji otrzymanych wyników oraz podczas obliczania współczynników dynamicznych łożysk. Jeżeli założymy, że $x_0, \dots, x_{N-1}$ są liczbami zespolonymi, wtedy definicja dyskretnej transformacji Fouriera określona jest wzorem

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi i}{N}nk}, \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (4.1)$$

W programie MATLAB istnieje możliwość zaimplementowania algorytmu FFT w postaci dyskretnej transformacji Fouriera (ang. discrete Fourier transform – DFT), bazującej na sygnale dyskretnym. W załączniku II przedstawiono fragment kodu, dla każdego z łożysk, w programie MATLAB przedstawiający tę operację.

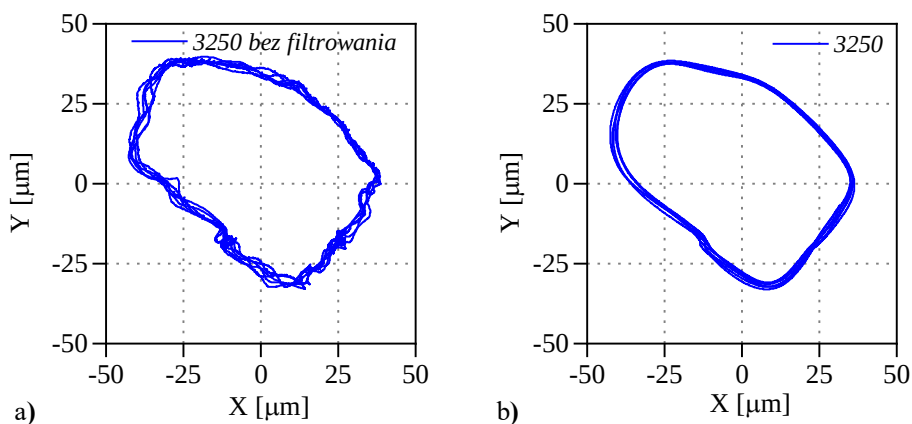


Rys. 4.8. Wyniki analizy częstotliwościowej stabilnej pracy wirnika przy prędkości 3250 obr/min. Widma amplitudowe sygnałów dla łożysk nr 1 i 2: a) łożysko nr 1 – sygnał zarejestrowany w kierunku X , b) łożysko nr 1 – sygnał zarejestrowany w kierunku Y , c) łożysko nr 2 – sygnał zarejestrowany w kierunku X , d) łożysko nr 2 – sygnał zarejestrowany w kierunku Y

Wyniki analizy częstotliwościowej przebiegów czasowych z rys. 4.7 przedstawiono na rys. 4.8. Widma amplitudowe sygnałów są różne dla każdego z łożysk w obu kierunkach. Część a) i b) rysunku to sygnał z pierwszego łożyska w kierunku X oraz Y . Kierunki X i Y są zgodne z oznaczeniami układu współrzędnych na rys. 4.2. Analogicznie części c) i d) przedstawiają sygnały z drugiego łożyska w kierunkach X oraz Y . Składowa synchroniczna, związana z prędkością obrotową, widoczna jest jako zwiększenie amplitudy na wykresie prązek znajdujący się przy ok. 54,2 Hz. W drugim łożysku „dominującą” (najwyższą) składową w dziedzinie częstotliwości są drgania podsynchroniczne ($1/2\times$). Wykresy dla prędkości obrotowych od 2250 do 6000 obr/min (z krokiem co 2250 obr/min) przedstawiono w załączniku nr I.

Dla różnych prędkości obrotowych zaobserwowano różne trajektorie drgań. Do prawidłowego wyświetlenia wyników konieczne było odpowiednie przygotowanie sygnału za pomocą filtru środkowoprzepustowego. Fragment kodu przygotowanego w tym celu w programie MATLAB przedstawiono w załączniku nr II. Parametry filtra dobrano tak, aby „odcinany” był sygnał o częstotliwości powyżej $3\times$ (częstotliwości trzykrotnie przewyższającej częstotliwość synchroniczną) oraz poniżej $1/3\times$ ($1/3$ częstotliwości synchronicznej). Dla każdej prędkości obrotowej zastosowano filtr o różnych parametrach.

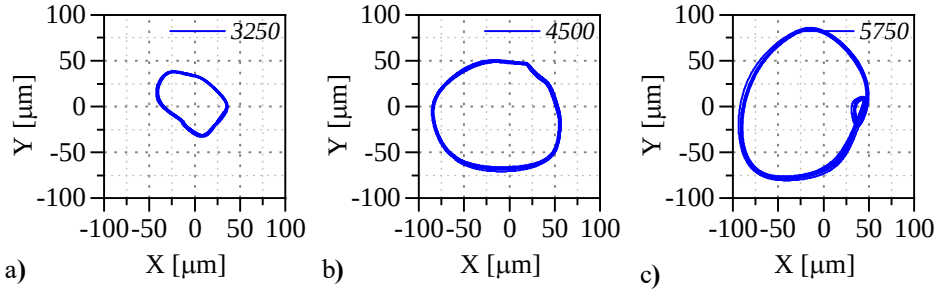
Trajektorię ruchu czopa łożyska nr 2 (12 obrotów wirnika) pokazano na rys. 4.9. Składa się ona z tego samego sygnału pokazanego na rys. 4.6 w kierunkach X oraz Y . Część a) rysunku zawiera sygnał nieprzefiltrowany, część b) – sygnał przefiltrowany według opisanego wcześniej schematu.



Rys. 4.9. Trajektorie ruchu czopa łożyska nr 2 podczas stabilnej pracy przy prędkości 3250 obr/min: a) sygnał zmierzony przez czujniki, b) sygnał po operacji filtrowania

Na rys. 4.10 przedstawiono pracę wirnika dla trzech prędkości obrotowych: dla prędkości mniejsze od prędkości rezonansowej (2750 obr/min), prędkości

około rezonansowej (4500 obr/min) oraz prędkości większej niż prędkość rezonansowa (5000 obr/min). Zestaw 16 trajektorii wirnika dla prędkości obrotowych od 2250 do 6000 obr/min (z krokiem co 2250 obr/min) dla obu łożysk przedstawiono w załączniku nr I.



Rys. 4.10. Zestawienie trajektorii drgań drugiego łożyska dla prędkości: a) niższej od prędkości rezonansowej (3250 obr/min); b) bliskiej prędkości rezonansowej (4500 obr/min); c) wyższej od prędkości rezonansowej (5750 obr/min)

Jednym z parametrów oceny stanu dynamicznego maszyn wirnikowych jest obserwacja zmian amplitudy drgań (maksymalnych przemieszczeń) w funkcji prędkości obrotowej. W celu określenia stanu dynamicznego układu modelowego wykorzystano sygnały z czterech czujników wiropędowych. Wykres pokazany na rys. 4.11 powstał na podstawie sygnałów generowanych podczas pracy ze stałymi prędkościami obrotowymi. Obliczenia wykonano w trzech krokach: w pierwszym dla każdej prędkości obrotowej zarejestrowano sygnały trwające po 10 s. W drugim kroku każdy z tych sygnałów podzielono na 40 fragmentów zawierających po 12 800 próbek pomiarowych. W trzecim kroku dla każdego fragmentu obliczono maksymalne przemieszczenie (od wartości maksymalnej odjęto wartość minimalną przemieszczenia). Na podstawie czterdziestu wartości otrzymanych w ten sposób (dla każdej prędkości obrotowej), obliczono wartość średnią oraz odchylenie standardowe według następujących zależności [132]:

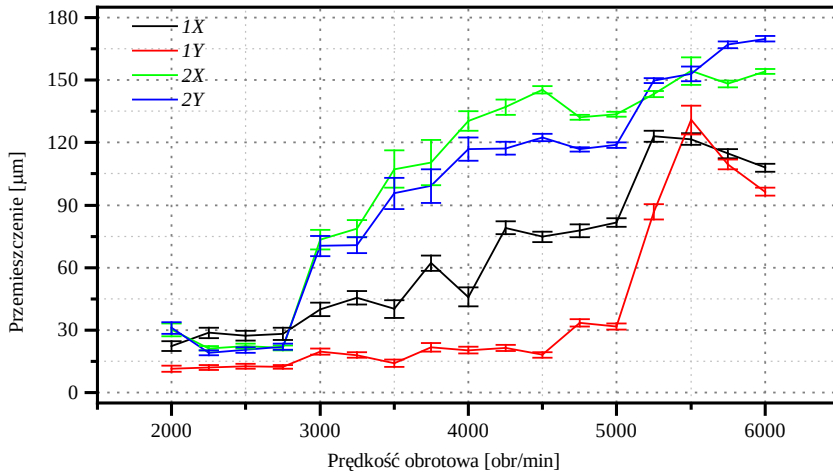
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (4.2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \quad (4.3)$$

gdzie x_i to kolejne obliczone wartości, n to liczba próbek, a $n = 12\,800$.

Wartości średnie maksymalnych przemieszczeń drgań czopów łożysk wraz z ich odchyleniami standardowymi dla całego zakresu prędkości obrotowych

przedstawiono na rys. 4.11. Oznaczenia na wykresie są zgodne z globalnym układem współrzędnych przedstawionym na rys. 4.2. Wzrost amplitudy drgań drugiego łożyska od 2750 obr/min do 4500 obr/min, a następnie jej spadek przy prędkości 4750 obr/min, świadczy o rezonansie wirnika. Większa wartość odchylenia standardowego świadczyła o większych różnicach pomiędzy maksymalnymi przemieszczeniami zarejestrowanymi dla danej prędkości obrotowej.

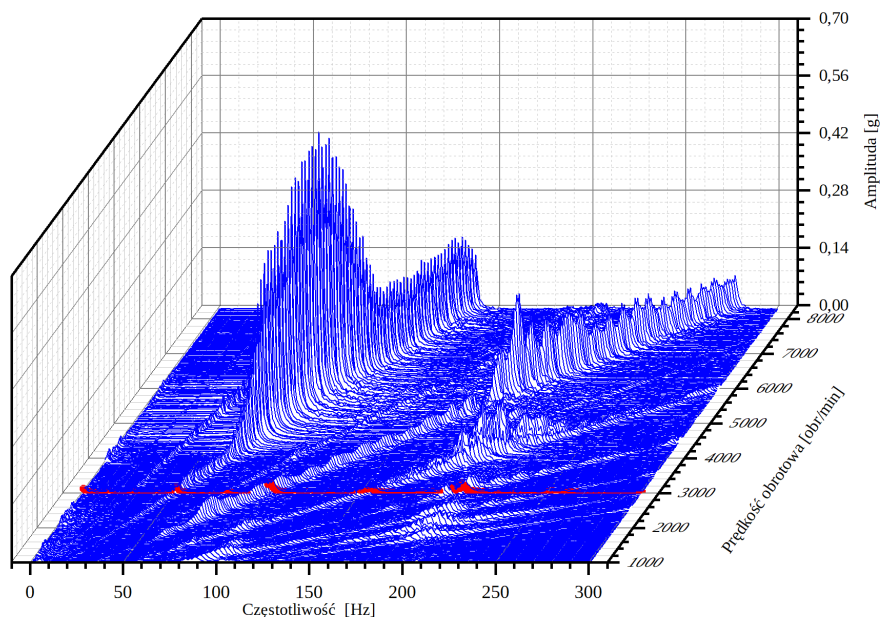


Rys. 4.11. Przemieszczenie czopu wirnika

4.3. Analiza konstrukcji podpierającej

Na drgania układu wirującego wpływają nie tylko wirnik i łożyska, ale również cała konstrukcja podpierająca [133]. Na rys. 4.12 przedstawiono wykres kaskadowy sporządzony na podstawie danych zebranych za pomocą akcelerometru umieszczonego na drugiej podporze łożyskowej rejestrującego przyspieszenia w kierunku X (poziomym). Zarejestrowano rozbieg od prędkości obrotowej 1000 obr/min do prędkości 8400 obr/min. Na skośnej osi oznaczono prędkość obrotową, na osi poziomej oznaczono częstotliwość sygnału po analizie FFT, a na osi pionowej przedstawiono wartość amplitudy przyspieszeń drgań. Kolejnymi skośnymi liniami, które można poprowadzić od lewego dolnego narożnika przez szczyty zwiększonych amplitud drgań, oznaczyć można drgania synchroniczne ($1\times$), nadsynchroniczne ($2\times$, $3\times$ itd.) oraz pod synchroniczne ($1/2\times$, $1/3\times$ itd.). Poziome linie wykresu rozpatrywane pojedynczo przedstawiają wyniki analizy Fouriera sygnału dla kolejnych prędkości obrotowych. Czerwona pozioma linia

przedstawia wyniki analizy widmowej metodą FFT sygnału z czujnika umieszczonego na podporze łożyskowej dla prędkości 3000 obr/min. Wykresy kaskadowe widm amplitudowych dla dwóch łożysk przedstawiono w załączniku nr I.



Rys. 4.12. Wykres kaskadowy widma amplitudowego przyspieszeń drgań sygnału z akcelerometru umieszczonego na podporze nr 2 rejestrującego przyspieszenie w kierunku X (poziomym); na wykresie zaznaczono wynik analizy częstotliwościowej metodą FFT dla prędkości obrotowej 3000 obr/min (czerwona pozioma linia)

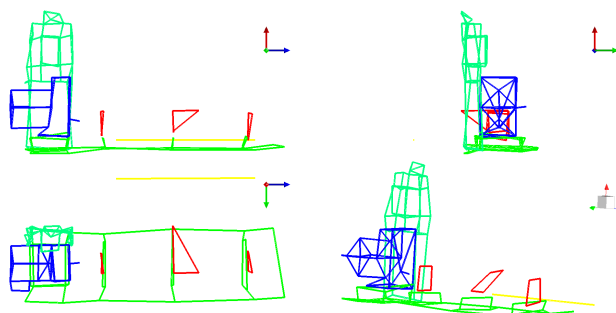
W celu identyfikacji właściwości dynamicznych konstrukcji podpierającej [134] badanego układu wirnikowego przeprowadzono analizę modalną [135]. Jest to technika badania właściwości dynamicznych obiektów mechanicznych. Technika ta polega na określeniu częstości drgań własnych, postaci drgań własnych oraz współczynników tłumienia [136]. Analiza modalna pozwala określić poprawność pracy urządzeń, zmniejszyć ryzyko nagłej awarii oraz zredukować poziom wytwarzanego hałasu. Możliwe jest porównanie częstości wymuszeń w układzie z częstościami drgań własnych. Pokrywanie się tych wartości prowadzi do rezonansu [137–139]. Podczas badań wykorzystano pięć akcelerometrów trójosiowych firmy PCB Piezotronics. Do mocowania czujników przyspieszeń drgań użyto wosku, a do wymuszenia zastosowano młotek modalny PCB (rys. 3.4). W przeprowadzonej analizie modalnej zastosowano „białą końcówkę”, wykonaną z tworzywa sztucznego, pozwalającą na wymuszanie układu w zakresie częstotliwości do 3 kHz. Zestawienie częstości drgań własnych pierwszych dziesięciu postaci drgań własnych i odpowiadające im współczynniki tłumienia zestawiono

w tabeli 4.1. Im wyższa wartość współczynników tłumienia, tym bardziej tłumione będą poszczególne postacie drgań własnych.

Tabela 4.1. Kolejne częstotliwości drgań własnych i odpowiadające im wartości tłumienia obliczone dla stanowiska laboratoryjnego

Nr częstości	Częstotliwość [Hz]	Tłumienie [%]
1	286,65	2,39
2	397,77	4,14
3	473,57	1,51
4	1060,20	2,06
5	1130,07	1,71
6	1292,66	1,76
7	1592,07	1,64
8	1772,66	0,96
9	1959,43	1,00
10	2326,92	1,00

Na rys. 4.13 przedstawiono pierwszą postać drgań własnych, występującą przy częstotliwości ok. 287 Hz. Głównymi elementami konstrukcji podpierającej biorącymi udział w drganiach są podpory łożyskowe. Cenną informacją wynikającą z przeprowadzonej analizy jest fakt, że częstotliwość pierwszej postaci drgań własnych jest wysoka, a zatem nie wpływa znacząco na obliczenia współczynników dynamicznych łożysk.



Rys. 4.13. Pierwsza postać drgań własnych konstrukcji podpierającej badanego układu wirnikowego [135]

4.4. Podsumowanie rozdziału 4

Eksperymentalne wyznaczenie współczynników sztywności, tłumienia oraz masy łożysk wymaga odpowiedniej interpretacji zmierzonego sygnału, konieczna jest zatem znajomość właściwości dynamicznych stanowiska laboratoryjnego. W niniejszym rozdziale przedstawiono opis układu wirnika podpartego na łożyskach hydrodynamicznych wraz z charakterystyką konstrukcji podpierającej. Wyszczególniono jego najważniejsze elementy oraz wymiary. Zaprezentowano charakterystyki bazowe stanowiska, przedstawiające sygnał, jaki może zostać zmierzony podczas stabilnej pracy oraz rozbiegu.

Pokazano sygnał zarejestrowany za pomocą czujników wiropędowych dla prędkości 3250 obr/min, na podstawie którego wykonano obliczenia współczynników dynamicznych łożysk hydrodynamicznych. Ich wartości są prezentowane w dalszej części tej pracy. Szczególnie ważna w analizie wyników jest obserwacja widm amplitudowych sygnału. To w dziedzinie częstotliwości wykonywane były operacje konieczne do obliczeń współczynników dynamicznych łożysk. Analiza częstotliwościowa metodą FFT przeprowadzana jest dla sygnału sinusoidalnego. Za jej pomocą można wykonać „dekompozycję” sygnału i określić jakie są składowe (m.in. amplitudy i częstotliwości) zebranego sygnału. Jest to powszechnie stosowany sposób identyfikacji stanu dynamicznego maszyn wirnikowych.

Trajektorie drgań czopa otrzymane są po umieszczeniu na jednym wykresie drgań generowanych w kierunkach X i Y , oraz ich odpowiednim przefiltrowaniu. Przedstawiono trajektorie dla kilku prędkości obrotowych. W załączniku I zestawiono trajektorie zarejestrowane dla dwóch łożysk, dla szesnastu prędkości obrotowych, od 2250 obr/min do 6000 obr/min (z krokiem co 2250 obr/min). Zestawienie to, sporządzone na wykresach w jednej skali, obrazuje zachowanie maszyny wirnikowej. Bardzo ogólnie można stwierdzić, że dodatkowe mniejsze „pętle” oprócz elipsy generowanej przez niewyważenie wirnika świadczą o występowaniu drgań pod synchronicznych. Zakrzywienia głównej orbity drgań wskazują na wystąpienie drgań o wyższych częstotliwościach (nad synchronicznych). W załączniku I przedstawiono analizę FFT sygnału zarejestrowanego dla całego zakresu prędkości obrotowych. Obserwacja trajektorii drgań i wykresów w dziedzinie częstotliwości umożliwia ocenę stanu dynamicznego maszyny oraz jej diagnostykę [140–143].

Wykresy zmian amplitudy drgań wirnika w funkcji prędkości obrotowej sporządzono poprzez odjęcie od maksymalnej wartości amplitudy sygnału zarejestrowanego przez czujnik wiropędowy wartości minimalnej tej amplitudy, następnie obliczono wartości średnie i odchylenia standardowe. Wzrost amplitudy drgań w okolicy prędkości 4500 obr/min, a następnie jej spadek, związany jest z rezonansem wirnika [144]. Większe wartości odchylenia standardowego, zaznaczonego jako błąd na wykresie, świadczą o większych zmianach mierzonej amplitudy i związane są z ruchem unoszenia.

Wykres kaskadowy widma amplitudowego w przeciwieństwie do wcześniej opisanych wyników nie opisuje drgań wirnika, ale całej konstrukcji podpierającej. Konstrukcja w sposób bezpośredni wpływa na pracę maszyny wirnikowej. Na wykresie kaskadowym, sporządzonym na podstawie danych zarejestrowanych przez czujnik przyspieszeń, przedstawiono sygnał dla rozbiegu od 1000 obr/min do 8400 obr/min. Wykres ten ilustruje, jak zmienia się sygnał w dziedzinie częstotliwości podczas zmian prędkości obrotowej. Zwiększenie amplitudy (od lewego dolnego narożnika w kierunkach skośnych) informuje nas o drganiach zmieniających się wraz z prędkością obrotową. Natomiast zwiększenie amplitudy drgań prostopadle do osi poziomej (niezmieniające się wraz z prędkością obrotową) świadczy o występowaniu drgań rezonansowych konstrukcji.

Przeprowadzenie analizy modalnej umożliwiło określenie postaci i częstości drgań własnych oraz odpowiadających im współczynników tłumienia. Okazuje się, że pierwsza postać drgań własnych ujawnia się przy częstotliwości ok. 287 Hz. Informacja ta oznacza, że drgania rezonansowe konstrukcji wywołane niewyważeniem przy prędkości synchronicznej „ujawnia się” podczas pracy przy prędkości obrotowej 17 220 obr/min. Badania eksperymentalne przeprowadzono dla niższych prędkości, nie oznacza to jednak, że postać ta nie zostanie wzbudzona. Postać drgań własnych może być wzbudzona przez wyższe lub niższe składowe harmoniczne prędkości obrotowej. Jednak nie powinny one mieć dużego wpływu na dynamikę wirnika.

Wszystkie powyższe analizy stanowią wstęp do dalszych badań eksperymentalnych i numerycznych. Opisane obliczenia współczynników dynamicznych łożysk polegały – mówiąc w dużym skrócie – na wymuszeniu obracającego się wirnika za pomocą młotka modalnego i odpowiednim przetwarzaniu zmierzonych sygnałów. Znajomość podstawowych charakterystyk maszyny wirnikowej umożliwia dokładną interpretację wyników zaprezentowanych w dalszej części pracy.

5. Procedura eksperymentalnego wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk

W niniejszym rozdziale przedstawiono procedurę eksperymentalnego wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk. Znając wartość siły wymuszającej oraz odpowiedzi układu wirnikowego w miejscu łożysk można obliczyć współczynniki sztywności, tłumienia oraz masy. Zbudowano model numeryczny wirnika w programie Samcef Rotors, a następnie wygenerowano w nim sygnał analogiczny do tego z doświadczenia. Ponieważ w modelu znane były współczynniki sztywności i tłumienia łożysk możliwa była weryfikacja procedury obliczeń.

5.1. Algorytm obliczeń

Metodę impulsowego wyznaczania współczynników sztywności, tłumienia oraz masy przedstawiono w artykule autora niniejszej monografii [145]. Ruch punktu materialnego można opisać za pomocą równania

$$\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t). \quad (5.1)$$

Po zastosowaniu transformacji Laplace'a i równań Eulera-Lagrange'a otrzymujemy kolejno równania:

$$m(j\omega)^2 X(s) + c(j\omega)X(s) + kX(s) = F(s), \quad (5.2)$$

$$[(k - m\omega^2) + d(j\omega)]X_0 e^{j\phi_x} = F_0 e^{j\phi_F}, \quad (5.3)$$

$$[(k - m\omega^2) + d(j\omega)]X_0 (\cos\phi_x + j\sin\phi_x) = F_0 (\cos\phi_F + j\sin\phi_F). \quad (5.4)$$

W powyższych wzorach x oznacza przemieszczenie, $\dot{x}$ – prędkość, $\ddot{x}$ jest przyspieszeniem. Masę oznaczono m , sztywność – k , siłę wymuszającą – F_0 , a prędkość obrotową – ω . Równanie ruchu dla jednego łożyska (dla modelu przedstawionego na rys. 5.1b) opisać można za pomocą równań

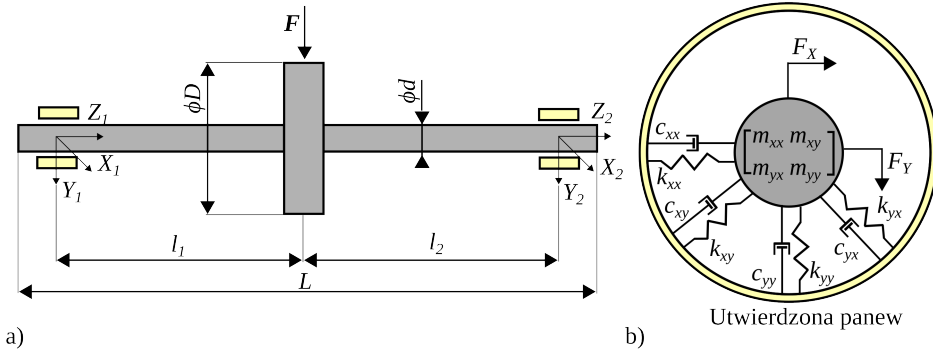
$$\begin{aligned} -m_{xx}\omega^2 X_x - m_{xy}\omega^2 X_y + k_{xx}X_x + c_{xx}j\omega X_x + k_{xy}X_y + c_{xy}j\omega X_y &= F_x, \\ -m_{yy}\omega^2 Y_y - m_{yx}\omega^2 Y_x + k_{yy}Y_y + c_{yy}j\omega Y_y + k_{yx}Y_x + c_{yx}j\omega Y_x &= F_y. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Równania te można zapisać w formie macierzowej [146] jako

$$\begin{bmatrix} k_{xx} - m_{xx}\omega^2 + c_{xx}j\omega & k_{xy} - m_{xy}\omega^2 + c_{xy}j\omega \\ k_{yx} - m_{yx}\omega^2 + c_{yx}j\omega & k_{yy} - m_{yy}\omega^2 + c_{yy}j\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_x & X_y \\ Y_x & Y_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x & 0 \\ 0 & F_y \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Układ opisany w ten sposób daje inną odpowiedź przy wymuszeniu w kierunkach X i Y odpowiednio za pomocą sił wymuszających F_x i F_y . Odpowiedź układu

w kierunku X po wymuszeniu w kierunku Y opisana jest poprzez indeks xy . Model numeryczny wirnika użyty do weryfikacji algorytmu obliczeń powstał na podstawie opisanego wcześniej stanowiska laboratoryjnego.



Rys. 5.1. a) Model wirnika w programie Samcef Rotors. b) Model łożyska

Pierwsza część równania (5.6) definiowana jest jako impedancja i może być podzielona na parametry masy, sztywności i tłumienia:

$$\begin{bmatrix} k_{xx} - m_{xx}\omega^2 + c_{xx}j\omega & k_{xy} - m_{xy}\omega^2 + c_{xy}j\omega \\ k_{yx} - m_{yx}\omega^2 + c_{yx}j\omega & k_{yy} - m_{yy}\omega^2 + c_{yy}j\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\omega^2 & 0 & j\omega & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\omega^2 & 0 & j\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \\ m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{yy} \\ c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Metoda najmniejszych kwadratów używana do rozwiązania powyższego równania wymaga zastosowania sygnału w dziedzinie częstotliwości. Uzyskuje się to poprzez transformację Fouriera sygnałów wymuszenia i odpowiedzi układu z dziedziny czasu. Macierz $\mathbf{D}$ jest sygnałem odpowiedzi układu w dziedzinie częstotliwości, macierz $\mathbf{F}$ składała się z elementów siły wymuszającej ($f_x(t)$ i $f_y(t)$) w dziedzinie częstotliwości. Uwzględniając macierze $\mathbf{D}$ i $\mathbf{F}$ równanie (5.6) może być przedstawione w postaci macierzowej

$$\begin{bmatrix} H_{xx_i} & H_{xy_i} \\ H_{yx_i} & H_{yy_i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_{xx_i} & D_{xy_i} \\ D_{yx_i} & D_{yy_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{x_i} & 0 \\ 0 & F_{y_i} \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Jeżeli rozpatrujemy układ składający się z dwóch łożysk (przedstawiony na rys. 5.1a to równanie (5.8) można przedstawić za pomocą równań

$$\begin{bmatrix} H_{xx_i}^1 & H_{xy_i}^1 \\ H_{yx_i}^1 & H_{yy_i}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{x_i}^1 & 0 \\ 0 & F_{y_i}^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_{xx_i}^1 & D_{xx_i}^1 \\ D_{xx_i}^1 & D_{xx_i}^1 \end{bmatrix}^{-1}, \quad (5.9)$$

$$\begin{bmatrix} H_{xx_i}^2 & H_{xy_i}^2 \\ H_{yx_i}^2 & H_{yy_i}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{x_i}^2 & 0 \\ 0 & F_{y_i}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_{xx_i}^2 & D_{xx_i}^2 \\ D_{xx_i}^2 & D_{xx_i}^2 \end{bmatrix}^{-1}.$$

Sztywność dynamiczna oznaczona jest jako macierz $\mathbf{H}$. Indeksy górne 1 i 2 odnosi się kolejno do pierwszego i drugiego łożyska, a indeks i wskazuje kolejne analizowane częstotliwości. Pierwszy z podwójnych indeksów wskazuje kierunek odpowiedzi układu, a drugi indeks kierunek działania siły wymuszającej. Tak np. element D_{yx}^1 określa drgania wirnika w miejscu występowania pierwszego łożyska w kierunku X po wymuszeniu go siłą działającą w kierunku Y .

Podatność jest zdefiniowana jako odwrotność sztywności dynamicznej i można ją zapisać za pomocą równań

$$F_{x_i}^1 = \begin{bmatrix} F_{xx_i}^1 & F_{xy_i}^1 \\ F_{yx_i}^1 & F_{yy_i}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{xx_i}^1 & H_{xy_i}^1 \\ H_{yx_i}^1 & H_{yy_i}^1 \end{bmatrix}^{-1}, \quad (5.10)$$

$$F_{y_i}^2 = \begin{bmatrix} F_{xx_i}^2 & F_{xy_i}^2 \\ F_{yx_i}^2 & F_{yy_i}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{xx_i}^2 & H_{xy_i}^2 \\ H_{yx_i}^2 & H_{yy_i}^1 \end{bmatrix}^{-1}.$$

Metoda najmniejszych kwadratów może być zastosowana do równań (5.10), ale konieczne jest wtedy sformułowanie równania

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{Z} = \mathbf{I}. \quad (5.11)$$

Wartości macierzy $\mathbf{Z}$ można wyznaczyć z równania

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{I}. \quad (5.12)$$

W równaniu tym $\mathbf{A}$ to macierz, w której elementami są sygnały podatności oraz częstotliwość. Utworzono ją poprzez dekompozycję części rzeczywistej i urojonej

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \text{Real}\{F_i^1\} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -(\omega_i)^2 & 0 & 0 & 0 & \omega_i & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Real}\{F_i^2\} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -(\omega_i)^2 & 0 & 0 & 0 & \omega_i & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Imag}\{F_i^1\} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -(\omega_i)^2 & 0 & 0 & 0 & \omega_i & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Imag}\{F_i^2\} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -(\omega_i)^2 & 0 & 0 & 0 & \omega_i & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \quad (5.13)$$

Macierz $\mathbf{I}$ zdefiniowana jest w następujący sposób

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (5.14)$$

natomiast macierz $\mathbf{Z}$ składa się ze współczynników sztywności, tłumienia i masy układu wirnik – łożyska. Jeżeli przyjmiemy, że parametry wyznaczamy dla stu wartości częstotliwości (decyduje o tym indeks i) macierz $\mathbf{A}$ będzie miała wymiary 800×12 , macierz $\mathbf{I} - 800 \times 2$, natomiast macierz $\mathbf{Z} - 2 \times 12$.

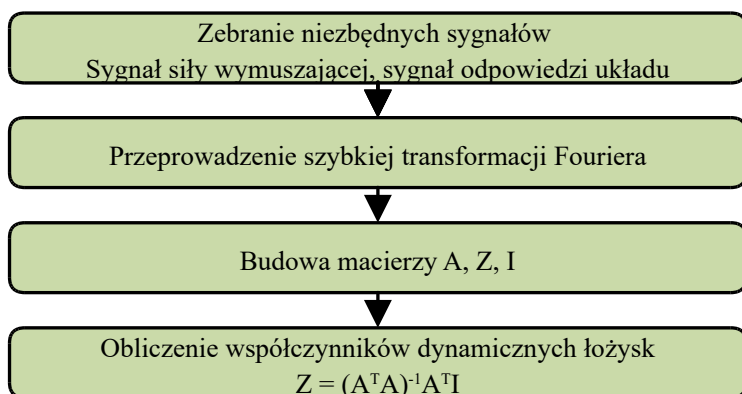
Kolejność współczynników tłumienia, masy i sztywności dla dwóch łożysk wirnika przedstawiono poniżej:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} k_{xx}^1 & k_{xy}^1 & k_{xy}^2 & k_{xy}^2 & m_{xx}^1 & m_{xy}^1 & m_{xx}^2 & m_{xy}^2 & c_{xx}^1 & c_{xy}^1 & c_{xx}^2 & c_{xy}^2 \\ k_{yx}^1 & k_{yy}^1 & k_{yx}^2 & k_{yy}^2 & m_{yx}^1 & m_{yy}^1 & m_{yx}^2 & m_{yy}^2 & c_{yx}^1 & c_{yy}^1 & c_{yx}^2 & c_{yy}^2 \end{bmatrix}^T. \quad (5.15)$$

5.2. Weryfikacja algorytmu obliczeń na podstawie modelu numerycznego

W celu weryfikacji zaproponowanej metody zbudowano zbudowany w programie Samcef Rotors model wirnika (rys. 5.1a). Analizy numeryczne dokładnie odzwierciedlały wyniki przeprowadzonych później badań eksperymentalnych. Model składa się z wału wirującego z prędkością 8000 obr/min oraz łożysk modelowanych za pomocą współczynników sztywności i tłumienia w kierunkach głównych i skośnych. W trakcie symulacji zakładano wprowadzenie wirnika w drgania znaną siłą wymuszającą działającą w środkowej części wirnika w kierunku X , po czym sprawdzono przemieszczenia czopów wirnika w kierunkach X i Y , następnie symulację powtórzono z użyciem tej samej siły wymuszającej, ale działającej w kierunku Y . W obu przypadkach zmierzono amplitudę drgań wirnika w miejscu posadowienia łożysk w kierunkach X i Y . Gdy podczas wymuszenia w kierunku X mierzono drgania w pierwszym łożysku w kierunku Y to sygnał oznaczany był jako IXY itp. Na podstawie sygnałów wymuszenia i odpowiedzi układu wygenerowanych przez program Samcef Rotors (zbudowano model w oparciu o znaną geometrię i współczynniki, następnie zadano siłę wymuszającą i zmierzono odpowiedź układu) obliczano współczynniki dynamiczne łożysk. Do obliczeń wykorzystany został algorytm przedstawiony w poprzednim podrozdziale. Kolejne etapy procesu obliczeń przedstawiono na rys. 5.2. Ponieważ współczynniki sztywności i tłumienia zadano wcześniej w programie Samcef Rotors możliwe było porównanie obliczonych za pomocą zaproponowanego algorytmu wartości współczynników z wartościami rzeczywistymi.

Parametry zbudowanego w programie Samcef Rotors symetrycznego modelu wirnika (rys. 5.1a) zestawiono w tabeli 5.1. Jako parametry łożysk przyjęto wartości sztywności i tłumienia w kierunkach głównych xx , yy oraz skośnych xy i yx . Zadane wartości sztywności i tłumienia zestawiono w tabelach 5.2 oraz 5.3. Modelowanie układu wirującego, w którym parametry łożysk podane są za pomocą współczynników sztywności i tłumienia, jest standardowym sposobem modelowania układów wirujących.



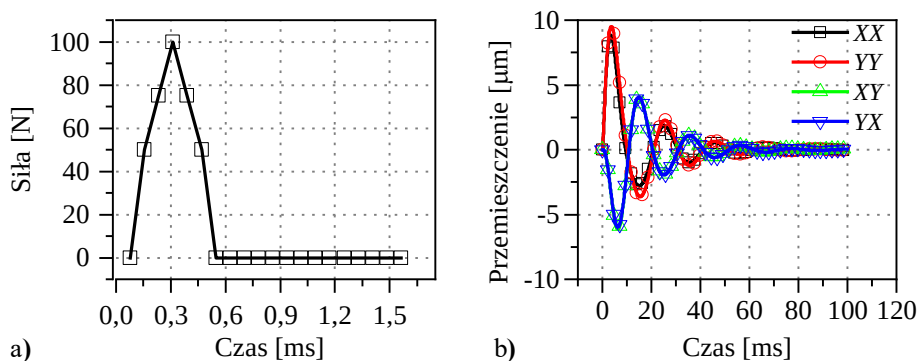
Rys. 5.2. Schemat obliczania współczynników dynamicznych łożysk

Tabela 5.1. Parametry modelu numerycznego

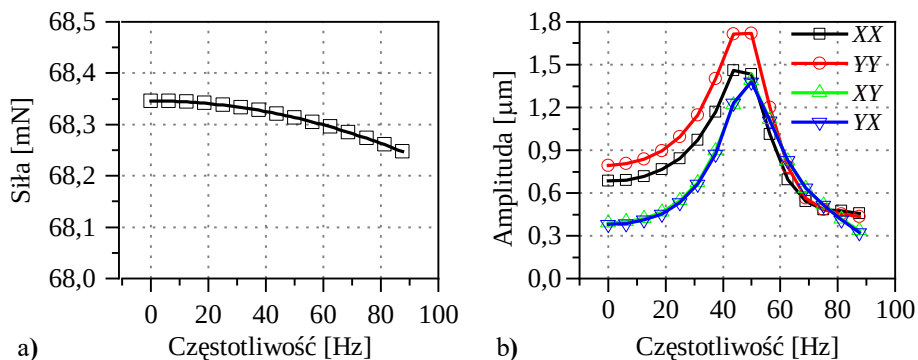
Parametr	Oznaczenie	Wartość
Długość wirnika	L	0,92 m
Odległość pomiędzy łożyskami	$2l_1$	0,58 m
Średnica wału	d	19,05 mm
Średnica dysku	D	152,4 mm
Moduł Younga	E	$205 \cdot 10^9$ Pa
Współczynnik Poissona		0,3
Gęstość materiału	ρ	7 800 kg/m ³

W opracowanym wcześniej modelu numerycznym wirnika przyjęto, że podczas pracy kolejno siłę F zadawano w kierunku X oraz w kierunku Y . Sygnał siły w kierunku X pokazano na rys. 5.3a. Taki sam sposób wymuszenia stosowany był również w badaniach eksperymentalnych. Amplitudę drgań łożyska pierwszego przedstawiono na rys. 5.3b. Ponieważ w opisywanym algorytmie do wyznaczania sztywności, tłumienia i masy układu wirnik – łożyska wykorzystywany jest sygnał w dziedzinie częstotliwości, konieczne było wykonanie szybkiej transformacji Fouriera uzyskanych sygnałów. Sygnały siły i odpowiedzi układu dla 1200 próbek w drugim łożysku w dziedzinie częstotliwości przedstawiono na rys. 5.4. Jest to pełny zakres identyfikacji sygnału (0–87,5 Hz).

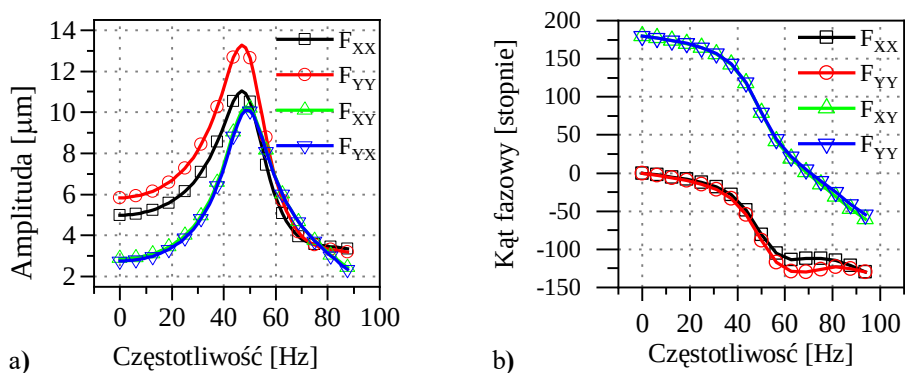
Na rys. 5.5 przedstawiono wyniki amplitudy (a) oraz fazy podatności (b). Sygnały podatności wykorzystywane są w opisywanym algorytmie do obliczania współczynników sztywności, tłumienia oraz masy układu wirnik – łożyska. Widoczny na wykresie rezonans w okolicy 46 Hz odpowiada pierwszej postaci drgań własnych modelowanego wirnika. Postać drgań własnych wirnika przedstawiono na rys. 5.6.



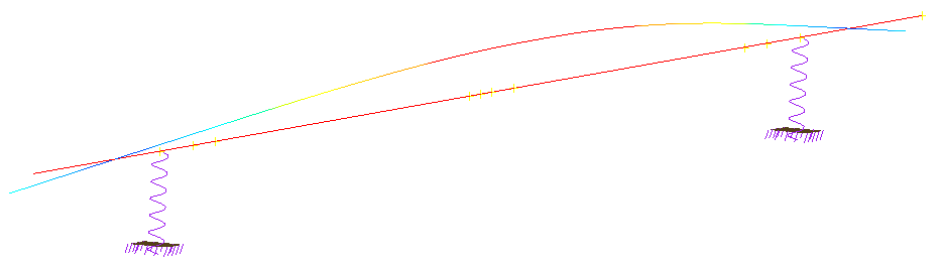
Rys. 5.3. a) Siła w kierunku X w funkcji czasu. b) Przeszczenie łożyska nr 2 w funkcji czasu



Rys. 5.4. a) Rozkład częstotliwościowy siły wymuszającej. b) Amplituda drgań łożyska nr 2 w funkcji częstotliwości



Rys. 5.5. Podatność łożyska nr 1: a) amplituda, b) faza



Rys. 5.6. Pierwsza postać drgań własnych wirnika przy 46 Hz

5.3. Wyniki obliczeń współczynników dynamicznych łożysk

Sygnały wygenerowane za pomocą programu Samcef Rotors użyte zostały do obliczenia współczynników sztywności, tłumienia oraz masy układu wirnik – łożyska. Rozpatrywano symetryczny model wirnika, jednak w modelu zadano różne wartości współczynników sztywności i tłumienia (włącznie ze „skośnymi” wartościami). W łożyskach hydrodynamicznych wartości współczynników skośnych tłumienia c_{xy} i c_{yx} mają takie same wartości [3], ale w omawianych badaniach celowo zastosowano różne wartości w celu przedstawienia działania proponowanej metody. Ponieważ wartości sztywności i tłumienia zadano w modelu numerycznym, możliwe było ich bezpośrednie porównanie, a na tej podstawie obliczono błąd szacowania współczynników. W modelu numerycznym zadano geometrię, warunki brzegowe oraz początkowe, zadano znaną siłę wymuszającą i na tej podstawie uzyskano odpowiedź układu. Wyniki obliczonych współczynników sztywności, tłumienia i masy przedstawiono dla dwóch zakresów częstotliwości. Pierwszy z nich od 0 Hz do 3,125 Hz, odpowiadał trzem pierwszym wartościom częstotliwości. Drugi zakres obliczeniowy to od 0 Hz do 87,5 Hz. W zakresie tym uwzględniono 57 pierwszych wartości częstotliwości. Zakres drugi obejmował sygnał częstotliwości w zakresie rezonansowym. Uwzględniono dwa różne przedziały, ponieważ w przypadku teoretycznym wystarczy tylko niewielki fragment częstotliwości rozpatrywanego sygnału. W praktyce eksperymentalnej zalecane jest uwzględnienie całego przedziału częstotliwości, w którym występują rezonanse [58]. Zabieg taki zapewnia otrzymanie bardziej powtarzalnych wyników. Wyniki obliczeń współczynników sztywności przedstawiono w tabeli 5.2, współczynników tłumienia w tabeli 5.3, a współczynników masy w tabeli 5.4.

W modelu numerycznym zadane zostały dokładne wartości współczynników dynamicznych łożysk. Przeprowadzony został proces wyznaczania współczynników, dokładnie taki jak stosowany podczas badań eksperymentalnych. Jest to sprawdzenie poprawności działania procedury do wyznaczania współczynników

dynamicznych łożysk. Dzięki znajomości wartości zadanych możliwe było bezpośrednie ich porównanie z wartościami obliczonymi i wyznaczenie na tej podstawie błędów względnych generowanych podczas obliczeń, wykorzystując opisywaną metodę eksperymentalną. Błąd względny oszacowania współczynników sztywności łożysk w pierwszym przedziale identyfikacji nie przekracza 0,02%. Błąd względny oszacowania sztywności w drugim, dłuższym przedziale częstotliwości nie przekracza 0,5%. Jest to dość dokładne oszacowanie współczynników sztywności łożysk, zwłaszcza biorąc pod uwagę, że błąd obliczania współczynników sztywności w drugim zakresie na głównych osiach (które są bardziej znaczące w dalszym modelowaniu dynamiki układu) nie przekracza 0,04%.

Tabela 5.2. Współczynniki sztywności

	Współczynniki sztywności [N/m]							
	k_{xx}^1	k_{yy}^1	k_{xy}^1	k_{yx}^1	k_{xx}^2	k_{yy}^2	k_{xy}^2	k_{yx}^2
Wartości rzeczywiste	500000	450000	250000	240000	550000	470000	270000	260000
Wartości obliczone Zakres identyfikacji 0–3,125 Hz	499913	449922	249957	239959	549905	469919	269953	259955
Błąd względny w % Zakres identyfikacji 0–3,125 Hz	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
Wartości obliczone Zakres identyfikacji 0–87,5 Hz	499949	449999	249630	241198	550192	469822	270271	259138
Błąd względny w % Zakres identyfikacji 0–87,5 Hz	0,01	0,00	0,15	0,50	0,03	0,04	0,10	0,33

Tabela 5.3. Współczynniki tłumienia

	Współczynniki tłumienia [N·s/m]							
	c_{xx}^1	c_{yy}^1	c_{xy}^1	c_{yx}^1	c_{xx}^2	c_{yy}^2	c_{xy}^2	c_{yx}^2
Wartości rzeczywiste	500	550	250	260	550	560	260	270
Wartości obliczone Zakres identyfikacji 0–3,125 Hz	500	550	250	259	550	560	260	271
Błąd względny w % Zakres identyfikacji 0–3,125 Hz	0,00	0,00	0,00	0,38	0,00	0,00	0,00	0,37
Wartości obliczone Zakres identyfikacji 0–87,5 Hz	490	545	248	260	562	565	262	270
Błąd względny w % Zakres identyfikacji 0–87,5 Hz	2,00	0,91	0,80	0,00	2,18	0,89	0,77	0,00

Błąd wynikający z obliczenia współczynników tłumienia jest niewielki i w pierwszym zakresie obliczeniowym nie przekracza 0,4%. Błąd ten pojawia się tylko podczas obliczeń skośnych wartości współczynników tłumienia. Błąd obliczania współczynników tłumienia dla drugiego zakresu obliczeń osiąga maksymalnie ok. 2%.

Masa wału zamodelowanego w programie Samcef Rotors to 4,845 kg. Masa wału obliczonego na podstawie opracowanej procedury obliczeń to kolejno dla pierwszego zakresu identyfikacji 4,85 kg oraz dla długiego zakresu identyfikacji 4,86 kg. Masę obliczono poprzez dodanie współczynników masy na przekątnych (xx i yy) i podzielenie sumy przez dwa. Interpretacja wartości współczynników masy jest następująca: współczynnik m'_{xx} jest masą części wału biorącą udział w drganiach w kierunku X przypadającą na pierwsze łożysko po wymuszeniu układu siłą w kierunku X . Natomiast m'_{yy} jest masą części wału biorącą udział w drganiach w kierunku Y przypadającą na pierwsze łożysko po wymuszeniu układu siłą w kierunku Y . Dzielenie sumy współczynników masy przez dwa w celu obliczenia masy wału stosowane jest dlatego, że układ wymuszony był dwukrotnie. Skośne współczynniki masy (xy , yx) powinny wynosić zero. Błędy obliczania współczynników masy kolejno dla pierwszego i drugiego przedziału identyfikacji wynoszą odpowiednio 0,12% i 0,21%. Wyniki te oznaczają, że masę wirnika 4,845 kg można wyznaczyć z dokładnością do 0,01 kg (w drugim przedziale identyfikacji częstotliwości, gdzie otrzymano większy błąd względny).

Tabela 5.4. Współczynniki masy

	Współczynniki masy [kg]								
	m'_{xx}	m'_{yy}	m'_{xy}	m'_{yx}	m'^2_{xx}	m'^2_{yy}	m'^2_{xy}	m'^2_{yx}	$\sum m$
Wartości rzeczywiste									4,845
Wartości obliczone Zakres identyfikacji 0–3,125 Hz	2,35	2,4	–0,02	0,01	2,51	2,45	0,02	–0,01	4,851
Błąd względny w % Zakres identyfikacji 0–3,125 Hz									0,12
Wartości obliczone Zakres identyfikacji 0–87,5 Hz	2,33	2,40	–0,02	0,04	2,54	2,45	0,02	–0,03	4,855
Błąd względny w % Zakres identyfikacji 0–87,5 Hz									0,21

Podczas weryfikacji opracowanego algorytmu wykonano obliczenia współczynników masy, sztywności i tłumienia układu wirnika i dwóch łożysk, dla dwóch zakresów identyfikacji. Pierwszy zakres identyfikacji obejmował jedynie kilka pierwszych częstotliwości, a w drugim uwzględniono cały zakres rezonansowy. Podczas rozszerzenia zakresu obliczeń błąd najczęściej zwiększa się nie-

znacznie, ale pozostaje na względnie niewysokim poziomie. Rozszerzenie zakresu identyfikacji zapewnia mniejszy wpływ dodatkowych czynników na wartości obliczanych współczynników masy, sztywności oraz tłumienia podczas badań eksperymentalnych. Wydaje się, że w przypadku, w którym wyniki są powtarzalne można stosować wąski zakres identyfikacji. Jednak w badaniach eksperymentalnych lepszą powtarzalność wyników zapewniają analizy przeprowadzone na podstawie sygnału o szerszym zakresie częstotliwości.

5.4. Podsumowanie rozdziału 5

W rozdziale niniejszym opisano sposób rozszerzenia metody wyznaczania szesnastu współczynników sztywności i tłumienia łożysk hydrodynamicznych, zaproponowanej przez Qiu i Tieu [58], o wyznaczanie kolejnych ośmiu współczynników masy. Wszystkie współczynniki obliczone są w czasie jednej operacji z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów. Obliczone współczynniki masy odpowiadają masie wirnika biorącej udział w drganiach łożysk.

W celu weryfikacji opisanej metody zbudowano model numeryczny w programie Samcef Rotors. Zamodelowano wirnik z łożyskami zadanymi jako wartości współczynników sztywności i tłumienia. Następnie przeprowadzono proces identyfikacji tych współczynników. Wartości obliczone w ten sposób porównano z wartościami zadanymi jako definicje łożysk.

Obliczenia współczynników dynamicznych łożysk wykonano dla dwóch zakresów identyfikacji. Pierwszy obejmował tylko początkowy zakres częstotliwości, a drugi cały zakres częstotliwości, w którym występował rezonans wirnika. Okazuje się, że zwiększenie zakresu identyfikacji powoduje, iż najczęściej błąd nieznacznie rośnie, ale wciąż pozostaje na akceptowalnym poziomie. Rozszerzenie zakresu identyfikacji na częstotliwości z zakresu rezonansowego może zwiększyć powtarzalność wyników w badaniach eksperymentalnych. Błąd względny obliczonych współczynników w większości przypadków nie przekraczał 1%, co można uznać za bardzo dobrą zgodność.

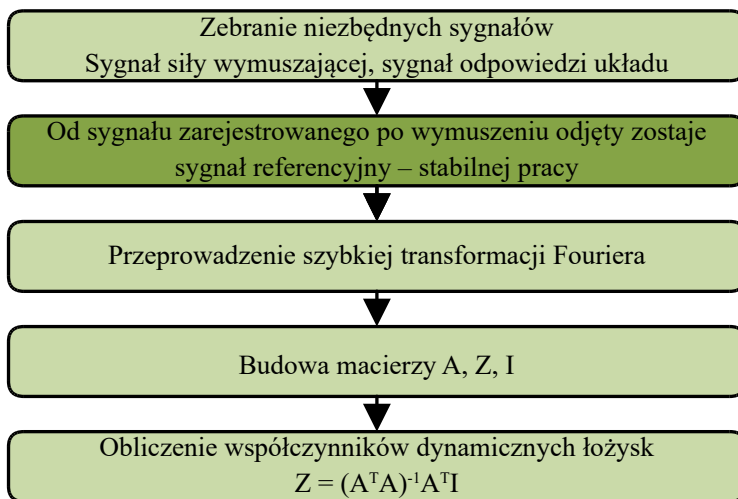
6. Uwzględnienie wpływu niewyważenia wirnika

W rozdziale 5 przedstawiono obliczenia współczynników dynamicznych łożysk dla obracającego się wału, ale bez niewyważenia resztkowego. W praktyce jednak w wirniku każdej maszyny obrotowej nie można doskonale wyważyć wirnika i występuje niewyważenie resztkowe, które musi zostać uwzględnione w obliczeniach. W rozdziale niniejszym przedstawiony zostanie wpływ wirującego wału z niewyważeniem resztkowym na wyznaczanie współczynników sztywności, tłumienia oraz masy łożysk. Obliczenia, podobnie jak w poprzednim rozdziale, wykonane zostały na podstawie sygnału wygenerowanego przez numeryczny model zbudowany w programie Samcef Rotors. Pokazano błąd obliczania współczynników dynamicznych łożysk przy uwzględnieniu niewyważenia oraz przy niwelowaniu jego wpływu. Wyniki przedstawione w tym rozdziale zaprezentowane są również w artykule pt. „Identyfikacja współczynników dynamicznych łożysk z uwzględnieniem niewyważenia wału” [147].

6.1. Procedura obliczeń

Obliczenia uwzględniające wpływ niewyważenia przeprowadzono dla układu złożonego z wirnika i dwóch łożysk (rys. 5.1a). Podczas badań eksperymentalnych, na podstawie których wyznaczano współczynniki sztywności, tłumienia i masy układu wirnik — łożyska, konieczne jest dwukrotne wymuszenie za pomocą młotka modalnego. W pierwszym kroku wirnik w swojej środkowej części jest wymuszony siłą F_X w kierunku X , po czym obserwowane są jego drgania aż do chwili ustabilizowania się. W drugim kroku układ jest wymuszany w kierunku Y (prostopadłym do kierunku X) za pomocą siły wymuszającej F_Y . Również po tym wymuszeniu układ musi powrócić do swojej stabilnej pracy. Znając wartość siły wymuszającej oraz odpowiedź układu wirującego w miejscu umieszczenia łożysk można obliczyć współczynniki tłumienia, sztywności oraz masy łożysk.

Odpowiedź układu po wymuszeniu (sygnał przemieszczeń w łożyskach) składa się z dwóch składowych. Pierwsza składowa związana jest z reakcją na siłę wymuszającą. Druga składowa związana jest z występowaniem stałej prędkości obrotowej i niewyważenia resztkowego. W celu poprawnego obliczenia współczynników dynamicznych łożysk konieczne jest odjęcie od sygnału odpowiedzi układu tej drugiej części – związanej z niewyważeniem resztkowym. W związku z tym schemat obliczeń przedstawiony na rys. 5.2 wymaga modyfikacji uwzględniającej tę procedurę (rys. 6.1).

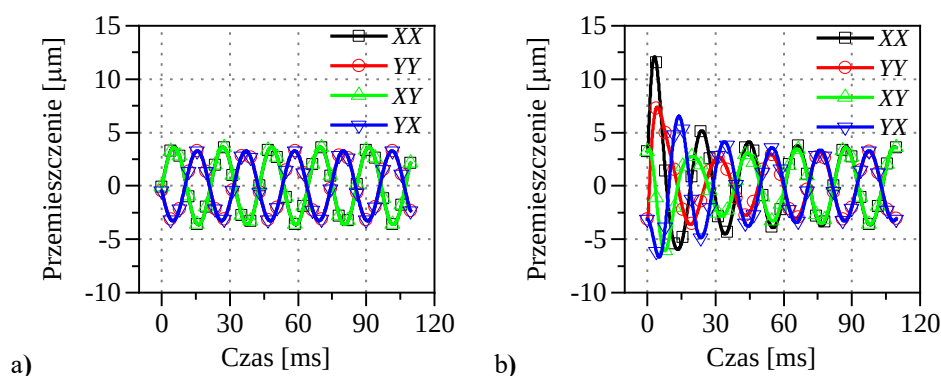


Rys. 6.1. Schemat blokowy obliczania współczynników dynamicznych łożysk z uwzględnieniem niewyważenia

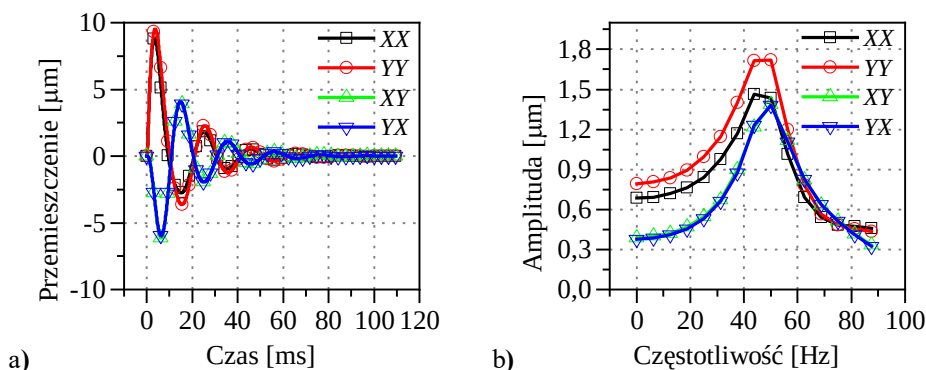
Najważniejszą daną przyjętą w modelu jest niewyważenie przyjęte jako masa 1 g na promieniu 10 mm. Niewyważenie takie przyjęto zgodnie z normą PN-93/N-01359 [148] dla wirnika o masie 4,844 kg, wyważonego w klasie dokładności G 6,3 dla prędkości obrotowej wynoszącej 10 000 obr/min.

Stabilną pracę wirnika obracającego się z prędkością 2800 obr/min przedstawiono na rys. 6.2a. Jest to sygnał stabilnej pracy i mierzony w miejscu posadowienia łożysk – wykorzystywany jako sygnał referencyjny. Po zwiększeniu niewyważenia amplituda sygnału rośnie, a po zwiększeniu prędkości obrotowej rośnie również częstotliwość drgań. Na rys. 6.2b przedstawiono sygnał odpowiedzi układu po działaniu siły wymuszającej. Na wykresie widoczne jest zwiększenie amplitudy drgań wywołane siłą wymuszającą i stabilizacja pracy układu. Przebieg sygnału po odjęciu sygnału referencyjnego od sygnału zarejestrowanego po wymuszeniu, przedstawiono na rys. 6.3a. Obliczenia współczynników sztywności, tłumienia oraz masy należy przeprowadzić z wykorzystaniem jako odpowiedzi układu właśnie takiego sygnału. Sygnał ten (1200 próbek), po zastosowaniu szybkiej transformacji Fouriera, przedstawiono na rys. 6.3b.

Siłę wymuszającą użytą do wymuszenia układu w jego środkowej części przedstawiono na rys. 5.3a. W obu prostopadłych kierunkach wykorzystano takie same wartości sił $F_x = F_y = [0, 50, 75, 100, 75, 50, 0]$ N. Analizę sygnału w dziedzinie czasu wykonano w programie Samcef Rotors z krokiem czasowym 1/12 800 s. Wykres siły wymuszającej w dziedzinie częstotliwości przedstawiono na rys. 5.4a.



Rys. 6.2. Sygnał w łożysku: a) stabilnej pracy wirnika – sygnał referencyjny w łożysku.
b) Amplituda drgań po wymuszeniu wirnika za pomocą młotka modalnego

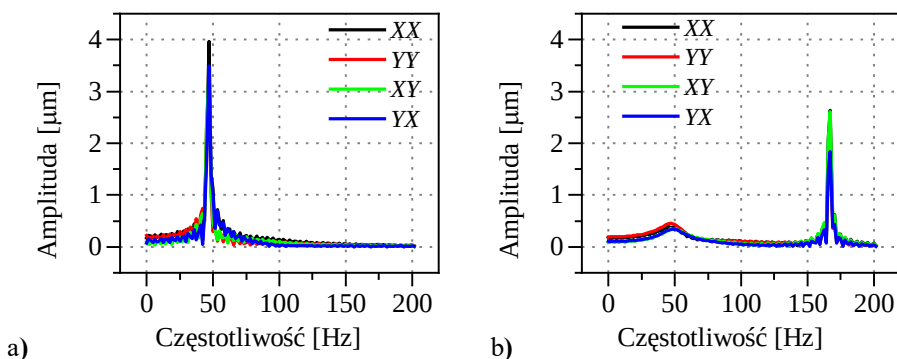


Rys. 6.3. Przebieg sygnału po wymuszeniu: a) amplituda drgań po odjęciu sygnału referencyjnego, b) widmo częstotliwościowe

6.2. Zakres identyfikacji

Do wyznaczenia współczynników masy, sztywności i tłumienia układu wirnik – łożyska konieczny jest wybór odpowiedniego zakresu identyfikacji. Jest to zakres częstotliwości wykorzystywany w algorytmie obliczeń. W idealnym przypadku wystarczy kilka pierwszych częstotliwości, jednak w praktyce eksperymentalnej ten zakres rozszerzany jest na cały przedział rezonansowy. Zapewnia to lepszą powtarzalność wyników podczas badań eksperymentalnych [71]. Jeżeli składowa pochodząca od prędkości obrotowej znajduje się poza zakresem prędkości rezonansowych, jako zakres identyfikacji można przyjąć krótszy przedział. Na rys. 6.4 przedstawiono odpowiedzi układu w miejscu umieszczenia łożysk dla dwóch prędkości obrotowych wirnika: 2 800 obr/min oraz 10 000 obr/min. Analizując

wykresy, można stwierdzić, że w pierwszym przypadku składowa prędkości obrotowej znajduje się w obrębie zakresu identyfikacji, a w drugim jest poza tym zakresem. Wyniki obliczeń w pierwszym przypadku, bez usunięcia składowej związanej z prędkością obrotową, obarczone są błędem wynoszącym ok. 300%, a więc w praktyce nie mogą zostać wykorzystywane. W drugim przypadku, jeżeli zakres identyfikacji nie będzie obejmował prędkości obrotowej (znajduje się ona poza zakresem identyfikacji), błąd ten osiąga maksymalnie 6%, zazwyczaj jest to ok. 3%.



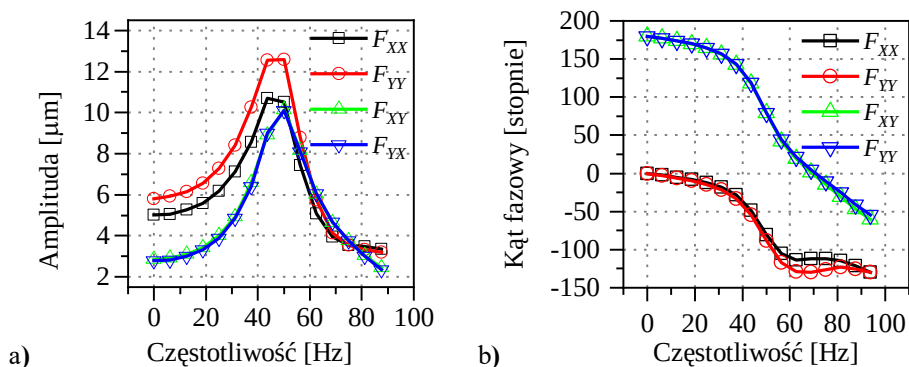
Rys. 6.4. Widmo częstotliwościowe sygnału przemieszczenia w łożyskach dla różnych prędkości obrotowych: a) 2 800 obr/min, b) 10 000 obr/min

6.3. Wyniki obliczeń współczynników dynamicznych łożysk z uwzględnieniem niewyważenia wirnika

W analizowanym przypadku wykorzystano 1000 próbek sygnału czasowego. Jeżeli przyjmiemy, że parametry łożysk wyznaczamy dla ośmiu wartości częstotliwości (wskazuje na to indeks i) to macierz A będzie miała wymiary 64×12 , macierz I – 64×2 , a macierz Z – 2×12 .

W celu obliczenia współczynników sztywności, tłumienia i masy układu wirnik – łożyska konieczne jest wyznaczenie podatności. Otrzymuje się ją poprzez pomnożenie sygnału siły wymuszającej i odpowiedzi układu w dziedzinie częstotliwości. Wykres amplitudy i kąta fazowego podatności przedstawiono na rys. 6.5. Kąt fazowy (przesunięcie fazowe) jest argumentem funkcji sinusoidalnej i określa, w której części okresu fali znajduje się punkt funkcji sinusoidalnej. Obliczenia przeprowadzono dla prędkości obrotowej 2800 obr/min, po usunięciu składowej stałej sygnału pochodzącej od niewyważenia (bazując na danych z rys. 6.3 i opisanym wcześniej sygnale siły wymuszającej). Dla obliczeń współczynników sztywności i masy realizowanych na podstawie tak przygotowanych danych błąd

nie przekracza 1%, natomiast jest on nieco większy dla współczynników tłumienia i osiąga maksymalnie 2%.



Rys. 6.5. Podatność dynamiczna łożysk: a) przebieg amplitudy, b) przebieg kąta fazowego

6.4. Podsumowanie rozdziału 6

W rozdziale 6 pokazano, jak zmienia się błąd pomiarowy związany z wyznaczeniem współczynników dynamicznych łożysk przy uwzględnieniu niewyważenia. W celu otrzymania poprawnych wyników konieczne jest odjęcie od sygnału odpowiedzi układu składowej stałej, związanej z niewyważeniem resztkowym. Jeżeli składowa sygnału pochodząca od prędkości obrotowej w dziedzinie częstotliwości jest poza zakresem identyfikacji (zakresem rezonansowym), to istnieje możliwość uwzględnienia krótszego przedziału identyfikacji sygnału – poza częstotliwościami związanymi z prędkościami obrotowymi.

Na podstawie rozpatrywanego modelu można stwierdzić, że jeżeli prązek pochodzący od prędkości obrotowej nie zostanie odjęty od badanego sygnału, a znajduje się on poza zakresem identyfikacji, to otrzymujemy błąd obliczeń współczynników dynamicznych łożysk zazwyczaj nieprzekraczający 3%. Dobrym sposobem niwelowania wpływu niewyważenia resztkowego na wyniki jest odjęcie od sygnału po wymuszeniu składowej stałej (rozumianej w tym wypadku jako przemieszczenie czopów wirnika podczas jego stabilnej pracy, które głównie powodowane jest przez niewyważenie wirnika). Zabieg taki dokonany na sygnale przemieszczenia po wymuszeniu impulsowym sprawia, że błąd obliczania współczynników sztywności i masy układu wirnik – łożyska na ogół nie przekracza 1%, a współczynników tłumienia – 2%. Jeżeli składowa związana z prędkością obrotową w analizowanym widmie pokrywa się z częstotliwościami rezonansowymi, na podstawie których obliczane są współczynniki sztywności i tłumienia, to występuje wówczas błąd obliczeń sięgający kilkuset procent. Najmniejszy błąd

obliczeń otrzymamy odejmując sygnał referencyjny od sygnału zarejestrowanego po wymuszeniu. Otrzymujemy w ten sposób dokładność obliczeń na poziomie podobnym jak na sygnale bez niewyważenia resztkowego. Podczas badań eksperymentalnych operacja odejmowania była wykonywana dla każdego sygnału osobno. Ponieważ jest ona dość czasochłonna, dlatego też w tym celu w środowisku MATLAB opracowano program Signal, który opisano w podrozdziale 8.1.

7. Analiza wrażliwości eksperymentalnej metody wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk

Do przeprowadzenia oceny wrażliwości metody wyznaczania współczynników masy, tłumienia oraz sztywności systemu wirnik – łożyska wykorzystano metodę impulsową opisaną w dwóch poprzednich rozdziałach. Model układu wirnikowego składa się z wirnika oraz łożysk. Wirnik zbudowany był z wału oraz osadzonego na nim dysku. W literaturze przedmiotu opisano wpływ wielu parametrów na wyniki obliczeń eksperymentalnych współczynników dynamicznych łożysk, takich jak ciśnienie zasilania czy geometria łożysk. Brak jest natomiast opisu wrażliwości samej metody eksperymentalnej.

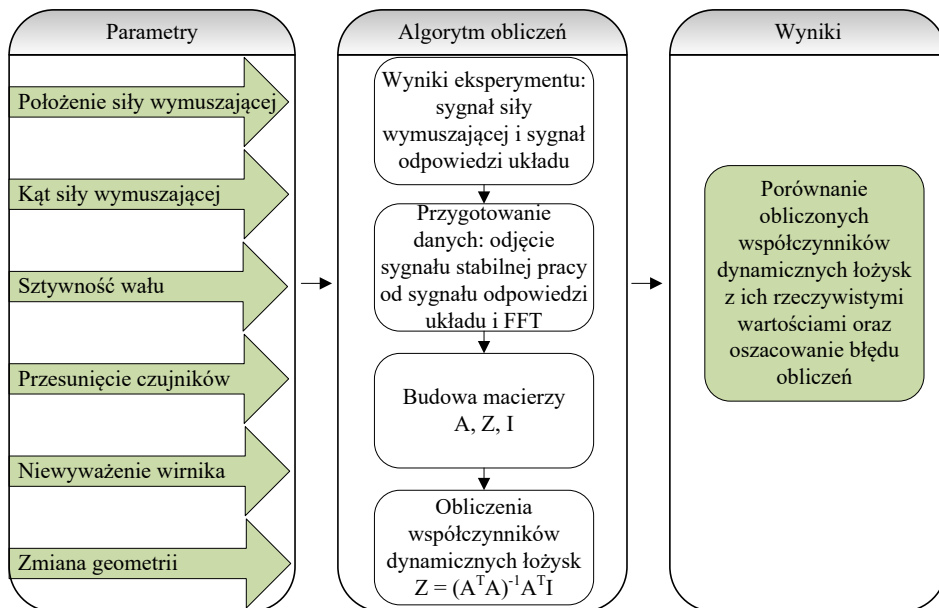
Analiza wrażliwości to taka analiza, która opiera się na przewidzeniu wyniku, przy zastosowaniu zmiennych układów mających wpływ na wyniki. Stanowi ona ważne narzędzie redukcji ryzyka i może być wykorzystywana do oszacowania potencjalnego wpływu różnych parametrów na ostateczny wynik obliczeń. Dzięki zbudowaniu modelu numerycznego układu wirnikowego w programie Samcef Rotors możliwe było sprawdzenie wpływu parametrów wejściowych takich jak zmienne położenie i kąt działania siły wymuszającej oraz przesunięcie czujników mierzących przemieszczenia czopów łożyskowych. Sprawdzono również wpływ zmian sztywności materiału wirnika, jego niewyważenia i geometrii na wartości obliczonych współczynników sztywności, tłumienia oraz masy układu wirnik – łożyska.

Okazuje się, że współczynniki sztywności, tłumienia oraz masy wyznaczone są z różną dokładnością. Różne wyniki otrzymujemy także dla głównych i skośnych współczynników, w rozdziale tym przedstawiono sygnały siły wymuszającej i odpowiedzi układu generowane podczas zmian wspomnianych parametrów, a także zawarto zalecenia umożliwiające zwiększenie dokładności obliczeń oraz wyniki uzyskane po odpowiednich korektach. Przedstawione wyniki opisano w artykule [149].

7.1. Sposób przeprowadzenia analizy wrażliwości

Przeprowadzona analiza wrażliwości nie miała na celu sprawdzenia wszystkich możliwych parametrów w szerokim spektrum przypadków, a jedynie wskazanie tych, które mają istotny wpływ na wyniki przeprowadzanych obliczeń. Na rys. 7.1 przedstawiono schemat, według którego sprawdzana była wrażliwość metody. Po lewej stronie podane są parametry zmieniane podczas wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk. W środkowej części znajduje się schemat blokowy

obliczeń wykorzystywany w opisywanej metodzie, z kolei prawa strona reprezentuje zestawienie wyników współczynników dynamicznych łożysk dla różnych parametrów wejściowych oraz szacowania błędu obliczeń. Ponieważ w modelu numerycznym wirnika znane są współczynniki sztywności i tłumienia łożysk, możliwe jest bezpośrednie porównanie obliczonych współczynników z wartościami rzeczywistymi.



Rys. 7.1. Schemat blokowy analizy wrażliwości

7.2. Model referencyjny

Wyniki obliczeń współczynników dynamicznych łożysk wraz z powstałym na początku błędem względnym przedstawiono w tabeli 7.1. Różnią się one nieznacznie od tych przedstawionych w tabelach 5.2–5.4, ponieważ operacje wykonywane były na sygnale po usunięciu składowej stałej. Prędkość obrotowa wirnika wynosiła 2800 obr/min, jest to więc przypadek, gdy prędkość odpowiada prędkości rezonansowej, a więc składowa sygnału związana z prędkością obrotową znajduje się w rozpatrywanym przedziale identyfikacji (przedziale rezonansowym). Jest to najbardziej niekorzystny przypadek z punktu widzenia dokładności obliczeń.

Tabela 7.1. Zestawienie rzeczywistych i obliczonych współczynników sztywności, tłumienia i masy dla dwóch łożysk dla przypadku referencyjnego i błędu względnego obliczeń

	Współczynniki sztywności [N/m]								
	k^I_{xx}	k^I_{yy}	k^I_{xy}	k^I_{yx}	k^2_{xx}	k^2_{yy}	k^2_{xy}	k^2_{yx}	
Wartości rzeczywiste	500000	450000	250000	240000	550000	470000	270000	260000	
Wartości obliczone	498232	450488	248338	240544	548107	470504	268288	260583	
Błąd względny w %	0,35	0,11	0,66	0,23	0,34	0,11	0,63	0,22	
	Współczynniki tłumienia [N·s/m]								
	c^I_{xx}	c^I_{yy}	c^I_{xy}	c^I_{yx}	c^2_{xx}	c^2_{yy}	c^2_{xy}	c^2_{yx}	
Wartości rzeczywiste	500	550	250	260	550	560	260	270	
Wartości obliczone	507,5	547,7	259,4	258,8	558,1	558,3	269,2	270,7	
Błąd względny w %	1,50	0,42	3,76	0,46	1,47	0,30	3,54	0,26	
	Współczynniki masy [kg]								
	m^I_{xx}	m^I_{yy}	m^I_{xy}	m^I_{yx}	m^2_{xx}	m^2_{yy}	m^2_{xy}	m^2_{yx}	Masa
Wartości rzeczywiste	2,423	2,423	0,000	0,000	2,423	2,423	0,000	0,000	4,845
Wartości obliczone	2,338	2,404	-0,071	-0,029	2,497	2,451	-0,035	-0,053	4,845
Błąd względny w %	3,49	0,77	—	—	3,07	1,18	—	—	0,003

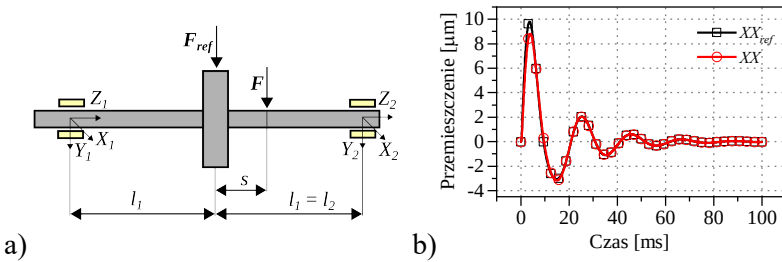
7.3. Wpływ sztywności materiału wirnika

Jedna z przeprowadzonych analiz polegała na zmianie sztywności materiału wirnika w celu sprawdzenia, jak wpływa sztywność materiału na wyniki obliczeń, wartość modułu Younga zwiększono stokrotnie. Okazało się, że po przeprowadzeniu tego testu, w dwóch przypadkach otrzymano takie same wyniki obliczeń. Oznacza to, że dla materiałów o module Younga (210 GPa) jak dla stali lub wyższym – a takie materiały na wały spotykamy najczęściej – sztywność nie wpływa na wyniki obliczeń współczynników dynamicznych układu wirnik – łożyska.

7.4. Wpływ nierównomiernego rozkładu sił na dwa łożyska

Opisywany algorytm w podstawowej wersji zakłada symetryczny podział siły wymuszającej na dwa łożyska. Założenie to wymaga wymuszenia wirnika w jego centralnej części, ale należy mieć na uwadze, że nie w każdej maszynie wirnikowej jest to możliwe do przeprowadzenia. Okazało się, że w opisywanym modelu nawet niewielkie przesunięcie siły wymuszającej w stosunku do odległości pomiędzy łożyskami, może doprowadzić do obliczenia współczynników dynamicznych łożysk z błędem wynoszącym kilkanaście procent. Odpowiednie uwzględnienie proporcjonalnego podziału siły wymuszającej na dwa łożyska skutkuje uzyskaniem poprawnych wyników obliczeń.

Na rys. 7.2a przedstawiono schemat układu z zaznaczonym przesunięciem siły wymuszającej. Przesunięcie to w opisywanym przypadku wynosiło $s = 30$ mm, co stanowi 5% długości wału pomiędzy łożyskami. Wyniki porównano z siłą F_{ref} znajdującą się w środkowej części wirnika. Na rys. 7.2b pokazano sygnał odpowiedzi układu w kierunku X po wymuszeniu go również w kierunku X za pomocą siły F_{ref} (XX_{ref}) oraz po wymuszeniu siłą F przesuniętą na odległość s od środka układu (XX). Przedstawiono sygnał tylko w pierwszym kierunku, ponieważ na nim widoczna jest największa różnica.



Rys. 7.2. a) Schemat modelu wirnika, na którym zaznaczono sposób przesunięcia siły. b) Sygnał odpowiedzi dla pierwszego łożyska w kierunku X po wymuszeniu układu w kierunku X ; porównanie po wymuszeniu na środku (XX_{ref}) i siłą przesuniętą o wartość $s = 30$ mm (XX)

W algorytmie obliczeń współczynników dynamicznych łożysk zastosować można korektę pozwalającą na poprawę dokładności obliczeń. Wartości sił przypadające na każde łożysko należy obliczać z proporcji geometrycznych, wykorzystując wymiary l_{1f} oraz l_{2f} opisane za pomocą równań

$$l_{1f} = l_1 + s = 290 \text{ mm} + 30 \text{ mm} = 320 \text{ mm}, \quad (7.1)$$

$$l_{2f} = l_2 - s = 290 \text{ mm} - 30 \text{ mm} = 260 \text{ mm}. \quad (7.2)$$

Korekta siły wymuszającej polega na pomnożeniu każdego elementu wektora siły przez wartości obliczone na podstawie następujących zależności:

$$F_{1przesunięte} = F_1 \frac{l_{2f}}{2l_1}, \quad F_{2przesunięte} = F_2 \frac{l_{1f}}{2l_2}, \quad (7.3)$$

przy czym wartości siły podzielonej proporcjonalnie na dwa łożyska powinny być wprowadzone do równania (5.9). Zestawienie współczynników sztywności, tłumienia oraz masy obliczonych dla przypadku z przesuniętą siłą przedstawiono w tabeli 7.2. Jeżeli w obliczeniach nie jest uwzględniana korekta związana z przesunięciem siły wymuszającej, to otrzymujemy wartości współczynników sztywności, tłumienia oraz masy obarczone błędem względnym odpowiednio dla sztywności wynoszącym do 12%, dla tłumienia do 15,5% oraz dla masy 1,73%. Po wprowadzeniu korekty związanej z przesunięciem siły wymuszającej otrzymujemy wartości współczynników dynamicznych obarczone błędem dla współczynników sztywności wynoszącym poniżej 0,73%, dla współczynników tłumienia poniżej 3,73% oraz dla współczynników masy ok. 0,2%. Należy w tym momencie wspomnieć, że dokładność wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia w kierunkach głównych jest wyższa niż dokładność wyznaczania współczynników w kierunkach skośnych.

Warto zauważyć, że masa wału najczęściej jest parametrem znanym przed rozpoczęciem obliczeń, natomiast współczynników sztywności i tłumienia nie znamy. Po wykonaniu obliczeń i otrzymaniu kompletu współczynników dynamicznych łożysk można ocenić błąd obliczania współczynników masy, co na pierwszym etapie obliczeń może posłużyć do weryfikacji otrzymanych wyników.

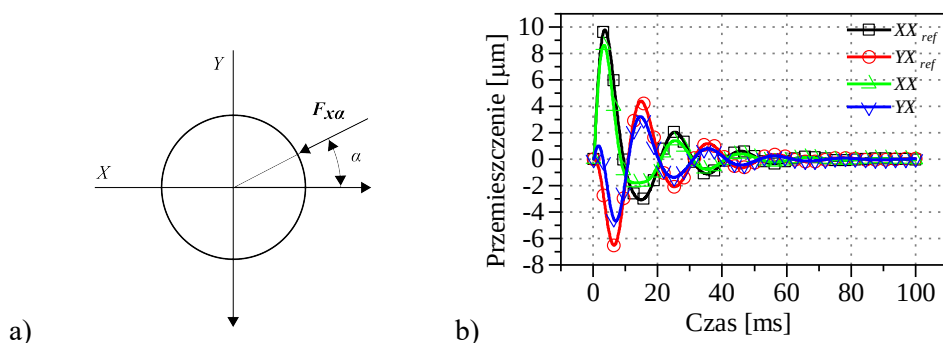
W rozpatrywanym modelu wartością oczekiwaną współczynników masy w kierunkach głównych XX oraz YY jest połowa masy wału. Porównując tę wartość z wartością obliczoną, stwierdzić można, że gdy wykonujemy obliczenia dla siły bez korekcji (tj. pominięciu w algorytmie nierównomiernego podziału siły), to błąd względny mieści się w przedziale 12,4–18,4%. Po uwzględnieniu korekcji siły błędy obliczonych wartości poszczególnych współczynników masy wynoszą od 2,8% do 4,8%.

Tabela 7.2. Rzeczywiste i obliczone współczynniki sztywności, tłumienia oraz masy dwóch łożysk układu wirnikowego w przypadku przesunięcia siły; wyniki „z korektą” uwzględniają nierównomierny podział siły wymuszającej w procedurze obliczeń

	Współczynniki sztywności [N/m]								
	k'_{xx}	k'_{yy}	k'_{xy}	k'_{yx}	k^2_{xx}	k^2_{yy}	k^2_{xy}	k^2_{yx}	
Wartości rzeczywiste	500000	450000	250000	240000	550000	470000	270000	260000	
Obliczenia bez korekty	555537	502566	276803	268393	496849	426325	243265	236089	
Błąd względny w %	11,11	11,68	10,72	11,83	9,66	9,29	9,90	9,20	
Obliczenia z korektą	498068	450577	248168	240628	548248	470428	268430	260512	
Błąd względny w %	0,39	0,13	0,73	0,26	0,32	0,09	0,58	0,20	
	Współczynniki tłumienia [N·s/m]								
	c'_{xx}	c'_{yy}	c'_{xy}	c'_{yx}	c^2_{xx}	c^2_{yy}	c^2_{xy}	c^2_{yx}	
Wartości rzeczywiste	500	550	250	260	550	560	260	270	
Obliczenia bez korekty	567,0	610,6	288,7	290,2	505,1	506,1	244,4	243,9	
Błąd względny w %	13,40	11,02	15,48	11,62	8,16	9,63	6,00	9,67	
Obliczenia z korektą	508,3	547,4	258,9	260,2	557,4	558,5	269,7	269,2	
Błąd względny w %	1,66	0,47	3,56	0,08	1,35	0,27	3,73	0,30	
	Współczynniki masy [kg]								
	m'_{xx}	m'_{yy}	m'_{xy}	m'_{yx}	m^2_{xx}	m^2_{yy}	m^2_{xy}	m^2_{yx}	Masa
Wartości rzeczywiste	2,423	2,423	0,000	0,000	2,423	2,423	0,000	0,000	4,845
Obliczenia bez korekty	2,778	2,868	-0,089	-0,031	2,123	2,089	-0,031	-0,045	4,929
Błąd względny w %	14,68	18,38	—	—	12,38	13,75	—	—	1,733
Obliczenia z korektą	2,491	2,571	-0,080	-0,028	2,342	2,306	-0,035	-0,049	4,855
Błąd względny w %	2,82	6,13	—	—	3,31	4,83	—	—	0,204

7.5. Zmiana kierunku działania siły wymuszającej i jej wpływ na otrzymane wyniki

W analizach numerycznych wykonywano dwukrotne impulsowe wymuszenie wirującego wału za pomocą młotka modalnego poprzez uderzenia w kierunkach prostopadłych do osi wirnika. W poprzednim podrozdziale opisano przykład, na podstawie którego można stwierdzić, że w celu otrzymania poprawnych wyników konieczne jest przyjęcie właściwej definicji siły wymuszającej. W niniejszym podrozdziale tym opisano przypadek, gdy w badaniach eksperymentalnych popełniany jest błąd polegający na uderzeniu obracającego się wirnika pod pewnym kątem w stosunku do zamierzonego kierunku. W celu sprawdzenia tego efektu w modelu numerycznym w którym przyjęto działanie siły $F_{x\alpha}$ w kierunku pod kątem 15° względem kierunku X (kierunku zaplanowanego). Uderzenie F_y zadane było wzdłuż osi Y . Na rys. 7.3a przedstawiono schemat działania obróconej siły wymuszającej, a rys. 7.3b wynik odpowiedzi układu w pierwszym łożysku. Odpowiedź układu w kierunkach X i Y po wymuszeniu jedynie w kierunku X . Na przebiegach tych widoczna jest największa różnica w wynikach. Oznaczenia XX_{ref} i YX_{ref} oznaczają odpowiedź układu przy sile F_x działającej wzdłuż osi X . Sygnały XX i YX generowane są po wymuszeniu układu siłą $F_{x\alpha}$ działającą pod kątem 15° . Należy również podkreślić, że przyjęty kąt działania siły wymuszającej jest dość duży i podczas przeprowadzania badań eksperymentalnych należy go minimalizować.



Rys. 7.3. a) Schemat przedstawiający sposób działania siły pod kątem. b) Sygnał odpowiedzi pierwszego łożyska w kierunku X oraz Y po wymuszeniu odpowiednio pod kątem $\alpha = 0^\circ$ i $\alpha = 15^\circ$

W tabeli 7.3. zestawiono wyniki dla współczynników sztywności, tłumienia oraz masy obliczonych na podstawie sygnału wygenerowanego podczas symulacji numerycznej po wymuszeniu układu w kierunku X siłą obróconą pod kątem

$\alpha = 15^\circ$. W wykorzystanym algorytmie cała wartość siły traktowana była jako wymuszenie zadane pod kątem $\alpha = 0^\circ$. Okazuje się, że błędy obliczeń współczynników sztywności mogą wynosić ponad 56%, współczynników tłumienia ok. 55%, natomiast masa wału wyznaczona zostaje z dokładnością ok. 2,2%. Należy przy tym zauważyć, że błąd wyznaczania niektórych współczynników nie przekracza 3%, a więc nie wszystkie wyniki obarczone są tak dużym błędem. Największy błąd obliczeń powstał przy obliczeniach współczynników skośnych YX . Znaczący błąd generowany był również podczas obliczeń współczynników o składowej YY , jednak stosunkowo niewielki błąd obserwowano podczas obliczeń współczynników XX oraz XY .

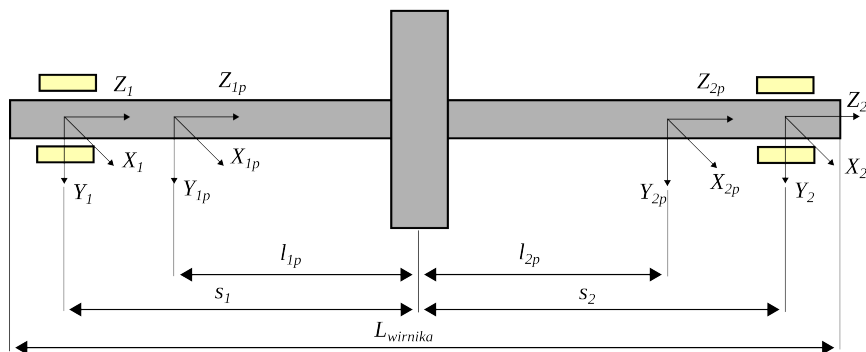
Tabela 7.3. Rzeczywiste i obliczone współczynniki sztywności, tłumienia oraz masy dwóch łożysk układu wirnikowego w przypadku wymuszenia działającego pod kątem $\alpha = 15^\circ$

	Współczynniki sztywności [N/m]							
	k^I_{xx}	k^I_{yy}	k^I_{xy}	k^I_{yx}	k^2_{xx}	k^2_{yy}	k^2_{xy}	k^2_{yx}
Wartości rzeczywiste	500000	450000	250000	240000	550000	470000	270000	260000
Wartości obliczone	516049	383855	257221	106858	567699	398520	277880	113519
Błąd względny w %	3,21	14,70	2,89	55,48	3,22	15,21	2,92	56,34
	Współczynniki tłumienia [N·s/m]							
	c^I_{xx}	c^I_{yy}	c^I_{xy}	c^I_{yx}	c^2_{xx}	c^2_{yy}	c^2_{xy}	c^2_{yx}
Wartości rzeczywiste	500	550	250	260	550	560	260	270
Wartości obliczone	523,9	478,5	267,8	123,4	576,2	486,5	277,9	121,7
Błąd względny w %	4,78	13,00	7,12	52,54	4,76	13,13	6,88	54,93
	Współczynniki masy [kg]							
	m^I_{xx}	m^I_{yy}	m^I_{xy}	m^I_{yx}	m^2_{xx}	m^2_{yy}	m^2_{xy}	m^2_{yx}
Wartości rzeczywiste	2,423	2,423	0,000	0,000	2,423	2,423	0,000	0,000
Wartości obliczone	2,426	2,424	-0,071	-0,065	2,591	2,462	-0,034	-0,072
Błąd względny w %	0,16	0,07	—	—	6,95	1,62	—	—

7.6. Ocena wpływu przesunięcia czujników wiroprowadowych

Obliczenia współczynników dynamicznych łożysk wykonywane są na podstawie sygnału siły wymuszającej oraz odpowiedzi układu w łożyskach. Ponieważ w badaniach eksperymentalnych umieszczenie czujników w podporach łożyskowych najczęściej nie jest możliwe, zatem należy sprawdzić, jak na uzyskiwane wyniki

wpływa umieszczenie czujników obok podpór łożyskowych. Schemat rozmieszczenia podpór łożyskowych oraz czujników pomiarowych przedstawiono na rys. 7.4. Oznaczenia s_1 i s_2 określają odległości podpór łożyskowych od środka układu, a odległości l_{1p} i l_{2p} określają odległości czujników pomiarowych od środka układu. Symbolem L_{wornika} oznaczono długość wirnika.



Rys. 7.4. Schemat modelu, na którym zaznaczono miejsce pomiaru przemieszczenia łożysk (układy z indeksami p) oraz miejsca brane pod uwagę w obliczeniach współczynników dynamicznych łożysk (środki panwi łożyskowych)

Okazuje się, że jeżeli przeprowadzone zostaną obliczenia dla punktów pomiarowych przesuniętych jedynie o 30 mm (co stanowi 5% odległości pomiędzy podporami) otrzymamy wyniki współczynników sztywności, tłumienia oraz masy obliczone z błędem względnym wynoszącym ok. 2%. W celu poprawy dokładności obliczeń zastosować można równania

$$\begin{bmatrix} XX_1 & YY_1 \\ XX_1 & YY_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{s_1 + l_2} \begin{bmatrix} s_2 + l_1 & s_1 - l_1 \\ s_2 - l_2 & s_1 + l_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} XX_{1p} & YY_{1p} \\ XX_{2p} & YY_{2p} \end{bmatrix}, \quad (7.4)$$

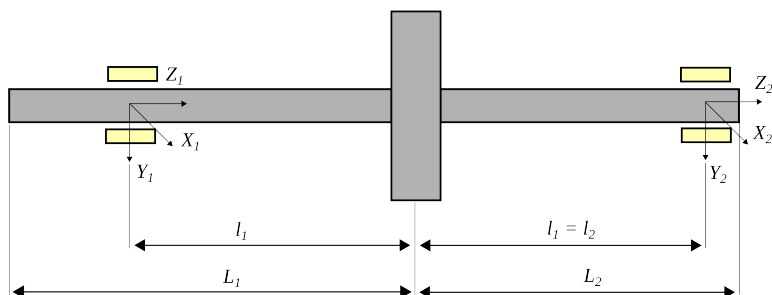
$$\begin{bmatrix} XY_1 & YX_1 \\ XY_1 & YX_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{s_1 + l_2} \begin{bmatrix} s_2 + l_1 & s_1 - l_1 \\ s_2 - l_2 & s_1 + l_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} XY_{1p} & YX_{1p} \\ XY_{2p} & YX_{2p} \end{bmatrix}. \quad (7.5)$$

Po przemnożeniu sygnału odpowiedzi układu, zmierzonej w miejscu mocowania czujników przez powyższe równania otrzymujemy dokładne wartości.

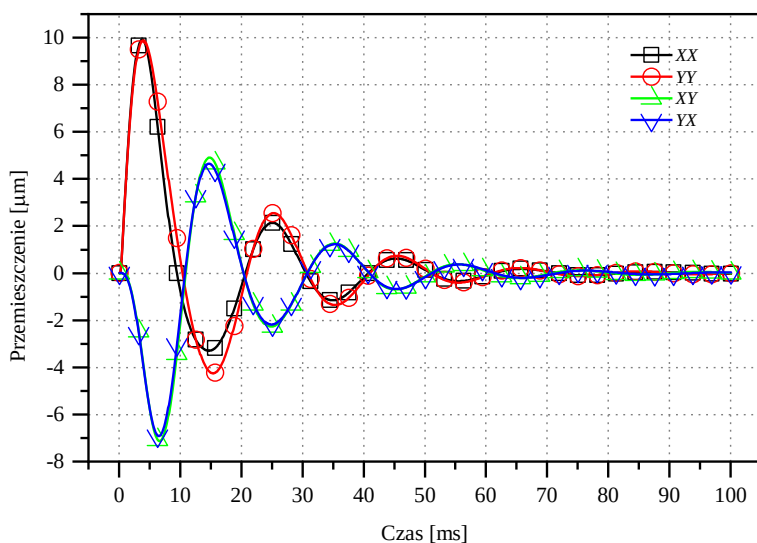
7.7. Wyniki obliczeń dla wirnika niesymetrycznego

Często zdarza się, że konieczne jest wyznaczenie współczynników dynamicznych łożysk podpierających wirnik niesymetryczny. W rozdziale tym przedstawiono obliczenia dla przykładowego niesymetrycznego wirnika. W celu symulacji takiego przypadku długość jednego z końców wału został skrócony o 60 mm. Sytuacja taka ma miejsce, gdy np. jeden z końców wału jest dłuższy w celu montażu na nim sprzęgła. Schemat niesymetrycznego układu wirnikowego przedstawiono

na rys. 7.5. Wymiary wirnika przyjęte do obliczeń to kolejno: $l_1 = l_2 = 290$ mm, $L_1 = 460$ mm, $L_2 = 400$ mm. Wykres odpowiedzi układu w pierwszym łożysku po wymuszeniu przyłożonym pomiędzy łożyskami przedstawiono na rys. 7.6. Opisana zmiana geometrii sprawia, że masa wirnika zmniejszyła się do 4,71 kg.



Rys. 7.5. Schemat niesymetrycznego układu wirnikowego



Rys. 7.6. Odpowiedź niesymetrycznego układu wirnikowego

W tabeli 7.4. zestawiono współczynniki masy, tłumienia oraz sztywności dla niesymetrycznego układu wirnikowego. Błąd obliczania współczynników sztywności nie przekracza 0,7%, współczynników tłumienia nie przekracza 0,8%. Masę wału wyznaczono z dokładnością 0,012%. Współczynniki na głównych przekątnych wyznaczono z większą dokładnością niż te na kierunkach skośnych.

Tabela 7.4. Rzeczywiste i obliczone współczynniki sztywności, tłumienia oraz masy dwóch łożysk dla niesymetrycznego układu wirnikowego

	Współczynniki sztywności [N/m]							
	k'_{xx}	k'_{yy}	k'_{xy}	k'_{yx}	k^2_{xx}	k^2_{yy}	k^2_{xy}	k^2_{yx}
Wartości rzeczywiste	500000	450000	250000	240000	550000	470000	270000	260000
Wartości obliczone	498198	450495	248331	240585	548158	470442	268370	260557
Błąd względny w %	0,36	0,11	0,67	0,24	0,33	0,09	0,60	0,21
	Współczynniki tłumienia [N·s/m]							
	c'_{xx}	c'_{yy}	c'_{xy}	c'_{yx}	c^2_{xx}	c^2_{yy}	c^2_{xy}	c^2_{yx}
Wartości rzeczywiste	500	550	250	260	550	560	260	270
Wartości obliczone	506,9	547,2	259,7	259,5	557,0	558,6	268,7	271,9
Błąd względny w %	1,38	0,51	3,88	0,19	1,27	0,25	3,35	0,70
	Współczynniki masy [kg]							
	m^1_{xx}	m^1_{yy}	m^1_{xy}	m^1_{yx}	m^2_{xx}	m^2_{yy}	m^2_{xy}	m^2_{yx}
Wartości rzeczywiste	—	—	—	—	—	—	—	—
Wartości obliczone	2,364	2,430	-0,069	-0,028	2,341	2,284	-0,027	-0,055
Błąd względny w %	—	—	—	—	—	—	—	—

7.8. Podsumowanie rozdziału 7

W rozdziale 7 opisano badania wrażliwości metody wyznaczania dwudziestu czterech współczynników dynamicznych łożysk. W celu weryfikacji sposobu obliczeń wykorzystano model numeryczny opracowany w programie Samcef Rotors. Model złożony z wirnika i dwóch łożysk umożliwiał zmiany parametrów trudnych lub niemożliwych do weryfikacji podczas badań eksperymentalnych.

Obliczenia przeprowadzono dla referencyjnego modelu układu wirnikowego – symetrycznego wirnika z dyskiem na środku i równooddalonymi od środka podporami łożyskowymi. Ponieważ znane były wartości współczynników sztywności i tłumienia oraz masa wału, dlatego możliwe było bezpośrednie porównanie obliczonych wartości z tymi zadanymi w modelu numerycznym. Po wykonaniu obliczeń, na podstawie modelu referencyjnego, ustalono, że otrzymane współczynniki

sztynności obarczone są błędem dochodzącym do 0,63%, a współczynniki tłumienia obarczone są błędem dochodzącym do 3,76%. Wartości współczynników sztywności i tłumienia na głównych przekątnych obliczane były w tym wypadku z dwukrotnie większą dokładnością, natomiast masa wału obliczona została z bardzo dobrą dokładnością wynoszącą nawet 0,003%. Dokładność taka umożliwia obliczenie masy wału wynoszącej 4,845 kg z dokładnością 0,0001 kg.

Jednym ze sprawdzonych parametrów było przesunięcie siły wymuszającej z początkowej środkowej części wału (miejsca umieszczenia dysku) o 30 mm od dysku. Okazuje się, że nawet tak niewielkie przesunięcie, jak o 5% odległości pomiędzy łożyskami, skutkuje błędem obliczeń wynoszącym ok. 12% dla współczynników sztywności, ok. 15,5% dla współczynników tłumienia oraz 0,2% dla wyznaczonej masy wału. Dokładność obliczeń uległa poprawie po proporcjonalnym podzieleniu siły przypadającej na każde łożysko. Wykonanie tej operacji skutkowało zmniejszeniem powstałego błędu obliczeń do poziomu zbliżonego do modelu referencyjnego. W tym przypadku ciekawym wnioskiem było również porównanie obliczonych współczynników masy z ich oczekiwaną wartością (połowa masy wirnika). W przypadku, w którym siła zadana była niesymetrycznie (niedokładnie w połowie odległości pomiędzy łożyskami), jeżeli nie uwzględnimy tego w obliczeniach poprzez niesymetryczne podzielenie siły wymuszającej błąd obliczeń współczynników wynosił ok. 15%. Podczas gdy w procedurze obliczeń uwzględniono odpowiednie podzielenie siły na oba łożyska poskutkowało otrzymaniem wyników współczynników dynamicznych łożysk z błędem mniejszym niż 3,8%. Na podstawie wartości tych współczynników, już na wstępnym etapie badań, ocenić możemy poprawność wyznaczenia kompletu współczynników dynamicznych łożysk. Przykład ten pokazuje zasadność obliczania w jednej operacji oprócz współczynników sztywności i tłumienia, które są wartościami szukanymi także współczynników masy.

Właściwe zdefiniowanie siły w algorytmie obliczeń, zapewnia poprawne wartości współczynników dynamicznych łożysk. Podczas badań eksperymentalnych istnieje niebezpieczeństwo „nieczystego” uderzenia. Siła generowana przez młotek modalny nie będzie wówczas przekazywana tylko w jednym kierunku. Przeprowadzono eksperyment polegający na obrocie siły F_x o 15° ; jest to dość duży kąt, niemniej jednak warto sprawdzić, jaki błąd taka operacja może powodować, z kolei obliczenia współczynników dynamicznych łożysk przeprowadzono tak, jakby wymuszenie było realizowane pod kątem $\alpha = 0^\circ$. Okazuje się, że podejście takie może skutkować błędem obliczeń wynoszącym aż 56%, jednak błąd pojawia się tylko przy niektórych współczynnikach. Największy błąd obliczeń powstawał dla współczynników skośnych YX . Znaczący błąd generowany był również dla współczynników o składowej YY . Inne współczynniki wyznaczone były z dokładnością dochodzącą do 3%. Przy poprawnym przyłożeniu siły wymuszającej podczas badań eksperymentalnych błąd ten nie występuje.

W badaniach eksperymentalnych najczęściej nie jest możliwy bezpośredni pomiar przemieszczenia wirnika w łożyskach, a jest on wymagany podczas obliczeń. Wykonano obliczenia współczynników dynamicznych łożysk na podstawie sygnału zmierzonego w odległości 30 mm od środka łożyska. Okazuje się, że odpowiednie geometryczne przekształcenie zmierzonych sygnałów zapewnia otrzymanie poprawnych wartości współczynników dynamicznych. Nieuwzględnienie tego przesunięcia powoduje obliczenia z błędem wynoszącym ok. 2%.

W trakcie badań eksperymentalnych wykonywany jest dynamiczny test polegający na dwukrotnym uderzeniu młotkiem modalnym obracającego się wirnika, dlatego też sprawdzono również wpływ sztywności materiału wału na wyniki obliczeń. Wszystkie poprzednie obliczenia wykonywano dla wału z materiału o module Younga jak dla stali (210 GPa). Wykonano analizę polegającą na stukrotnym zwiększeniu modułu sztywności wzdłużnej materiału. Po zmianie tej otrzymano takie same wyniki współczynników dynamicznych łożysk. Oznacza to, że materiał wirnika nie wpływa na obliczane wartości.

W celu weryfikacji wyników obliczeń dla niesymetrycznego wirnika zmodyfikowano bazowy model numeryczny wirnika. W analizie tej jedna strona była krótsza o 60 mm. Sytuacja taka ma miejsce, gdy np. z jednej strony konieczny jest montaż sprzęgła. Obliczenia współczynników dynamicznych łożysk wykonane dla takiego zespołu wirnika można uznać za poprawne, przy czym wartości błędów obliczeń były zbliżone do tych otrzymanych z modelu referencyjnego.

Okazuje się, że niektóre parametry nie wpływają na wyniki obliczeń, a inne wpływają i trudna jest ich późniejsza korekta. W rozdziale tym pokazano, że pewne parametry, takie jak przesunięcie siły wymuszającej czy przesunięcie czujników pomiarowych, skutkują powstaniem błędu pomiarowego, oraz że dzięki odpowiednim korektom ich negatywny wpływ na wyniki może być zniwelowany. Informacje takie mogą być pomocne przy ocenie błędu obliczeń spowodowanego wystąpieniem kilku (z badanych) czynników jednocześnie. Wskazówki podane w niniejszym rozdziale będą pomocne przy eksperymentalnym wyznaczaniu współczynników dynamicznych łożysk, a dokładny opis procedury charakteryzuje możliwości i ograniczenia zaproponowanej metody.

8. Badania eksperymentalne

Do obliczeń współczynników dynamicznych łożysk na bazie badań eksperymentalnych wykorzystano metodę opisaną w trzech poprzednich rozdziałach. W rozdziale 5 przedstawiono metodę obliczeń. W rozdziale 6 przedstawiono jeden z etapów przetwarzania sygnałów. Rozdział 7 dotyczył analizy wrażliwości metody, informacje zawarte w tych rozdziałach stanowią istotne wskazówki umożliwiające efektywne prowadzenie badań eksperymentalnych układu wirnikowego

W rozdziale 8 opisano badania eksperymentalne i ich przygotowanie, zmierzone sygnały, obliczone na ich podstawie współczynniki dynamiczne łożysk hydrodynamicznych oraz weryfikację wyników. Na początku rozdziału zaprezentowano dwa programy, napisane w języku pakietu MATLAB, wyposażone w graficzny interfejs użytkownika, który zbudowano z wykorzystaniem dodatku GUI-IDE. Pierwszy program nazwany został Signal, jego opis zamieszczono w podrozdziale 8.1. Jest to prosty program służący do przygotowania sygnałów pożytkanych z badań eksperymentalnych do dalszego przetwarzania. Jego działanie polega na tym, że z przebiegu czasowego wybierane są fragmenty sygnału przemieszczenia wirnika (po wymuszeniu drgań układu wirnikowego za pomocą młotka modalnego), następnie wybierany jest sygnał referencyjny (stabilnej pracy) i na podstawie tych dwóch sygnałów generowany jest trzeci sygnał, który powstaje poprzez odejmowanie od sygnału po wymuszeniu sygnału referencyjnego. Operacje wykonywane są zgodnie ze schematem przedstawionym w rozdziale 5. Drugi program, nazwany Calculation, którego szczegółowy opis znajduje się w podrozdziale 8.2, użyty został do obliczeń współczynników dynamicznych łożysk. W programie tym zaimplementowano algorytm opisany w rozdziale 5. Zadaniem tego algorytmu jest wyznaczenie współczynników sztywności, tłumienia oraz masy układu wirnik – łożyska.

W podrozdziale 8.3 opisano czynności konieczne do przygotowania stanowiska, czyli osiowanie oraz wyważenie wirnika. Wykonanie tych czynności wpłynęło na zmniejszenie drgań początkowych, a tym samym na bardziej stabilną pracę układu. Przeprowadzono również analizę uderzenia układu wirnikowego młotkiem modalnym za pomocą szybkiej kamery. Badania te umożliwiły obserwację poślizgu młotka modalnego podczas wymuszenia obracającego się wału.

W podrozdziale 8.4 przedstawiono charakterystyki układu przy stabilnej pracy, przebiegi siły wymuszającej oraz odpowiedzi dynamiczne zarejestrowane po wymuszeniu – uderzeniu młotkiem modalnym. Do obliczeń konieczne było uwzględnienie rzeczywistego położenia czujników pomiaru przemieszczenia czopa wału, które są przesunięte o 30 mm w stosunku do środków podpór łożyskowych. Wzięto pod uwagę również fakt, że siła wymuszająca nie została przyłożona dokładnie w środku długości wału, a obok dysku. Pokazano przekształcenie polegające na uwzględnieniu faktu, że czujniki wiroprowdowe są pod kątem 45°

względem globalnego układu odniesienia. Operacje przeprowadzone na sygnałach otrzymanych z badań eksperymentalnych omówione zostały w podrozdziale 8.5.

Na podstawie odpowiednio przygotowanych sygnałów obliczono współczynniki masy, sztywności oraz tłumienia układu wirnik – łożyska. Wyniki wartości średnich oraz wartości odchylenia standardowego przedstawiono w tabelach, i na wykresach w podrozdziale 8.6.

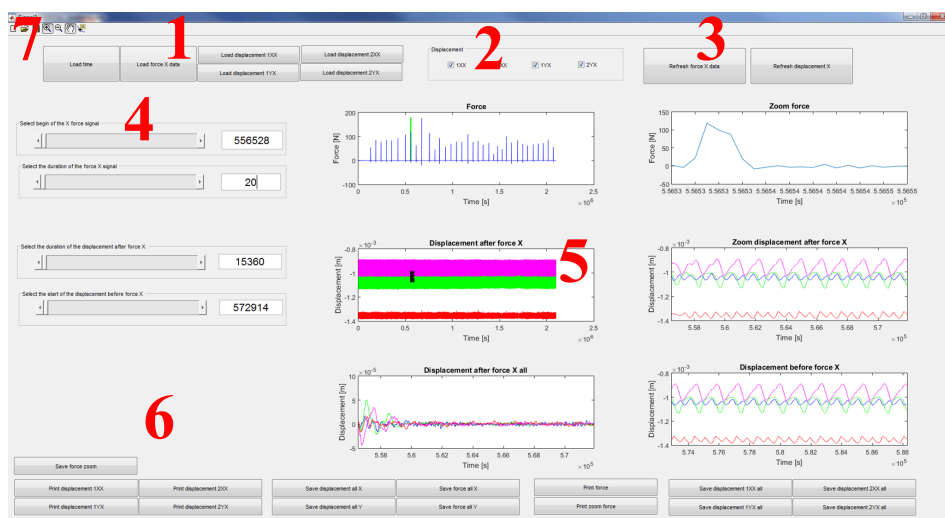
W podrozdziale 8.7 przedstawiono weryfikację obliczonych współczynników sztywności i tłumienia. W programie Abaqus stworzono model układu składającego się z punktu materialnego o jednym stopniu swobody, który połączono z drugim nieruchomym punktem za pomocą elementu sprężysto-tłumiącego. Sztywność i tłumienie elementu łączącego zadano na podstawie wyników badań eksperymentalnych. Do wymuszenia drgań użyto siły impulsowej zmierzonej podczas badań eksperymentalnych, a następnie zapisano odpowiedź tego układu. O pozytywnej weryfikacji obliczonych parametrów sztywności i tłumienia świadczyła zgodność odpowiedzi zmierzonej podczas badań eksperymentalnych oraz obliczonej na podstawie oszacowanych współczynników sztywności i tłumienia. W podrozdziale 8.8 zawarto podsumowanie oraz wnioski.

8.1. Program do przetwarzania sygnałów z badań eksperymentalnych

Do prawidłowego przeprowadzenia procesu obliczeń współczynników dynamicznych łożysk konieczne było odpowiednie przygotowanie sygnału pomiarowego. W trakcie badań eksperymentalnych dla każdej prędkości obrotowej parametry pracy układu rejestrowane były w okresie 40 s. Rejestrowany był sygnał z czterech czujników wiropędowych i młotka modalnego. W tym czasie wirnik był wymuszany do drgań w jednym kierunku (X lub Y) za pomocą młotka modalnego. W zależności od przypadku było to ok. 25 wymuszeń w ciągu jednego pomiaru. Następnie operacje powtarzano dla drugiego kierunku. W celu odpowiedniego przygotowania sygnału opracowany został program o nazwie Signal. Fragmenty kodu tego programu wraz z opisami przedstawiono w załączniku nr II.

Program Signal wyposażono w graficzny interfejs użytkownika. Okno programu składa się z siedmiu części oznaczonych numerami 1–7 (rys. 8.1). Przyciski oznaczone numerem 1 umożliwiają wczytanie sygnału. Wczytywane były przebiegi siły z jednego kierunku (X lub Y) oraz sygnały odpowiedzi układu z czterech czujników wiropędowych z obu kierunków (X i Y). W operacji przygotowywany był sygnał wymuszenia w kierunku X lub Y , następnie proces był powtarzany dla drugiego kierunku. Za pomocą przycisków wyboru (ang. *checkboxes*) znajdujących się w części numer 2 wybierane są sygnały, widoczne na wykresach. Możliwe jest wyświetlenie jednego, dwóch, trzech lub czterech sygnałów przemieszczenia i ich dowolnych kombinacji, przyciski te służą również jako filtr.

Możliwość szybkiej weryfikacji tylko niektórych przebiegów jest bardzo pomocna podczas analizy sygnałów. Cyfrą 3 zaznaczono przyciski służące do odświeżania wykresów, przy czym uaktywniane one są automatycznie po każdej zmianie zakresu sygnału oraz filtrów. Zakres sygnału do analizy wybierany jest za pomocą suwaków (ang. *sliders*) i pól tekstowych (ang. *text boxes*) znajdujących się w części nr 4. Elementy te determinują: początek sygnału siły wymuszającej, czas trwania siły wymuszającej, początek sygnału referencyjnego oraz czas trwania sygnału referencyjnego.



Rys. 8.1. Okno programu Signal do przygotowywania sygnału pomiarowego; na wykresach widoczne są dane wczytane dla sygnału odpowiadającego prędkości 4500 obr/min i wymuszeniu w kierunku Y

Sygnały z badań eksperymentalnych przedstawiono na wykresach w części panelu nr 5. W kolejności (rzędami) na wykresach przedstawiono:

- sygnał siły wymuszającej w całym zakresie czasu,
- sygnał siły wymuszającej (przedział określony w części nr 4),
- sygnał odpowiedzi układu w całym zakresie czasu,
- sygnał po wymuszeniu (przedział określony w części nr 4),
- sygnał używany w dalszej części do obliczeń (od sygnału po wymuszeniu odjęto sygnał referencyjny),
- sygnał referencyjny (przedział określony w części nr 4).

W części numer 6 znajduje się zestaw przycisków służących do wyświetlania okien z powiększonymi fragmentami opisanych wcześniej przebiegów oraz do ich zapisywania, z kolei w części numer 7 znajdują się narzędzia pomocne w wykonywaniu operacji na wykresach. Dzięki nim możliwe jest pomniejszanie i powiększanie.

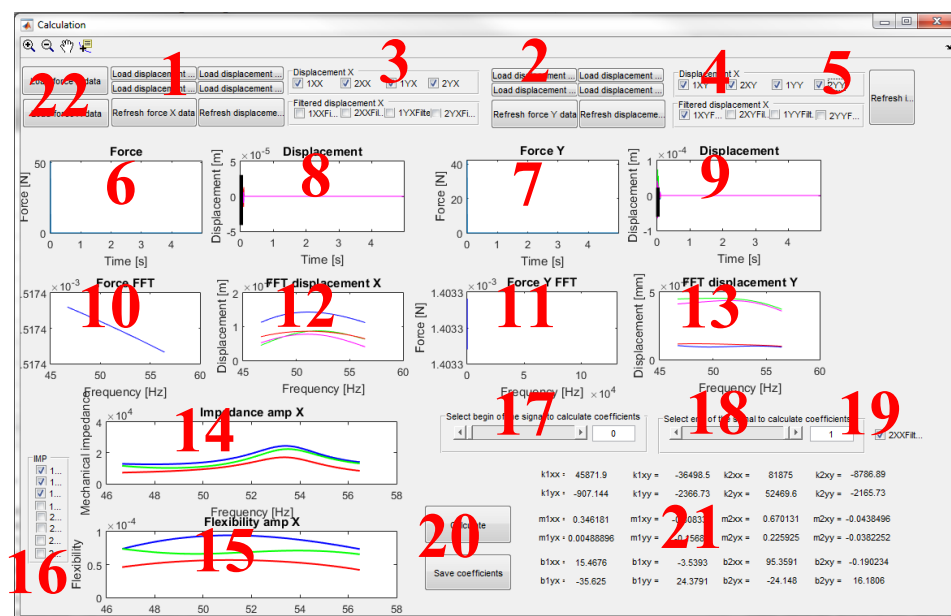
szanie fragmentów przebiegów, przesuwanie widocznego fragmentu oraz sprawdzanie współrzędnych punktów na wykresach. Podczas zmiany rozmiarów okna skalowane są wszystkie elementy interfejsu.

8.2. Program do obliczeń współczynników dynamicznych łożysk

Do obliczeń współczynników dynamicznych łożysk opracowano program nazywany „Calculation”. Sercem tego programu jest algorytm opisany w rozdziale 5, który dodatkowo rozbudowano o operacje wczytania plików, zapisywania wyników oraz wyświetlania danych na różnych etapach obliczeń. Programu tego użyto go do operacji na sygnale uprzednio przygotowanym – podczas weryfikacji algorytmu w programie Samcef Rotors (rozdziały 5–7) oraz do obliczeń na podstawie danych eksperymentalnych (niniejszy rozdział). Do programu Calculation wczytywane są dane przygotowane, we wcześniej opisanym programie Signal. Przed obliczeniami wykonywane były operacje opisane w podrozdziale 8.5 (uwzględniono przesunięcie czujników względem środków łożysk). Fragmenty kodu programu Calculation, wraz z opisami przedstawiono w załączniku nr II.

Interfejs programu Calculation przedstawiono na rys. 8.2. Okno programu podzielone jest na 23 części. Część 1 umożliwia wczytanie danych rejestrowanych w kierunku X , natomiast część 2 – wczytanie sygnałów wejściowych w kierunku Y . W obliczeniach konieczne jest uwzględnienie sygnałów sił wymuszających w dwóch prostopadłych kierunkach oraz odpowiedzi układu na te wymuszenia. Część 3 i 4 to przyciski typu „checkbox”, które pełnią funkcję filtrów. Dzięki nim możliwy jest wybór sygnałów odpowiedzi układu wyświetlanych na wykresach nr 8 i 12 dla kierunku X oraz na wykresach nr 9 i 13 dla kierunku Y . Przycisk oznaczony numerem 5 odpowiada za odświeżenie wykresów. Odświeżanie realizowane jest również automatycznie po każdej zmianie parametrów oraz filtrów. Wykres w części nr 6 przedstawia przebieg siły wymuszającej w kierunku X , a wykres w części nr 7 przebieg siły wymuszającej w kierunku Y . Wykresy sił wymuszających po analizie Fourierowskiej (FFT w dziedzinie częstotliwości) znajdują się w częściach nr 10 oraz 11. Wykres w części nr 8 przedstawia sygnał odpowiedzi układu po wymuszeniu w kierunku X , natomiast nr 9 zawiera sygnały odpowiedzi układu po wymuszeniu w kierunku Y . Widmo częstotliwościowe tego sygnału przedstawiono w częściach nr 12 i 13. W części 14 znajduje się wykres sztywności dynamicznej, który powstaje poprzez odpowiednie przemnożenie siły wymuszającej i odpowiedzi układu, w części nr 15 jest wykres podatności dynamicznej, który jest odwrotnością sygnału sztywności. Część nr 16 zawiera filtry, umożliwiające wybór wyświetlanych wykresów sztywności i podatności dynamicznej. W części nr 17 i 18 określana jest za pomocą suwaków i pól tekstowych długości sygnału, który wykorzystywany jest do obliczeń współczynników dynamicznych łożysk. Ograniczenie to realizowane jest poprzez zaznaczenie pola typu

„checkbox” w części nr 19. Po zaznaczeniu tego pola na wykresach w częściach nr 8 i 9 pojawiają się pionowe czarne linie symbolizujące zakres sygnału brany do dalszych obliczeń. W części numer 20 znajdują się przełączniki do obliczania i zapisywania współczynników dynamicznych łożysk. Przycisk obliczania współczynników dynamicznych łożysk uruchamiany jest automatycznie podczas zmian parametrów obliczeń, dzięki temu możliwa jest szybka weryfikacja wpływu wprowadzanych zmian parametrów na współczynniki dynamiczne łożysk. Wyniki obliczeń wartości współczynników podane są w części 21. Dzięki opcji zapisywania współczynników dynamicznych łożysk do plików możliwe jest ich bezpośrednie porównywanie oraz sporządzanie przebiegu zmian ich wartości w funkcji prędkości obrotowej. W górnej części okna interfejsu oznaczonej na rysunku jako 22, znajdują się przyciski, za pomocą których możliwe są operacje na wykresach widocznych w częściach 6–15. Dzięki nim możliwe jest zwiększanie, zmniejszanie i przesuwanie każdego z wykresów. Dodatkowo możliwe jest sprawdzenie współrzędnych punktów na wykresach.



Rys. 8.2. Interfejs graficzny programu do obliczania współczynników dynamicznych łożysk

8.3. Przygotowanie badań eksperymentalnych

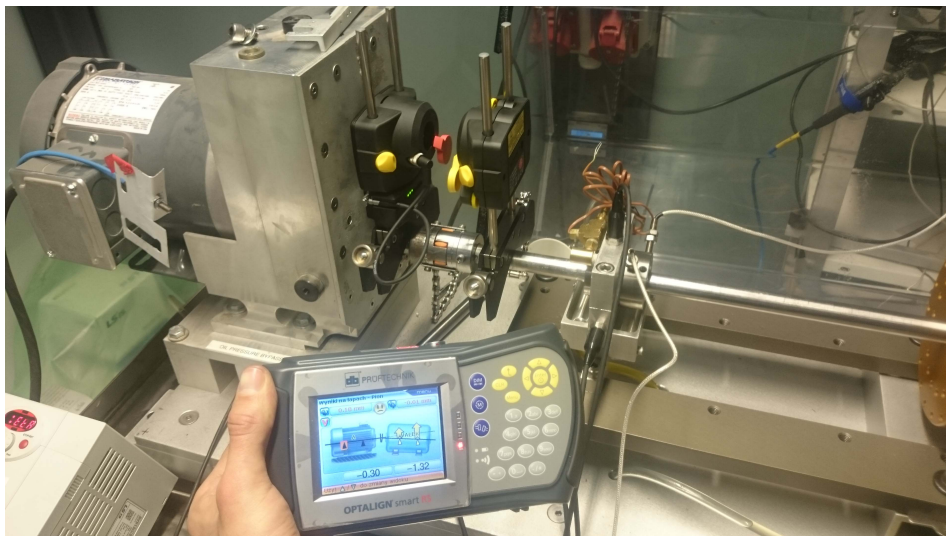
Przed wykonaniem badań eksperymentalnych konieczne było odpowiednie przygotowanie stanowiska laboratoryjnego. Przeprowadzono proces osiowania wału silnika oraz wału stanowiska laboratoryjnego pracującego na łożyskach ślizgowych. Operacja taka powinna być przeprowadzana przed pierwszym uruchomieniem prawie każdej maszyny wirnikowej. Wykonano również proces wyważenia wirnika. Dzięki tym dwóm operacjom poziom drgań mierzonych na stanowisku laboratoryjnym zmniejszono kilkakrotnie. Charakterystyki bazowe przedstawione w rozdziale 4 sporządzono po wspomnianym wyżej procesie osiowania oraz wyważenia. W ramach wstępnych badań przeprowadzono również analizę obrazową uderzenia wirnika młotkiem modalnym (za pomocą szybkiej kamery). Jest to najlepsza dostępna metoda umożliwiająca obserwację zjawisk związanych z poślizgiem młotka modalnego podczas uderzenia w wał.

W maszynach wirnikowych niewyważenie i rozosiowanie to jedno z najczęstszych źródeł drgań [150]. Osiowanie wału przeprowadzono za pomocą przyrządu OPTALIGN Smart RS firmy Prüftechnik oraz dwóch bezprzewodowych czujników laserowych. Pierwszy czujnik laserowy zamocowano na wale silnika napędowego a drugi na końcu wału podpartego dwoma łożyskami ślizgowymi. Przyrząd do osiowania wałów oraz zamontowane na wale czujniki pokazano na rys. 8.3. W przyrządzie OPTALIGN Smart RS wprowadzono wymiary osiowanej maszyny. Częścią nieruchomą był silnik napędowy, natomiast element regulowany stanowiła płyta stanowiska laboratoryjnego, na której znajdowały się podpory łożyskowe. Rezultatem osiowania było odchylenie wymiarów na osiowanych podporach nieprzekraczające 0,01 mm. Zgodnie z normą PN-ISO 10816-1 [81] stwierdzić można, że w badanym zakresie prędkości obrotowych wirnik został wyosiowany prawidłowo, a poziom drgań wywołany rozosiowaniem jest dopuszczalny [151, 152]. Raport z osiowania umieszczono w załączniku nr I.

Po poprawnym wyosiowaniu wałów przeprowadzono wyważenie wirnika umieszczonego w łożyskach ślizgowych. Wirnik wyważono za pomocą urządzenia o nazwie Diamond 401 wyprodukowanego przez firmę MBJ Electronics. Zostało ono przedstawione na rys. 3.7. Schematyczny widok wirnika przedstawiono na rys. 5.1, natomiast jego zdjęcie na rys. 4.3. Po procesie wyważania niewyważenie resztkowe wirnika wynosiło ok 10 g·mm, które według normy ISO 1940-1 [83] jest to wartość dopuszczalna.

Ważny z punktu widzenia dokładności wyników był sposób uderzenia młotkiem modalnym w wirnik. W czasie weryfikacji wrażliwości metody obliczania współczynników dynamicznych maszyn obrotowych, przedstawionej w rozdziale 7 sprawdzony został wpływ zmiany kąta nachylenia oraz zmiany miejsca przyłożenia siły wymuszającej na dokładność otrzymywanych wyników. Uwzględnienie poślizgu towarzyszącego wymuszeniu wirnika w symulacjach numerycznych jest niełatwe a jego obserwacja podczas badań eksperymentalnych jest również

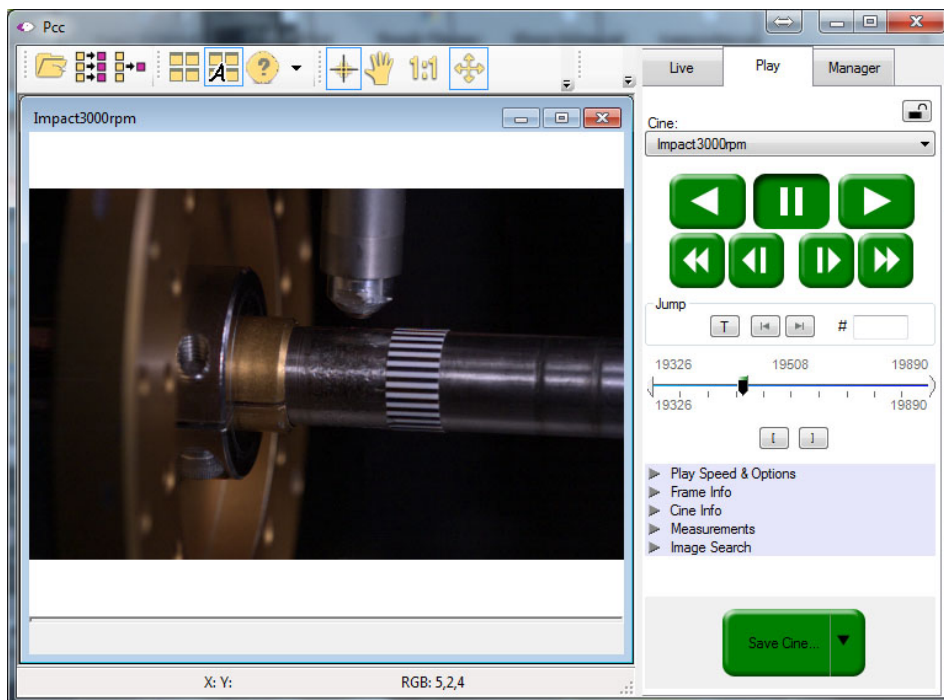
bardzo trudna. Podczas badań eksperymentalnych obserwacja tego zjawiska jest również bardzo trudna. Za pomocą czujników wiropędowych rejestrowane były przemieszczenia wału w pobliżu łożysk w dwóch kierunkach prostopadłych do siebie oraz do osi wału. Jednak na tej podstawie nie można stwierdzić czy uderzenie młotkiem modalnym było dokładnie takie jak zamierzone tzn. w określonym kierunku i bez poślizgu. Z tego powodu przeprowadzono obserwacje z wykorzystaniem szybkiej kamery Phantom v2512 firmy Vision Research.



Rys. 8.3. Stanowisko badawcze podczas osiowania wałów

Na rys. 8.4 pokazany jest interfejs programu Phantom camera control używanego do obsługi szybkiej kamery oraz do podstawowej analizy ruchu odtwarzanego w zwolnionym tempie. Po lewej stronie widoczny jest aluminiowy dysk oraz naklejoną wał wirnika taśmę w białe-czarne paski w celu precyzyjnego śledzenia ruchu wirnika. W górnej części obrazu widoczna jest końcówka młotka modalnego.

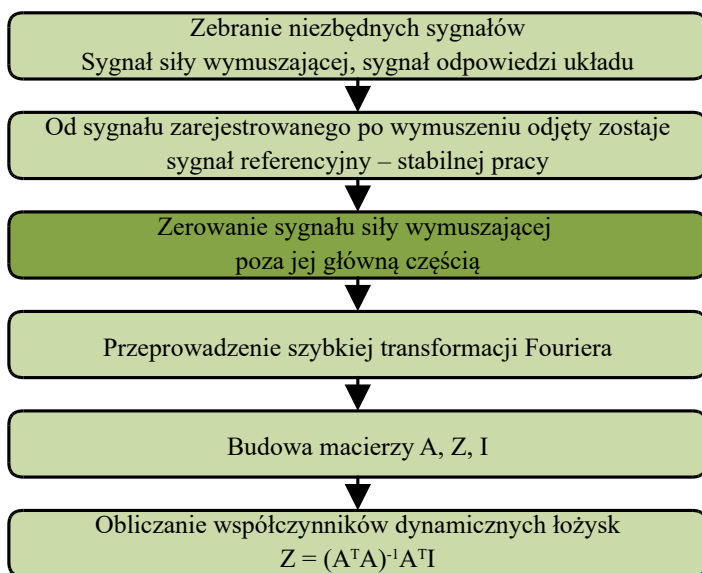
Ponieważ opisywanie przebiegu zarejestrowanego procesu wymuszenia jest dość kłopotliwe, dlatego jako załącznik do niniejszej pracy dołączono płytę DVD, na której znajdują się nagrania pokazujące w zwolnionym tempie uderzenia młotka modalnego w wirnik. Po badaniach z wykorzystaniem szybkiej kamery okazało się, że poślizg w momencie uderzenia wału jest niewielki i może zostać pominięty. Siła przekazywana przez młotek modalny na wirnik była potraktowana jako wymuszenie wzdłuż jednej z osi (X lub Y). Są to bardzo cenne informacje, które potwierdzają, że spełnione są zalecenia sformułowane po przeprowadzeniu numerycznej analizy wrażliwości metody, przedstawionej w rozdziale 7.



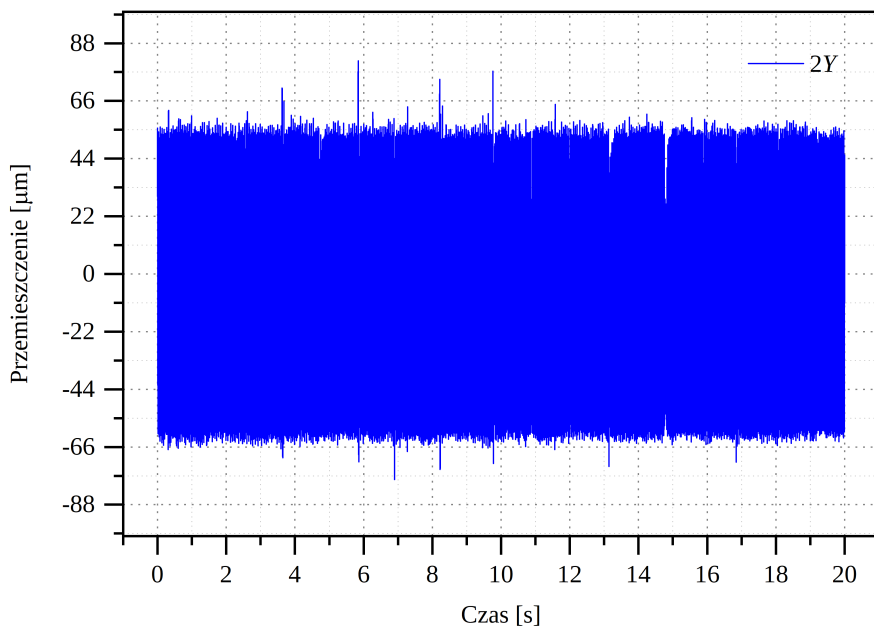
Rys. 8.4. Interfejs graficzny programu Phantom camera control do obsługi szybkiej kamery; w oknie widoczny jest fragment nagrania wymuszenia wirnika za pomocą młotka modalnego

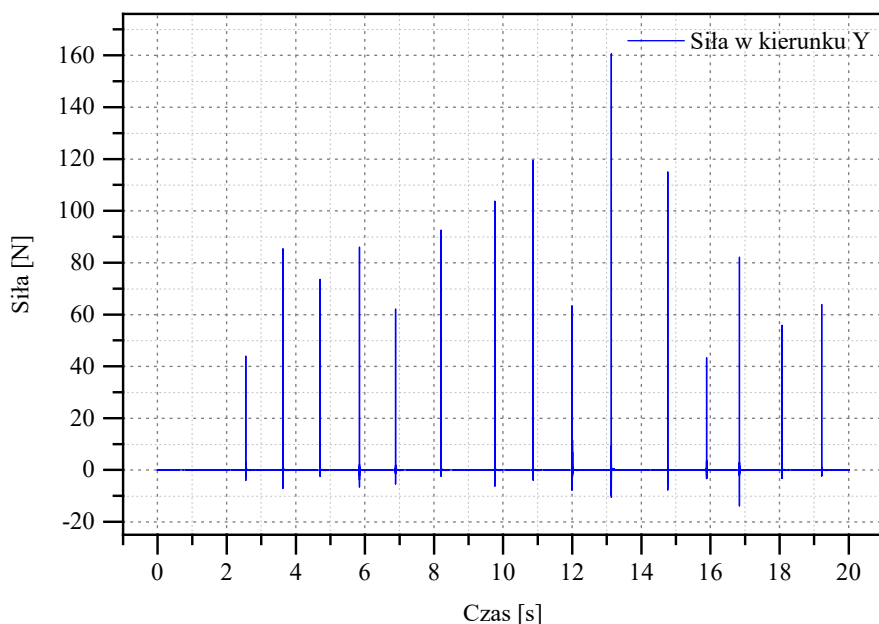
8.4. Przebieg badań eksperymentalnych

Badania eksperymentalne miały przebieg zbliżony do przedstawionych wcześniej badań numerycznych, opisanych w rozdziałach 5 i 6. Schemat blokowy obliczeń pokazany na rys. 6.1, w porównaniu do wcześniejszej analizy przeprowadzonej z wykorzystaniem danych numerycznych, został rozszerzony o dodatkowy krok (rys. 8.5). W trzecim kroku zawarto zerowanie sygnału siły wymuszającej poza główną składową. W interpretacji wyników pomocne były analizy uwzględniające bazowe charakterystyki stanowiska laboratoryjnego. Wyniki analizy dynamiki konstrukcji przedstawiono w rozdziale 4 oraz w załączniku nr I. Badania eksperymentalne szerzej opisano w pracy [153].



Rys. 8.5. Schemat blokowy obliczania współczynników dynamicznych łożysk

Rys. 8.6. Sygnał zmierzony w pobliżu łożyska nr 2 w kierunku Y dla prędkości 4500 obr/min po wymuszeniu w kierunku Y

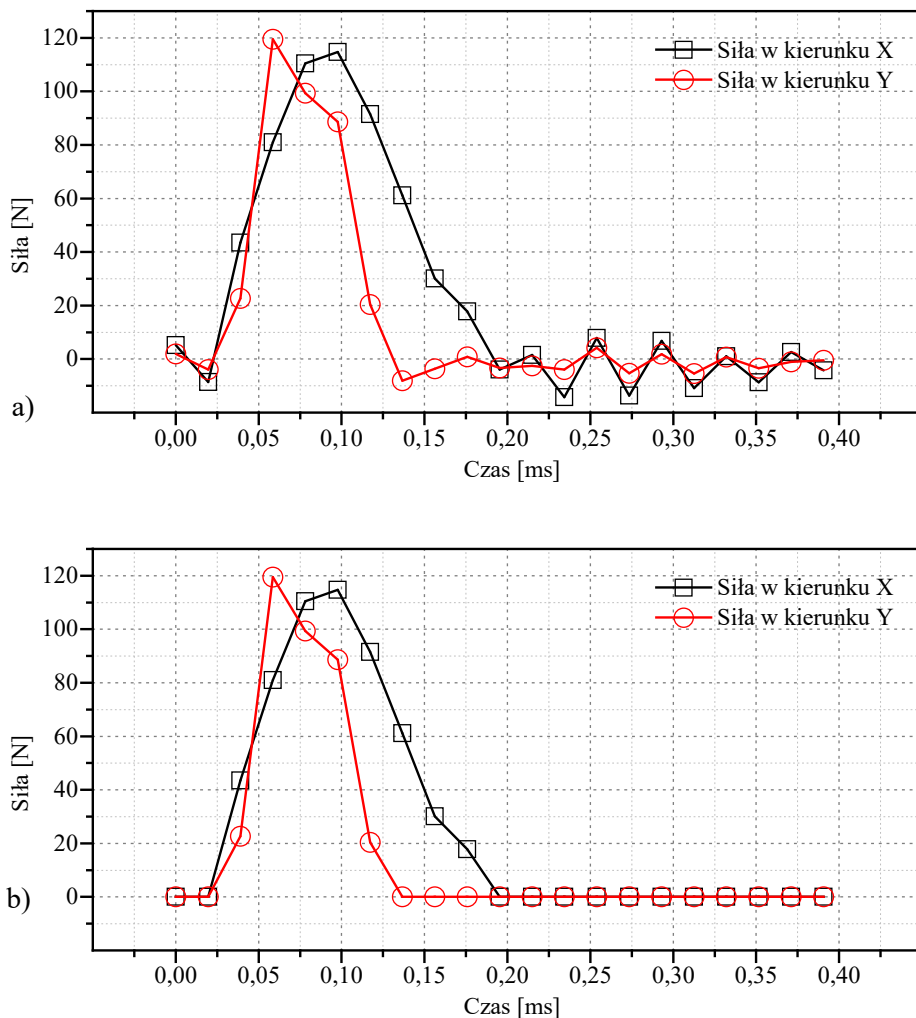


Rys. 8.7. Przebieg siły wymuszającej w kierunku Y w czasie 20 s; sygnał dla prędkości obrotowej 4500 obr/min

Wszystkie pomiary przeprowadzono za pomocą analizatora Scadas Mobile, programu Test.Lab z wykorzystaniem czujników wiropędowych, akcelerometrów i tachometru laserowego. Sygnał zmierzony przez czujnik wiropędowy umieszczony w pobliżu łożyska nr 2 w kierunku Y dla prędkości 4 500 obr/min przedstawiono na rys. 8.6. Podczas badań wirnik wymuszany był w środkowej części za pomocą młotka modalnego w kierunku Y . Na wykresie widoczny jest przebieg stabilnej pracy wirnika z okresowym wzrostem amplitudy wywołanym uderzeniem za pomocą młotka modalnego. Następnie operacja ta powtarzana była dla wymuszenia w kierunku X (prostopadłym). Taka procedura postępowania stosowana była dla każdej badanej prędkości obrotowej.

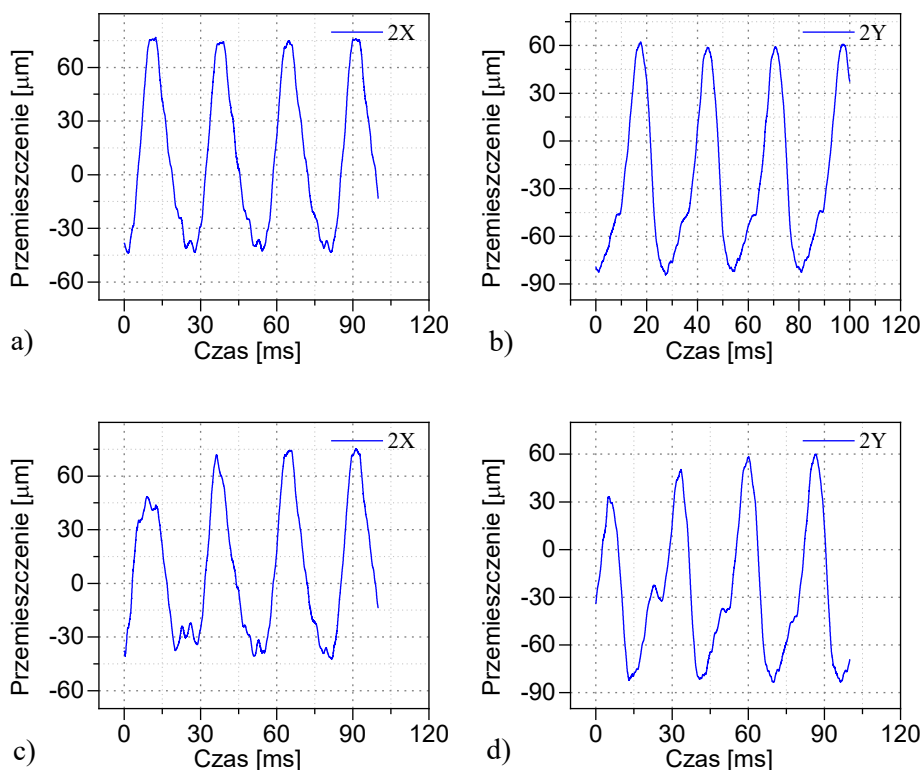
W celu zebrania kompletu danych wymaganych do obliczeń współczynników dynamicznych łożysk dla danej prędkości obrotowej konieczne było przeprowadzenie analizy w dwóch etapach. W pierwszym etapie wirnik wymuszany był w kierunku Y , w środkowej części oznaczonej jako punkt P_w na rys. 4.1. W drugim etapie przeprowadzany był pomiar przy tej samej prędkości obrotowej, z wymuszeniem w kierunku prostopadłym, czyli w kierunku X . Przebieg siły wymuszającej w kierunku Y przedstawiono na rys. 8.7. Podobnie jak sygnał przemieszczenia, ten również mierzony był przez 40 s, a na wykresie pokazano jedynie dwudziestosekundowy fragment.

Wartości siły wymuszającej wahały się zazwyczaj od ok 60 N do 120 N i najczęściej wynosiły ok. 80 N. Przebieg siły wymuszającej w okresie 0,4 s przedstawiono na rys. 8.8. Czas trwania większości wymuszeń mieścił się w granicach od 0,1 ms do 0,2 ms. Ponieważ każdy sygnał siły wymuszającej był inny, dlatego w obliczeniach wykonywana była szybka transformacja Fouriera (FFT) dla każdej siły wymuszającej. Wartości siły wymuszającej poza głównym „pikiem” były zerowane. Wynik tej operacji pokazano na rys. 8.8b.



Rys. 8.8. Przebieg siły wymuszającej w kierunkach X i Y w czasie 0,4 ms; przy prędkości obrotowej 4500 obr/min: a) wykres bez zerowania wartości poza głównym pikiem; b) wykres dla sygnału z zerowaniem

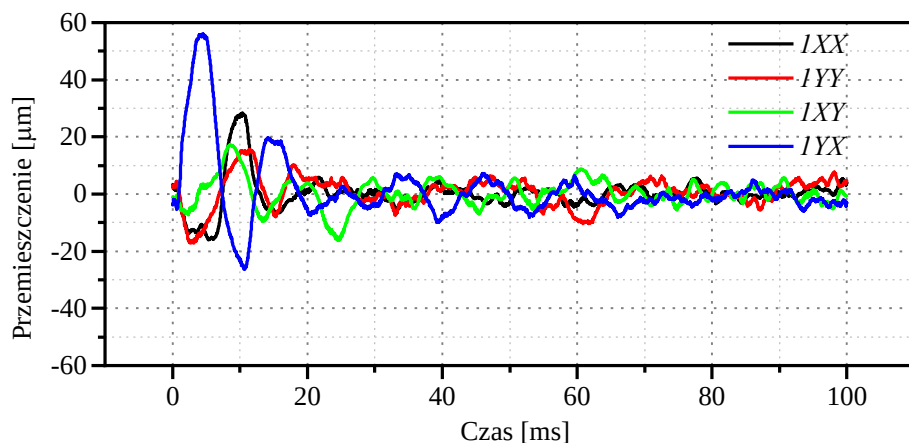
Na rys. 8.9 przedstawiono sygnał generowany przez wirnik w czasie 0,1 s przy prędkości obrotowej 4500 obr/min zarejestrowany przez czujnik wiropływowy. Rysunki 8.8a i b pokazują sygnał w kierunkach X i Y podczas stabilnej pracy łożyska nr 2. Na rys. 8.9c pokazano sygnał zmierzony w kierunku Y po wymuszeniu drgań wirnika w kierunku Y . Wymuszenie w tym przypadku zadano również w kierunku Y . Widać, że trajektorie drgań wirnika po wymuszeniu ulegają zmianie, a następnie są stabilizowane – powracają do stabilnej pracy. Amplituda sygnału rosła lub malała (przez krótki okres) w zależności od aktualnego miejsca, w którym wirnik się znajdował.



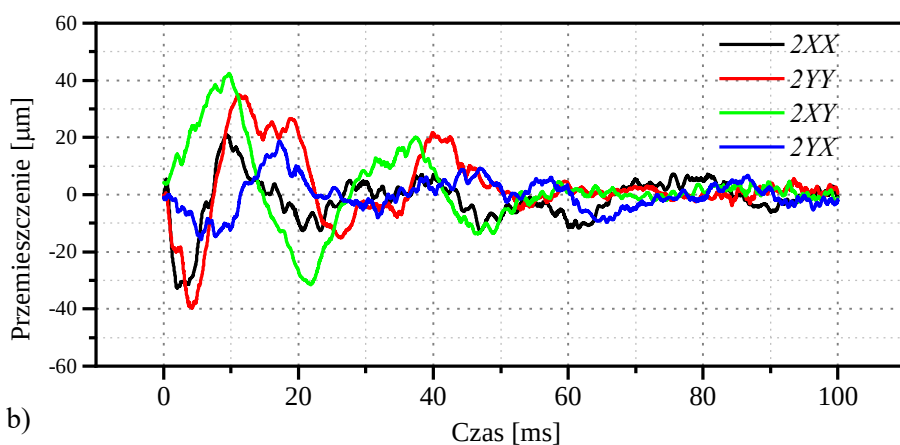
Rys. 8.9. Przemieszczenie wirnika w czasie 0,2 s przy prędkości 4500 obr/min: a) i b) – stabilna praca łożyska nr 2; c) i d) – sygnał po wymuszeniu; c) i d) – przemieszczenie w kierunku Y ; b) i d) przemieszczenie w kierunku X

Do wybrania odpowiednich fragmentów sygnałów referencyjnych (po wymuszeniu) oraz siły wymuszającej użyto programu Signal opisanego w rozdziale 8.1. Wybranie odpowiednich zakresów sygnałów było najbardziej czasochłonną częścią obliczeń współczynników dynamicznych łożysk. Wynikiem operacji odejmowania od sygnałów pokazanych na rys. 8.9 (c) i (d) sygnałów przedstawionych

na rys. 8.9 (a) i (b) jest sygnał widoczny na rys. 8.10. W części (a) tego rysunku pokazana jest odpowiedź pierwszego łożyska po wymuszeniu w kierunku Y ($1YY$ i $1XY$) oraz w kierunku X ($1XX$ oraz $1YX$). Analogicznie w części (b) pokazano sygnały dla drugiego łożyska. Pierwsza litera opisu legendy oznacza kierunek pomiaru przemieszczenia, a druga litera oznacza kierunek siły wymuszającej. Sygnał odpowiedzi układu dla drugiego łożyska w kierunku X po wymuszeniu w kierunku Y oznaczono na rys. 8.10b jako $2XY$.



a)



b)

Rys. 8.10. Amplituda drgań układu wirnikowego po wymuszeniu w kierunku X i Y dla pierwszego a) i drugiego b) łożyska; od sygnału po wymuszeniu odjęto sygnał referencyjny

8.5. Przetwarzanie sygnału zmierzonego podczas badań eksperymentalnych

Aby uzyskać właściwe wyniki, sygnał zarejestrowany podczas badań eksperymentalnych należy przetworzyć w odpowiedni sposób. Konieczna jest korekcja sygnału ze względu na umieszczenie czujników pod kątem $\emptyset = 45^\circ$ względem globalnego układu odniesienia. Znaczenie ma również „przesunięcie” sygnału zmierzonego w miejscach posadowienia czujników w porównaniu do sygnału mierzonego dokładnie w połowie podpory łożyskowej. Niezbędne jest również niesymetryczne podzielenie wartości siły wymuszającej, ponieważ zadawana jest obok tarczy wirnikowej.

Obrót układu współrzędnych dla pierwszego łożyska realizowany był za pomocą równań

$$\begin{bmatrix} 1XX' \\ 1YX' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \emptyset & \sin \emptyset \\ -\sin \emptyset & \cos \emptyset \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1XX \\ 1YX \end{bmatrix}, \quad (8.1)$$

$$\begin{bmatrix} 1XY' \\ 1YY' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \emptyset & \sin \emptyset \\ -\sin \emptyset & \cos \emptyset \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1XY \\ 1YY \end{bmatrix}. \quad (8.2)$$

Analogiczne operacje należy przeprowadzić dla drugiego łożyska. Kod w programie MATLAB, za pomocą którego realizowana jest operacja obrotu układu współrzędnych dla łożysk przedstawiono poniżej:

```
% Obrót sygnału z czujników wiropędowych do globalnego
układu % współrzędnych
alfa = -pi()/4; % [rad] Kąt o jaki obracany jest układ
sxx1 = dane1XX*cos(alfa)+dane1YX*sin(alfa);
syx1 = -dane1XX*sin(alfa)+dane1YX*cos(alfa);
sxy1 = dane1XY*cos(alfa)+dane1YY*sin(alfa);
syy1 = -dane1XY*sin(alfa)+dane1YY*cos(alfa);
sxx2 = dane2XX*cos(alfa)+dane2YX*sin(alfa);
syx2 = -dane2XX*sin(alfa)+dane2YX*cos(alfa);
sxy2 = dane2XY*cos(alfa)+dane2YY*sin(alfa);
syy2 = -dane2XY*sin(alfa)+dane2YY*cos(alfa);
```

Sygnał z czujników wiropędowych skorygowano za pomocą równań (7.4)–(7.5). Zabieg ten miał na celu korektę sygnału mierzonego przez czujniki wiropędowe umieszczone poza centrum łożyska, obok podpór łożyskowych. Bazując na analizie wrażliwości, przeprowadzonej w rozdziale 7 stwierdzić można, że nieuwzględnienie tej korekty skutkować może powstaniem błędu rzędu kilku procent dla obliczeń współczynników dynamicznych łożysk. Kod w programie MATLAB użyty do wykonania tej operacji zaprezentowano poniżej:


```
% Przesunięcie sygnału z czujników na łożyska
s1 = 0.260; %m Odległość od środka wirnika do czujników
przy łożysku nr 1
s2 = 0.260; %m Odległość od środka wirnika do czujników
przy łożysku nr 2
l1 = 0.290; %m Odległość od środka wirnika do podpory nr 1
l2 = 0.290; %m Odległość od środka wirnika do podpory nr 2
xx1 = (1/(s1+s2))*((s2+l1)*dane1XX+(s1-l1)*dane2XX);
xx2 = (1/(s1+s2))*((s2-l2)*dane1XX+(s1+l2)*dane2XX);
yy1 = (1/(s1+s2))*((s2+l1)*dane1YY+(s1-l1)*dane2YY);
yy2 = (1/(s1+s2))*((s2-l2)*dane1YY+(s1+l2)*dane2YY);
xy1 = (1/(s1+s2))*((s2+l1)*dane1XY+(s1-l1)*dane2XY);
xy2 = (1/(s1+s2))*((s2-l2)*dane1XY+(s1+l2)*dane2XY);
yx1 = (1/(s1+s2))*((s2+l1)*dane1YX+(s1-l1)*dane2YX);
yx2 = (1/(s1+s2))*((s2-l2)*dane1YX+(s1+l2)*dane2YX);
```

W obliczeniach uwzględniono również fakt przesunięcia miejsca przyłożenia siły wymuszającej z punktu dokładnie pomiędzy podporami do punktu P_w oddalonego o 30 mm od środka tarczy wirnikowej. Fakt ten uwzględniono poprzez zastosowanie korekty opisanej równaniem (7.3). Kod w programie MATLAB użyty do wykonania tej operacji przedstawiono poniżej:

```
% Niesymetryczny podział siły wymuszającej
l = 290; % mm Długość połowy wirnika
w1 = l - 30; % Dystans od pierwszej podpory do miejsca
wymuszenia, 260
w2 = l + 30; % Dystans od drugiej podpory do miejsca
wymuszenia, 320
dane1HX = daneHX*w1/l;
dane1HY = daneHY*w1/l;
dane2HX = daneHX*w2/l;
dane2HY = daneHY*w2/l;
```

8.6. Wyniki obliczeń współczynników dynamicznych łożysk hydrodynamicznych na podstawie badań eksperymentalnych

Do obliczania współczynników masy, sztywności oraz tłumienia układu wirnik – łożyska wykorzystane zostały dane eksperymentalne opisane w podrozdziale 8.4. Wybór odpowiednich fragmentów sygnałów i ich wstępne przetworzenie wykonane zostało za pomocą programu Signal opisanego w podrozdziale 8.1. Przygotowane dane wczytane zostały do programu Calculation opisanego w podrozdziale 8.2., którym zostały wykonane obliczenia współczynników masy, tłumienia oraz sztywności układu wirnik – łożyska.

W pierwszym kroku po wczytaniu danych do programu Calculation wykonywane były operacje opisane w podrozdziale 8.5. W następnych krokach realizowany był schemat postępowania przedstawiony w rozdziale 5. Komplet 24 współczynników dynamicznych łożysk, dla każdej prędkości obrotowej obliczony został na podstawie co najmniej 10 kompletów danych. Następnie odrzucone były 4 komplety danych, których uwzględnienie prowadziło do największej wartości odchylenia standardowego. Na podstawie pozostałych 6 kompletów danych obliczono wartość średnią (4.2) i wartość odchylenia standardowego (4.3) dla dwudziestu czterech współczynników dynamicznych łożysk. Obliczenia wykonano dla całego zakresu prędkości obrotowych. Zestawienie współczynników sztywności, tłumienia oraz masy układu wirnik – łożyska przedstawiono w tabeli 8.1. W tabeli 8.2 umieszczono natomiast zestawienie odchyleń standardowych wszystkich współczynników. Wyniki szerzej opisano w artykule [154].

Tabela 8.1. Współczynniki sztywności, tłumienia oraz masy układu wirnik – łożyska dla całego zakresu prędkości obrotowych

Współczynnik	Prędkość obrotowa [obr/min]										
	2250	2500	3000	3500	3750	4000	4250	4500	5000	5500	6000
kI_{xx} [N/m]	13129,97	11111,59	22418,12	7084,34	17686,06	10108,86	17533,73	43453,03	20777,13	19091,62	34844,18
kI_{yx} [N/m]	-19404,50	-12682,60	-12960,60	-8718,15	1429,20	-28951,51	-13044,24	24823,69	-6945,56	9761,57	-6471,79
kI_{xy} [N/m]	-13368,10	-19836,30	7293,66	-3751,26	14772,83	-1084,53	-3951,20	46104,02	8575,60	-20601,50	-11561,90
kI_{yy} [N/m]	-27452,30	3916,92	10085,29	-529,16	20257,80	11694,55	-7745,56	87801,53	17035,07	13606,88	16948,30
$k2_{xx}$ [N/m]	3738,66	1839,28	5989,56	-279,32	6632,48	-1987,84	6581,55	9732,91	14277,92	9308,21	28996,16
$k2_{yx}$ [N/m]	17530,06	15078,57	13801,58	7617,08	7216,56	11741,79	20706,14	20723,56	23366,90	17762,10	10592,05
$k2_{xy}$ [N/m]	-8415,22	-12499,80	-4917,58	-5019,65	-1754,07	-19983,47	-11586,03	-11892,40	-3590,60	-9320,61	-6720,90
$k2_{yy}$ [N/m]	11407,26	6429,03	3307,58	294,64	3751,68	20062,97	9692,72	14732,76	1416,96	8689,45	12429,43
mI_{xx} [kg]	0,18	-0,01	0,14	-0,13	0,22	-0,08	0,15	0,52	0,14	0,06	0,28
mI_{yx} [kg]	-0,48	-0,28	-0,25	-0,01	0,14	-0,49	-0,17	0,58	-0,07	0,06	-0,09
mI_{xy} [kg]	-1,10	-0,89	0,31	-0,09	0,30	0,17	-0,12	0,66	0,22	-0,21	-0,15
mI_{yy} [kg]	-2,29	-0,38	-0,17	-0,19	0,34	-0,13	-0,29	1,31	0,06	-0,01	0,06
$m2_{xx}$ [kg]	-0,30	0,01	0,12	-0,02	0,12	-0,15	0,11	0,11	0,21	0,08	0,30
$m2_{yx}$ [kg]	0,37	0,37	0,27	0,04	0,11	0,24	0,31	0,22	0,21	0,20	0,09
$m2_{xy}$ [kg]	0,04	-0,35	-0,01	-0,08	-0,03	-0,40	-0,19	-0,13	0,06	-0,09	-0,03
$m2_{yy}$ [kg]	0,47	0,16	0,14	-0,04	0,11	0,28	0,17	0,16	-0,14	0,09	0,09
cI_{xx} [N·s/m]	19,22	26,48	32,30	37,91	27,17	26,20	29,84	25,36	17,67	32,82	26,79
cI_{yx} [N·s/m]	-23,67	-50,88	-77,99	-28,46	-23,02	-22,87	-30,33	-53,58	-15,73	-14,09	-7,98
cI_{xy} [N·s/m]	-37,26	-58,52	7,18	-27,61	6,51	-35,76	-11,74	22,03	8,58	-3,13	-4,08
cI_{yy} [N·s/m]	-59,37	-39,95	-63,15	-30,10	-21,29	-58,72	-31,09	16,96	-3,61	19,96	5,49
$c2_{xx}$ [N·s/m]	109,22	59,20	56,47	19,05	39,47	-0,90	33,92	25,00	21,72	4,60	24,84
$c2_{yx}$ [N·s/m]	16,60	15,03	28,42	14,85	23,78	17,19	5,30	14,89	10,37	8,82	10,14
$c2_{xy}$ [N·s/m]	27,46	16,08	12,26	-14,08	-5,70	-14,30	-12,53	-4,97	14,50	-3,96	7,24
$c2_{yy}$ [N·s/m]	67,26	49,34	36,01	13,23	10,44	6,66	20,59	18,83	39,39	12,36	16,87

Tabela 8.2. Odchylenie standardowe współczynników sztywności, tłumienia oraz masy układu wirnik – łożyska

Współczynnik	Prędkość obrotowa [obr/min]										
	2250	2500	3000	3500	3750	4000	4250	4500	5000	5500	6000
kI_{xx} [N/m]	18510,31	8361,37	12651,45	12751,96	11192,71	16083,35	6083,31	18307,57	2758,55	7435,09	-14895,70
kI_{yx} [N/m]	14023,57	7251,30	8272,12	14957,74	14771,10	39609,32	5508,85	28356,51	6085,23	16875,40	-12097,70
kI_{xy} [N/m]	26721,99	13165,25	11635,00	22561,11	25084,54	43737,49	9023,77	48398,55	20286,47	27277,33	-6689,41
kI_{yy} [N/m]	31735,00	8795,48	9762,35	35039,72	33580,92	16901,08	20952,67	64874,68	19091,58	11064,84	-18835,90
$k2_{xx}$ [N/m]	2431,75	2158,12	3610,02	3643,25	4145,85	11527,99	10262,12	8312,26	8924,33	9720,35	-28341,40
$k2_{yx}$ [N/m]	3111,00	16007,06	7538,59	5965,23	5775,27	4258,53	9820,74	17592,65	14655,58	20419,85	-27293,20
$k2_{xy}$ [N/m]	1324,34	5487,81	9423,40	4596,42	4632,32	19296,52	5920,14	16332,51	21680,53	4014,39	-6862,65
$k2_{yy}$ [N/m]	2225,28	3459,58	7857,16	5179,26	4705,79	25572,89	15390,78	14107,36	20182,95	13330,93	-10100,30
mI_{xx} [kg]	0,98	0,17	0,38	0,22	0,18	0,62	0,13	0,40	0,05	0,09	-0,17
mI_{yx} [kg]	0,99	0,51	0,47	0,33	0,31	1,27	0,08	0,55	0,09	0,15	-0,17
mI_{xy} [kg]	1,48	0,69	0,43	0,53	0,53	1,07	0,20	0,85	0,33	0,23	-0,06
mI_{yy} [kg]	1,82	0,42	0,48	0,64	0,61	0,37	0,40	1,09	0,42	0,14	-0,24
$m2_{xx}$ [kg]	0,25	0,14	0,09	0,06	0,07	0,29	0,14	0,10	0,14	0,10	-0,31
$m2_{yx}$ [kg]	0,14	0,54	0,13	0,12	0,09	0,23	0,11	0,40	0,15	0,20	-0,28
$m2_{xy}$ [kg]	0,09	0,18	0,24	0,13	0,14	0,44	0,11	0,23	0,29	0,05	-0,06
$m2_{yy}$ [kg]	0,08	0,22	0,34	0,08	0,12	0,50	0,27	0,13	0,33	0,16	-0,09
cI_{xx} [N·s/m]	60,27	45,88	46,57	4,68	5,11	22,70	21,16	18,58	19,64	12,59	-9,30
cI_{yx} [N·s/m]	51,10	21,48	42,56	20,80	17,25	45,30	15,60	36,27	9,88	13,27	-13,78
cI_{xy} [N·s/m]	81,73	28,97	81,37	29,19	28,12	47,62	22,86	36,66	17,84	18,96	-22,53
cI_{yy} [N·s/m]	138,10	76,00	82,38	26,30	25,03	81,30	28,81	25,17	42,97	37,87	-42,27
$c2_{xx}$ [N·s/m]	20,71	33,09	22,22	16,33	18,41	13,66	18,53	14,69	6,82	10,59	-27,78
$c2_{yx}$ [N·s/m]	7,03	10,11	11,30	8,08	6,44	18,30	17,21	10,77	23,29	13,00	-16,80
$c2_{xy}$ [N·s/m]	13,89	20,86	13,54	12,71	11,80	33,29	12,63	21,63	17,71	7,36	-23,26
$c2_{yy}$ [N·s/m]	6,21	21,59	22,08	14,98	15,68	26,68	14,93	17,20	25,46	24,02	-18,82

Zestawienie współczynników sztywności, tłumienia oraz masy przedstawiono w formie graficznej jedynie dla drugiego łożyska (znajdującego się dalej od sprzęgła). Wyniki dla pierwszego łożyska były mniej dokładne ze względu na wpływ sprzęgła stałego. Współczynniki sztywności drugiego łożyska przedstawiono na rys. 8.11. Ponieważ łożysko oznaczone numerem dwa było oddalone od sprzęgła wpływającego na pracę układu, dlatego też obliczone wartości współczynników będą porównane w dalszej części pracy z wartościami wyznaczonymi w symulacjach numerycznych. Wyniki na wszystkich wykresach w tym rozdziale podzielić można na dwie części. Część pierwsza była prezentowana w zakresie prędkości od 2250 obr/min do 3750 obr/min, a część druga dla prędkości powyżej 3750 obr/min. Podział taki określić można na podstawie wielkości trajektorii drgań wirnika. W pierwszym przedziale obserwowano drgania o małej amplitudzie, w drugim drgania o większych amplitudach oraz rezonans. Podział ten widoczny jest również na wykresach współczynników sztywności łożysk hydrodynamicznych. Wyniki obliczeń wykonanych dla prędkości wyższych niż 3750 obr/min charakteryzują się większym odchyleniem standardowym.

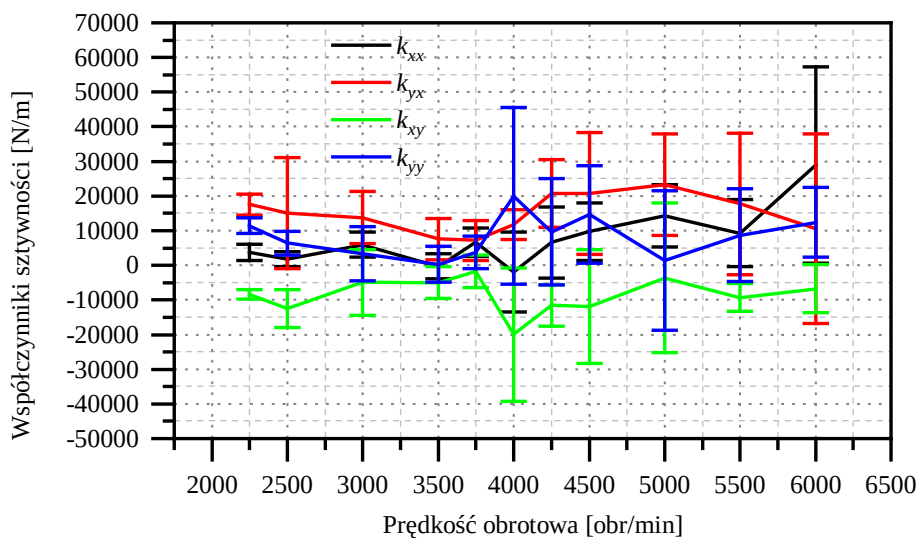
Można zdefiniować również podział na podstawie obserwacji widma drgań. Do prędkości 2750 obr/min w widmie drgań drugiego łożyska widoczny jest dominujący wpływ składowej synchronicznej, natomiast powyżej tej prędkości dominuje składowa podsynchroniczna. Świadczy to o niestabilności hydrodynamicznej oraz o nieliniowych właściwościach filmu smarnego łożysk. Zjawisko to może być spowodowane niewłaściwą geometrią łożyska i luzu promieniowego, nieodpowiednim ciśnieniem zasilającym łożysk, zmianą lepkości oleju na skutek zmian jego temperatury lub wpływem wiotkiego wirnika i przekoszenia panwi.

Na rys. 8.12 zestawiono wartości współczynników tłumienia. Widać, że wraz ze wzrostem prędkości obrotowej wartości współczynników tłumienia maleją – zbliżają się do zera. W okolicy prędkości obrotowej 4000 obr/min współczynnik tłumienia skośnego c_{xy} przyjmuje wartości ujemne. Oznacza to, że drgania po wymuszeniu nie są tłumione, tylko zwiększają swoją amplitudę.

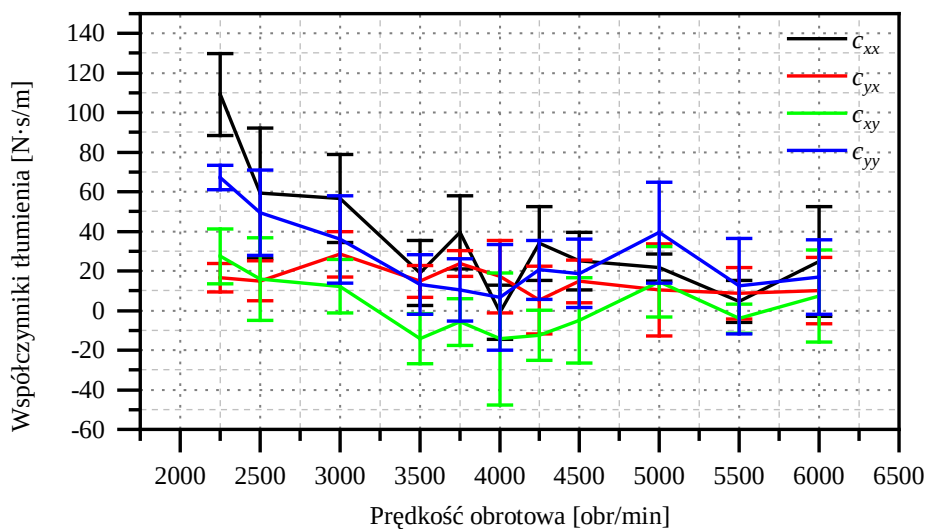
Na rys. 8.13 przedstawiono wyniki obliczeń współczynników masy drugiego łożyska. Ciekawy jest fakt, że jeżeli aproksymujemy krzywe definiujące współczynniki m_{xx} i m_{yy} w drugim łożysku za pomocą linii prostej (lub krzywej wielomianowej niskiego rzędu) okazuje się, że jedna z krzywych rośnie, a druga maleje. Przecinają się one i przechodzą przez zero przy prędkości obrotowej, przy której występuje rezonans wirnika. Jeżeli policzymy masę wału na podstawie obliczonych współczynników masy, to okaże się, że wartość ta dla prędkości 2250 obr/min wynosi

$$m_{2xx} + m_{2yy} + m_{2xy} + m_{2yx} = \\ = 0,3 \pm 0,25 + 0,47 \pm 0,08 + 0,04 \pm 0,09 + 0,37 \pm 0,14 = 1,18 \pm 0,56 \text{ kg.}$$

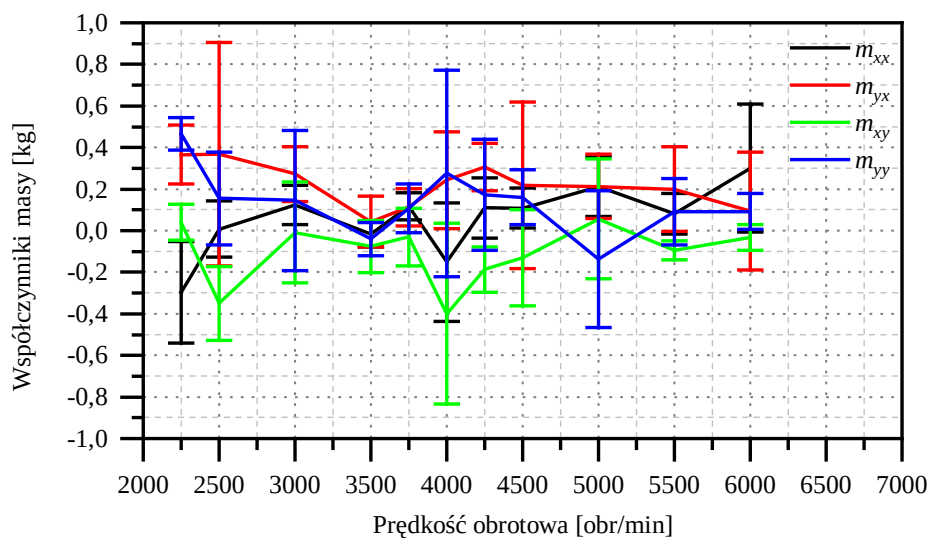
Porównując tę wartość z połową masy wirnika (czyli 2,35 kg) okazuje się, że otrzymujemy około dwukrotnie niższy wynik niż wartość spodziewana.



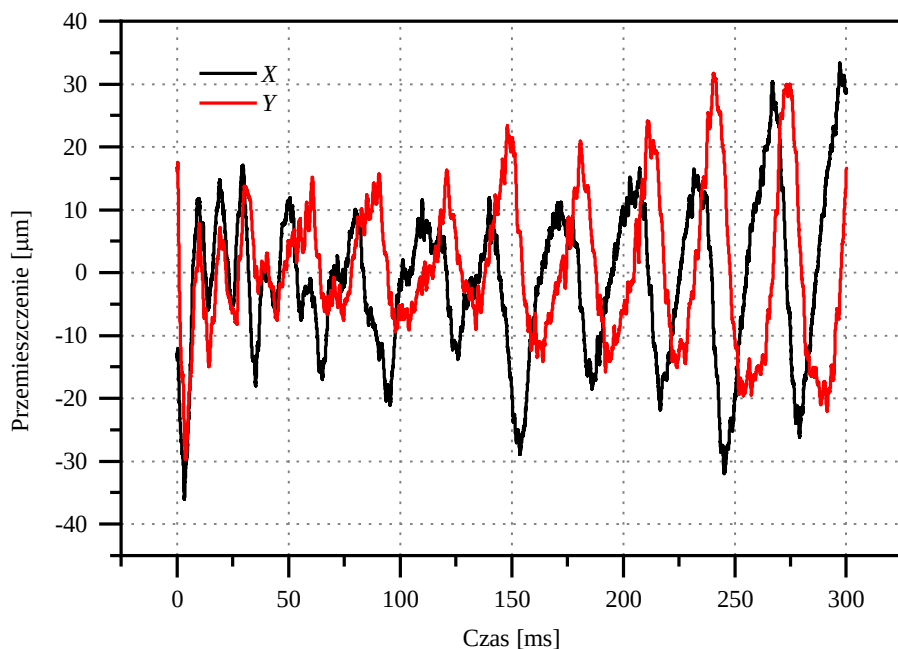
Rys. 8.11. Zmiany wartości współczynników sztywności łożyska nr 2 dla całego zakresu prędkości obrotowych



Rys. 8.12. Zmiany wartości współczynników tłumienia łożyska nr 2 dla całego zakresu prędkości obrotowych



Rys. 8.13. Zmiany wartości współczynników masy łożyska nr 2 dla całego zakresu prędkości obrotowych



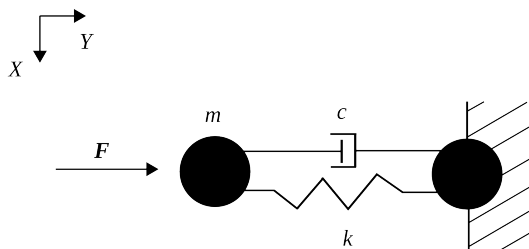
Rys. 8.14. Rosnąca amplituda drgań zarejestrowana w łożysku nr 2 podczas pracy z prędkością 4000 obr/min po wymuszeniu w kierunku Y

Przy niektórych prędkościach obrotowych zaobserwowano ujemną wartość tłumienia, co powiązać można ze zjawiskiem rezonansu. Na rys. 8.14 przedstawiono sygnał zarejestrowany na drugim łożysku hydrodynamicznym podczas jego pracy z prędkością 4000 obr/min po wymuszeniu w kierunku Y . Od sygnału po wymuszeniu odjęto sygnał stabilnej pracy zgodnie ze schematem przedstawionym w rozdziale 5. Widać, że w czasie 0,3 s amplituda drgań zwiększa się od 0 do ponad 30 μm . Zachowanie takie jest charakterystyczne dla układów niestabilnych i jego wystąpienie może doprowadzić do uszkodzenia maszyny wirnikowej.

8.7. Weryfikacja otrzymanych wyników

W celu weryfikacji wyników eksperymentalnych w programie Abaqus opracowano model układu złożonego z masy o jednym stopniu swobody, tłumienia oraz sztywności. W modelu tym zaimplementowano wartość siły wymuszającej użytej podczas badań eksperymentalnych oraz sztywność i tłumienie wyznaczone na podstawie pomiarów. Ustalono przy pomocy modelu przemieszczenie punktu masy (do którego przyłożona była siła impulsowa) porównano z odpowiedzią układu zmierzoną podczas badań eksperymentalnych.

Model składał się z dwóch punktów leżących na jednej płaszczyźnie. Dla pierwszego punktu odebrano wszystkie stopnie swobody (był nieruchomy), a drugi punkt posiadał tylko jeden stopień swobody – przemieszczenie w kierunku Y . Przypisano do niego masę równą połowie masy wirnika (zmierzonej podczas badań eksperymentalnych), czyli 2,35 kg. Pomiedzy dwoma punktami wstawiono element posiadający właściwości sprężysto-tłumiące. Sztywność wynosiła 8 700 N·m, a tłumienie 51 N·m/s. Schemat modelu przedstawiono na rys. 8.15.

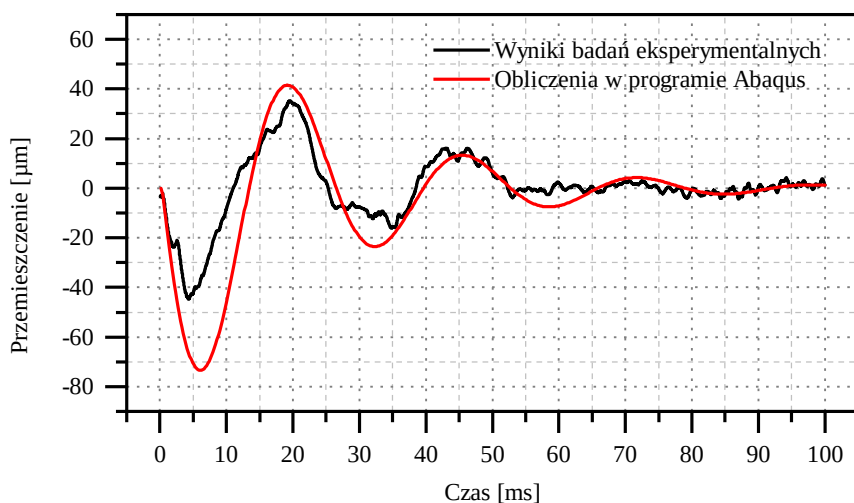


Rys. 8.15. Schematyczny model masy, tłumienia oraz sztywności

Wartość siły wymuszającej przyjęto jako połowę siły zmierzonej podczas badań eksperymentalnych, czyli w kolejnych krokach czasu: $\mathbf{F} = [0, 0, 11, 59, 49, 44, 10, 0]$ N. Przebieg siły zarejestrowanej podczas badań przedstawiono na rys. 8.8b i oznaczono jako wymuszenie w kierunku Y . Krok czasowy podczas analizy był zgodny z częstotliwością pomiaru w badaniach eksperymentalnych. Również

czas działania siły wymuszającej był taki sam jak podczas badań eksperymentalnych i wynosił ok. 0,1 s. Obliczenia przeprowadzono dla czasu równego 1 s.

Wyniki przemieszczenia punktu o jednym stopniu swobody obliczone na podstawie przedstawionego modelu pokazano na rys. 8.16 za pomocą czerwonej krzywej. Na tym samym rysunku widoczny jest sygnał zmierzony podczas badań eksperymentalnych (jest to jeden z sygnałów przedstawionych na rys. 8.10b). Ze-stawienie wyników potwierdza, że obliczone na podstawie badań eksperymentalnych współczynniki sztywności i tłumienia dobrze opisują sygnały zmierzone podczas badań eksperymentalnych.



Rys. 8.16. Odpowiedź dynamiczna rzeczywistego wirnika i modelu numerycznego (uwzględniono wyznaczone eksperymentalnie współczynniki sztywności i tłumienia)

8.8. Podsumowanie rozdziału 8

W rozdziale 8 przedstawiono badania eksperymentalne mające na celu wyznaczenie współczynników sztywności, tłumienia oraz masy układu wirnik – łożyska. Zaprezentowano proces oszacowania tych parametrów, wyniki obliczeń oraz rezultat przeprowadzonej weryfikacji.

W celu obliczenia współczynników dynamicznych łożysk opracowano dwa programy posiadające graficzny interfejs użytkownika. W programie Signal wybierane były odpowiednie fragmenty sygnału. Podczas badań eksperymentalnych mierzone były czterdziestosekundowe okresy pracy wirnika, podczas których paręnaście razy wymuszane były drgania w kierunku Y za pomocą młotka modalnego. Następnie operacja ta była powtarzana, ale tym razem drgania wymuszane były w kierunku prostopadłym (czyli X). Do obliczeń konieczne były fragmenty

sygnału zaczynające się od wymuszenia i trwające tak długo, aż wirnik nie powróci do swojego pierwotnego cyklu pracy. Dla każdej badanej prędkości obrotowej wybrano 10 takich sygnałów w kierunku X oraz 10 w kierunku Y . Badania wykonano dla 11 prędkości obrotowych wirnika, począwszy od 2250 obr/min do 6000 obr/min, co daje razem 220 kompletów przebiegów przemieszczenia (serii pomiarowych). W każdej serii pomiarowej (za pomocą czterech czujników wiroprowadowych) rejestrowane były drgania w pobliżu dwóch podpór w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach. Liczbę sygnałów uwzględnionych w obliczeniach podwojono, ponieważ konieczne było znalezienie takiej samej ilości sygnałów referencyjnych. Do obliczeń wykorzystano również 220 przebiegów wymuszenia pochodzących od młotka modalnego. Podczas opisanej analizy wykorzystano 1980 charakterystyk, które muszą być ze sobą zsynchronizowane w odpowiedni sposób. Właściwe przygotowanie danych do obliczeń współczynników dynamicznych łożysk to najbardziej czasochłonna część pracy. Program Signal okazał się efektywnym narzędziem służącym do wybierania sygnałów, wykonywania na nich operacji odejmowania oraz zapisywania ich w odpowiedniej formie.

Podczas procesu przygotowywania sygnału od każdego sygnału zarejestrowanego przez czujnik wiroprowadowy po wymuszeniu odejmowany był sygnał referencyjny znajdujący się w bezpośredniej bliskości sygnału wymuszonego. Zabieg ten wykonywany był w jednej operacji dla dwóch łożysk. Dla całego zakresu prędkości obrotowych znalezienie sygnału referencyjnego było stosunkowo łatwe, jednak przy prędkościach około rezonansowych (4000 obr/min), zadanie to sprawiało nieco więcej trudności, ze względu na to, że sygnał ulegał przesunięciu w fazie. Częstotliwość zmian sygnału sinusoidalnego mierzonego przez czujnik wiroprowadowy (np. w kierunku X w jednej podporze) była inna niż częstotliwość zmian sygnału mierzonego przez czujnik umieszczony w tym samym kierunku na drugiej podporze.

W programie Calculation wykonano obliczenia współczynników dynamicznych łożysk. Wartościami wejściowymi do programu były przygotowane wcześniej w programie Signal sygnały siły wymuszającej i odpowiedzi układu. Dla każdej z analizowanych 11 prędkości obrotowych wyznaczono 10 kompletów współczynników sztywności, tłumienia oraz masy, a następnie odrzucono 4 komplety charakteryzujące się największymi wartościami odchylenia standardowego. Na podstawie 6 kompletów współczynników sztywności i tłumienia dla każdej prędkości obrotowej obliczono wartość średnią i odchylenie standardowe.

Współczynniki sztywności, tłumienia oraz masy wyznaczane były jednocześnie dla obu łożysk. Łożysko oznaczone podczas badań numerem 1 znajdowało się bliżej sprzęgła łączącego wał stanowiska laboratoryjnego z wałem silnika napędowego, a łożysko nr 2 znajdowało się po drugiej stronie wału. Siła wymuszająca zadawana była za pomocą młotka modalnego w pobliżu dysku znajdującego się pomiędzy podporami łożyskowymi. Jak się okazało, wpływ sprzęgła na wy-

niki badań eksperymentalnych jest znaczący. W celu uzyskania poprawnych wyników obliczeń współczynników dynamicznych łożysk należy go minimalizować. W badaniach eksperymentalnych zastosowano sprzęgło sztywne, które nie umożliwiała tłumienia drgań skrętnych, ani kompensacji przesunięcia osi wirnika. Ze względu na tak znaczący wpływ sprzęgła na wyniki właściwe jest wykorzystanie do porównań z obliczeniami numerycznymi łożyska znajdującego się dalej od sprzęgła, czyli łożyska nr 2.

Obliczone współczynniki sztywności, tłumienia oraz masy w całym zakresie prędkości obrotowych zmieniają się w „oczekiwany” sposób. Wartości współczynników sztywności dla najniższej badanej prędkości 2250 obr/min wynoszą ok. 20 000 N/m. Największą sztywność dla łożyska nr 2 zaobserwowano w kierunku YX . Współczynniki sztywności w kierunkach głównych XX i YY są około dwukrotnie mniejsze. Wszystkie wartości zmniejszają się płynnie do prędkości 3750 obr/min, po czym następuje ich wzrost w okolicach prędkości rezonansowych. Wartości odchylenia standardowego rosły wraz ze wzrostem prędkości obrotowej wirnika, co oznacza, że obliczone wartości są w mniejszym stopniu powtarzalne.

Wartości współczynników tłumienia w drugim łożysku były największe dla niższych prędkości obrotowych i malały wraz ze wzrostem prędkości. Ich wartości dla współczynników głównych zaczynają się od ok. 110 N·s/m c_{xx} oraz 65 N·s/m dla współczynnika c_{yy} . Wartości skośnych współczynników oscylują w zakresie ok. 20–30 N·s/m. Początkowo wszystkie wartości są dodatnie. W okolicy prędkości rezonansowych współczynniki c_{xy} przyjmowały wartości ujemne. Przy wyższych prędkościach obrotowych (od ok. 5500 obr/min do 6000 obr/min) wartości wszystkich współczynników tłumienia (zarówno tych głównych, jak i skośnych) wynosiły ok. 30 N·s/m.

Współczynniki masy obliczone dla drugiego łożyska przyjmują wartości wynoszące od ok. –0,4 kg dla kierunku XX i XY do 0,4 kg dla kierunku YY i YX . Interesujący jest fakt, że aproksymacja obliczonych wartości współczynników za pomocą linii prostej lub krzywej wielomianowej niższego rzędu, prowadzi do zmiany współczynników głównych od wartości dodatnich przy niższych prędkościach do takich samych wartości ujemnych dla najwyższych badanych prędkości obrotowych. Krzywe te przechodzą przez wartość zerową w okolicy rezonansu. Zgodne to było z faktem, że główna oś elipsy drgań zmienia swój kąt podczas przechodzenia przez prędkość rezonansową.

9. Numeryczne wyznaczanie współczynników dynamicznych łożysk

W rozdziale tym przedstawiono sposób numerycznego wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia poprzecznych łożysk hydrodynamicznych za pomocą metod z liniowymi i nieliniowymi algorytmami obliczeń. Przykłady takich obliczeń pokazano również w pracy [155]. Opisano budowę modeli numerycznych przygotowanych na podstawie wyników badań eksperymentalnych oraz zamieszczono otrzymane na podstawie modeli rezultaty symulacji. Na końcu rozdziału zamieszczono weryfikację obliczeń numerycznych poprzez porównanie przemieszczeń otrzymanych na podstawie obliczonych współczynników sztywności i tłumienia z wynikami badań eksperymentalnych.

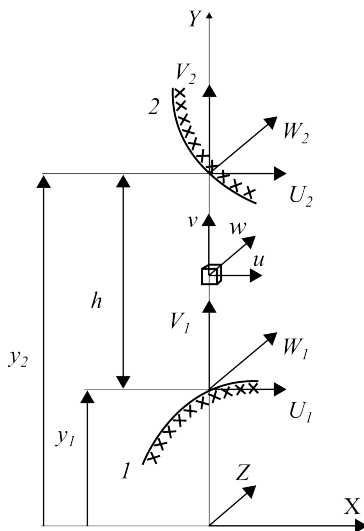
9.1. Sposób obliczania współczynników dynamicznych łożysk

Procedura numerycznego wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia łożyska hydrodynamicznego jest dość złożona. Wyniki są zdeterminowane poprzez właściwości filmu smarnego. Do obliczeń wykorzystano programy z serii MESWIR. Na początku przedstawiona zostanie metoda wykorzystująca liniowy algorytm obliczeń, adekwatna do rozwiązywania problemu przedstawionego na rys. 1.2a. W kolejnym kroku przedstawiono sposób jej rozszerzenia na obliczenia nieliniowe. Przedstawiony zostanie jedynie skrócony zapis równań, które były wykorzystywane do obliczeń. Pełne wyprowadzenie równań przedstawione jest w książkach [2, 3]. Przyjmując układ współrzędnych i oznaczenia zgodne z rys. 9.1 Równanie Reynoldsa dla przypadku łożyska z nieruchomą panwią zapisać można za pomocą wzoru

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} A \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} A \right) = \left[\omega R \left(\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial B}{\partial x} \right) + \frac{\partial h}{\partial t} \right], \quad (9.1)$$

gdzie A i B opisują związki

$$\left. \begin{aligned} A &= \int_0^h \left[\int_0^y \frac{y}{\mu} dy - \frac{\int_0^h \frac{y}{\mu} dy}{\int_0^h \frac{1}{\mu} dy} \int_0^y \frac{1}{\mu} dy \right] dy \\ B &= \int_0^h \left[\frac{\int_0^y \frac{1}{\mu} dy}{\int_0^h \frac{1}{\mu} dy} \right] dy \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$



Rys. 9.1. Układ współrzędnych w wybranym punkcie szczeliny smarnej; rysunek sporządzony na podstawie [3]

Do dalszych rozważań wygodnie jest przyjąć bezwymiarową formę równania poprzez wprowadzenie następujących związków, typowych dla poprzecznych łożysk ślizgowych:

$$\psi = \frac{x}{R}, \quad Y = \frac{y}{h}, \quad H = \frac{\Delta R}{\Delta R}, \quad Z = \frac{2x}{L}, \quad M = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \tau = \Omega t, \quad (9.3)$$

gdzie: ΔR – luz promieniowy łożyska, L – szerokość panwi, d – średnica czopa, R – promień czopa, h – wysokość szczeliny smarnej (pomiędzy powierzchniami 1 i 2), μ_0 – lepkość dynamiczna oleju w temperaturze t_0 , Ω – prędkość kątowa czopa, t – czas. Wartość ciśnienia hydrodynamicznego p można wówczas wyrazić w formie bezwymiarowej jako

$$\Pi = \frac{p \left(\frac{\Delta R}{R} \right)^2}{L d \mu_0 \Omega}, \quad (9.4)$$

a wyrażenia A i B z (9.2) zapisać można w postaci bezwymiarowej jako równania

$$\bar{A} = A \frac{\mu_0}{h^3} \text{ oraz } \bar{B} = B \frac{1}{h}. \quad (9.5)$$

Równanie Reynoldsa (9.1) można teraz zapisać w postaci bezwymiarowej

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(H^3 \bar{A} \frac{\partial \Pi}{\partial \psi} \right) + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(H^3 \bar{A} \frac{\partial \Pi}{\partial Z} \right) = \left[\frac{\partial H}{\partial \psi} (\bar{B} - 1) + H \frac{\partial \bar{B}}{\partial \psi} - \frac{\partial H}{\partial \tau} \right]. \quad (9.6)$$

Po kilku przekształceniach, uwzględniając składowe reakcji filmu smarnego oraz składowe przemieszczeń, wyprowadzić można wzory na bezwymiarowe współczynniki sztywności $Y_{i,k}$ i tłumienia $\beta_{i,k}$:

$$\begin{aligned} Y_{i,k} &= k_{i,k} \frac{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 \Delta R}{dL\mu_0\omega} = k_{i,k} S_0 \frac{\Delta R}{P_{st}}, \\ \beta_{i,k} &= c_{i,k} \frac{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 \Delta R}{dL\mu_0} = c_{i,k} \Omega S_0 \frac{\Delta R}{P_{st}}, \end{aligned} \quad (9.7)$$

gdzie S_0 to liczba Sommerfelda, a W_{x0} oraz W_{y0} to składowe reakcji filmu w punkcie równowagi statycznej $(O_c)_{st}$:

$$S_0 = \frac{P_{st} \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2}{dL\mu_0}, \quad P_{st} = \sqrt{W_{x0}^2 + W_{y0}^2}. \quad (9.8)$$

Tradycyjne podejście do zagadnienia wyznaczania tych współczynników polega na przyjęciu małych przyrostów i obliczaniu reakcji dla kolejnych ich wartości, co oznacza czterokrotne rozwiązywanie równania Reynoldsa, a następnie obliczanie pochodnych. Metoda ta jest mało dokładna, ponieważ wynik zależy od wielkości przyjętych przyrostów, jednak możliwe jest wprowadzenie bardzo dokładnej i szybkiej metody obliczania współczynników sztywności i tłumienia opartej na rachunku perturbacji. Punktem wyjścia w takiej analizie jest rozwiązanie równania Reynoldsa (9.6). Metoda perturbacji polega na rozwinięciu w szereg Taylora, w punkcie równowagi statycznej $(O_c)_{st}$ wszystkich członów wchodzących w skład równania i odzwierciedlających wzajemne zależności pomiędzy siłami i przemieszczeniami (w tym przypadku pomiędzy ciśnieniem Π i kształtem szczeliny smarnej H według parametrów zakłócających X_c , Y_c , $\bar{X}_c$ oraz $\bar{Y}_c$).

Kształt szczeliny smarnej H jest funkcją obu współrzędnych powierzchniowych. Nie ma potrzeby rozwijania w szereg Taylora całek, gdyż są one funkcjami lepkości, a ta w przyjętym modelu nie zależy bezpośrednio od ciśnienia Π , natomiast lepkość M zależy bezpośrednio od ciśnienia Π , zależność ta jest jednak minimalna przy małych przemieszczeniach względnych czopa i panwi – stąd można ją zaniedbać. Rozwinięcie w szereg Taylora wyrażeń na ciśnienie i kształt szczeliny przyjmuje postać

$$\begin{aligned} \Pi &= \Pi_{st} + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial X_c}\right)_{st} X_c + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Y_c}\right)_{st} Y_c + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{X}_c}\right)_{st} \bar{X}_c + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{Y}_c}\right)_{st} \bar{Y}_c, \\ H &= H_{st} + \left(\frac{\partial H}{\partial X_c}\right)_{st} X_c + \left(\frac{\partial H}{\partial Y_c}\right)_{st} Y_c. \end{aligned} \quad (9.9)$$

Poszukiwane współczynniki sztywności i tłumienia można przedstawić w postaci następujących równań:

$$\begin{aligned}
\gamma_{xx} &= -\frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial X_c} \right)_{st} \cos \psi \, d\psi dZ, \\
\gamma_{yx} &= -\frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial X_c} \right)_{st} \sin \psi \, d\psi dZ, \\
\gamma_{xy} &= -\frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Y_c} \right)_{st} \cos \psi \, d\psi dZ, \\
\gamma_{yy} &= -\frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Y_c} \right)_{st} \sin \psi \, d\psi dZ, \\
\beta_{xx} &= -\frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{X}_c} \right)_{st} \cos \psi \, d\psi dZ, \\
\beta_{yx} &= -\frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{X}_c} \right)_{st} \sin \psi \, d\psi dZ, \\
\beta_{xy} &= -\frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{Y}_c} \right)_{st} \cos \psi \, d\psi dZ, \\
\beta_{yy} &= -\frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{Y}_c} \right)_{st} \sin \psi \, d\psi dZ.
\end{aligned} \tag{9.10}$$

$$\begin{cases}
\frac{\partial}{\partial \psi} \left[H_{st}^3 \bar{A} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial X_c} \right)_{st} \right] + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(H_{st}^3 \bar{A} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial X_c} \right)_{st} \right) = R_x \\
\frac{\partial}{\partial \psi} \left[H_{st}^3 \bar{A} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{X}_c} \right)_{st} \right] + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(H_{st}^3 \bar{A} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{X}_c} \right)_{st} \right) = R_{\bar{x}} \\
\frac{\partial}{\partial \psi} \left[H_{st}^3 \bar{A} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Y_c} \right)_{st} \right] + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(H_{st}^3 \bar{A} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Y_c} \right)_{st} \right) = R_y \\
\frac{\partial}{\partial \psi} \left[H_{st}^3 \bar{A} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{Y}_c} \right)_{st} \right] + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(H_{st}^3 \bar{A} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{Y}_c} \right)_{st} \right) = R_{\bar{y}} \\
\frac{\partial}{\partial \psi} \left[H_{st}^3 \bar{A} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \psi} \right)_{st} \right] + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(H_{st}^3 \bar{A} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Z} \right)_{st} \right) = R_{st}
\end{cases} \tag{9.11}$$

Aby wyznaczyć rozkłady $(\partial\Pi/\partial X_c)_{st}$ oraz $(\partial\Pi/\partial\tilde{Y}_c)_{st}$ konieczne jest rozwinięcie w szereg Taylora również pochodnych ciśnienia i kształtu szczeliny wchodzących w skład równania Reynoldsa (9.6). Wstawiając te wartości do równania (9.6) i odpowiednio grupując wyrażenia otrzymujemy układ równań (9.11).

Zauważyć można, że równanie piąte – „niezaburzone”, z układu równań (9.11) jest po prostu równaniem Reynoldsa (9.6) w punkcie równowagi statycznej, a więc $\partial H/\partial\tau = 0$. Również lewa strona równań różniczkowych zakłócających jest podobna do równania Reynoldsa, o czym można się przekonać podstawiając zamiast $\partial\Pi/\partial X_c$ ciśnienia Π . Oznacza to, że wszystkie równania z układu (9.11) mogą być rozwiązywane według identycznego schematu numerycznego. Fakt ten jest ważny ze względu na wygodę zapisu, jak i szybkość obliczeń numerycznych.

Uwzględniając odpowiednie zależności geometryczne prawe strony równań (9.11) zapisać można w postaci

$$\left\{ \begin{array}{l} R_x = \frac{\partial R_{st}}{\partial X_c} + R_{xA} \quad R_y = \frac{\partial R_{st}}{\partial Y_c} + R_{yA} \\ R_{\dot{x}} = \cos \psi \quad R_{\dot{y}} = \sin \psi \\ R_{st} = \left(\frac{\partial H}{\partial \psi} \right)_{st} (\bar{B} - 1) + H_{st} \frac{\partial \bar{B}}{\partial \psi} \\ \frac{\partial R_{st}}{\partial X_c} = (\bar{B} - 1) \sin \psi - \frac{\partial \bar{B}}{\partial \psi} \cos \psi \\ \frac{\partial R_{st}}{\partial Y_c} = (\bar{B} - 1) \cos \psi - \frac{\partial \bar{B}}{\partial \psi} \sin \psi \\ R_{xA} = 3 \left\{ \frac{R_{st}}{H_{st}} \cos \psi - H_{st} \bar{A} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \psi} \right)_{st} \left[H_{st} \sin \psi + \left(\frac{\partial H}{\partial \psi} \right)_{st} \cos \psi \right] - \right. \\ \quad \left. \left(\frac{d0}{L} \right)^2 H_{st} \bar{A} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Z} \right)_{st} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Z} \right)_{st} \cos \psi \right\} \\ R_{yA} = 3 \left\{ \frac{R_{st}}{H_{st}} \sin \psi - H_{st} \bar{A} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \psi} \right)_{st} \left[H_{st} \cos \psi + \left(\frac{\partial H}{\partial \psi} \right)_{st} \sin \psi \right] - \right. \\ \quad \left. \left(\frac{d}{L} \right)^2 H_{st} \bar{A} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Z} \right)_{st} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Z} \right)_{st} \sin \psi \right\}. \end{array} \right. \quad (9.12)$$

Bezwymiarowe współczynniki sztywności i tłumienia filmu smarnego określone równaniami (9.10) wyznaczyć można, rozwiązując równania różniczkowe zakłócające (9.11) z uwzględnieniem ich prawych stron w postaci (9.12). Wykorzystując natomiast związki (9.7) łatwo można uzyskać wartości tych współczynników w formie wymiarowej.

Opis nieliniowy konieczny jest w przypadku dużych przemieszczeń czopa w obrębie szczeliny smarnej [8], a więc w sytuacji pokazanej na rys. 1.2b, kiedy zachodzi równanie (1.9). W tym przypadku metoda perturbacji również może być zastosowana, musi ona jednak być odpowiednio zmodyfikowana. Przyjąć należy,

że to, co do tej pory oznaczone było punktem równowagi statycznej czopa (O_c)_{st}, oznacza teraz położenie czopa O_c dla wybranej chwili t_k przy jego dużych przemieszczeniach, tak jak jest to pokazane na rys. 1.2b. Dla tak określonej chwili t_k rozwiązywane jest równanie Reynoldsa (9.6) wraz z jego członem dynamicznym $\partial H/\partial \tau$, czyli pochodnymi $\partial \varepsilon/\partial t$ i $\partial \gamma/\partial t$.

Jeżeli dla dostatecznie małych przedziałów czasu $\Delta t = t_k - t_{k-1}$ jesteśmy w stanie znaleźć dostatecznie małe przedziały przemieszczeń Δx i Δy , w których można założyć, że właściwości filmu olejowego są stałe i opisane chwilowymi i stałymi w tych przedziałach „dynamicznymi” współczynnikami sztywności i tłumienia, to cała procedura wyznaczania tych współczynników metodą perturbacyjną może być zastosowana również w przypadku opisu nieliniowego. Wystarczy bowiem w wyrażeniach określających prawe strony równań zakłócających (9.12) podstawić nową wartość na R_{st} , którą będzie teraz prawa strona równania Reynoldsa (9.6) z członem dynamicznym, czyli

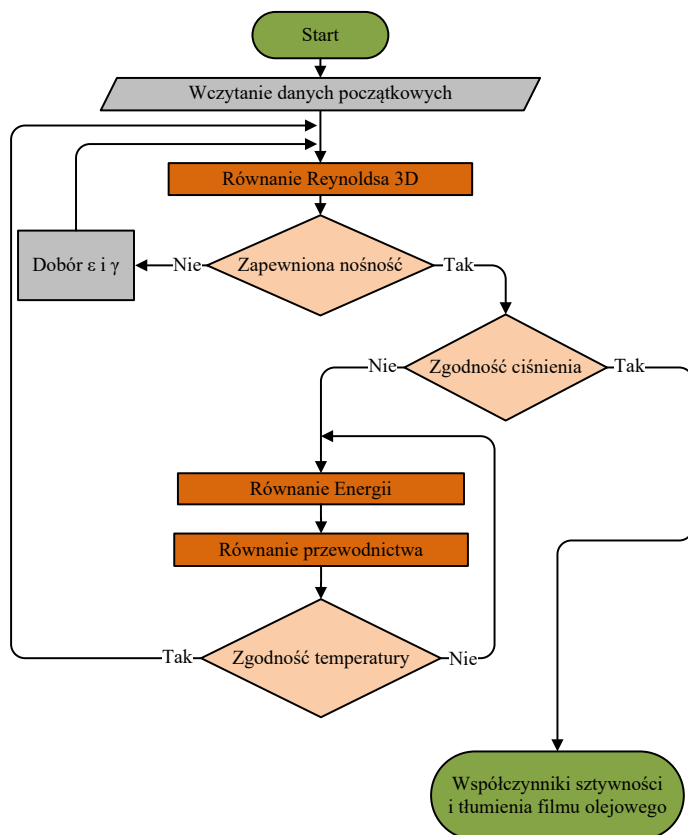
$$R_{st} = R_{st}^* = \frac{\partial H}{\partial \psi} (\bar{B} - 1) + \frac{\partial \bar{B}}{\partial \psi} - \frac{\partial H}{\partial \tau}. \quad (9.13)$$

Konieczne jest również przedstawienie w równaniach zakłócających (9.11) zamiast ciśnienia Π obliczonego w punkcie równowagi statycznej ciśnienia Π^* , stanowiącego wynik rozwiązania „dynamicznego” równania Reynoldsa (9.6) dla określonej chwili t_k , czyli

$$\Pi = \Pi^*. \quad (9.14)$$

Uwzględniając związki (9.13) oraz (9.14) można całą procedurę perturbacyjną wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia filmu smarowego powtórzyć tak, jak dla przypadku opisu liniowego, czyli rozwiązać równania zakłócające (9.11) z uwzględnieniem związków (9.12) i ostatecznie związków (9.10).

W celu dokładnego obliczenia współczynników dynamicznych łożysk oprócz równania Reynoldsa konieczne jest także rozwiązanie równania energii, równania przewodnictwa, równania kształtu szczeliny smarowej, równań zakłócających i wreszcie rozwiązanie równań definiujących współczynniki sztywności i tłumienia filmu smarowego. Tworzą one spójną logiczną całość, są więc sprzężone ze sobą. Fakt ten powoduje trudności w ich rozwiązaniu. Dobór odpowiedniego algorytmu to kwestia wielu lat doświadczeń i prób zespołów badawczych zajmujących się tym problemem [2]. W programach serii MESWIR przyjęto algorytm, który sprawdził się w wielu praktycznych aplikacjach. Schemat blokowy algorytmu z najważniejszymi krokami pokazano na rys. 9.2. Równania energii i przewodnictwa spięto oddzielną pętlą iteracyjną. Wynika to z faktu, że określane w równaniu energii warunki brzegowe dla równania przewodnictwa (gradienty temperatury) mają bardzo duży wpływ na stabilność rozwiązania numerycznego. Zastosowanie osobnej pętli iteracyjnej oraz skorzystanie dodatkowo z metod relaksacji, ze współczynnikiem relaksacji znacznie mniejszym od 1, umożliwia uzyskanie stabilnych rozwiązań.



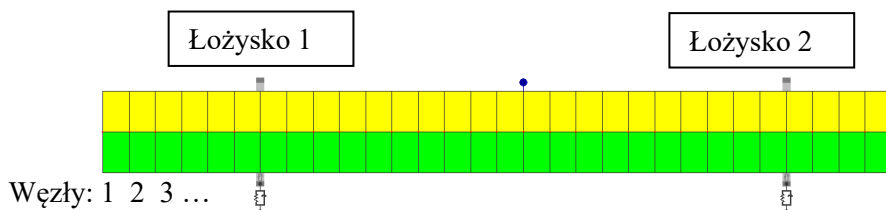
Rys. 9.2. Algorytm obliczeń filmu smarnego sporządzony na podstawie [3]

9.2. Obliczanie współczynników dynamicznych łożysk metodą z algorytmem liniowym

W pierwszym etapie wyznaczono współczynniki sztywności i tłumienia dla liniowego modelu izotermicznego łożyska w programie KINWIR (część pakietu ME-SWIR). W ten sposób wyznaczono kinetostatyczne reakcje podpór, kinetostatyczne położenie czopa oraz współczynniki sztywności i tłumienia filmu smarnego dla punktu położenia równowagi kinetostatycznej. Dane te wykorzystane zostały w programie LDW, który posłużył do wyznaczenia trajektorii drgań czopów łożyskowych.

Model numeryczny zbudowano tak, aby jak najdokładniej odzwierciedlał stanowisko laboratoryjne w rozdziale 4. Składa się on z elementów belkowych typu Timoshenki (rys. 9.3). W węzłach nr 7 i 27 znajdowały się dwa łożyska hydrodynamiczne. W 17 węźle (na końcu 16 elementu belkowego) wału znajdowała się

skupiona siła, która w modelu numerycznym symbolizuje dysk. Wartość tej siły przyjęto jako iloczyn masy dysku i przyspieszenia grawitacyjnego.



Rys. 9.3. Numeryczny model wirnika w programie KINWIR

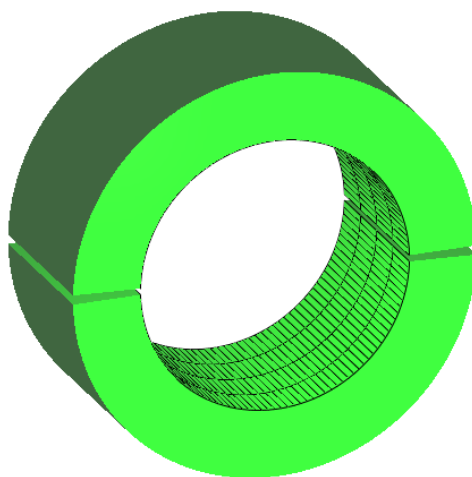
Tabela 9.1. Parametry modelu numerycznego w programie KINWIR

Parametr	Wartość	Jednostka
Moduł Younga	210	GPa
Gęstość materiału wirnika	7 860	kg/m ³
Współczynnik Poissona	0,3	–
Współczynnik tłumienia zewnętrznego (α)	1,2	–
Współczynnik tłumienia wewnętrznego (β)	$0,8 \cdot 10^{-04}$	–
Ilość elementów belkowych	30	–
Długość elementu belkowego	30	mm
Średnica elementu belkowego ze względu na masę	19,02	mm
Średnica elementu belkowego ze względu na bezwładność	19,02	mm

Sztywność podpór łożyskowych przyjęto równą $-0,2 \cdot 10^{15}$ N/m. Na podstawie wcześniejszych analiz stwierdzić można, że wartość ta odpowiada sztywnemu podparciu układu wirnika. W modelu numerycznym przygotowanym w ten sposób, do dalszej analizy dynamiki wirnika uwzględniane są jedynie właściwości filmu smarnego, a nie konstrukcji podpierającej. Jako wartość tłumienia podpór przyjęto 30 000 N·s/m, natomiast masę jednej podpory jako 1 kg. Ze względu na bardzo dużą sztywność fundamentu wartości masy i tłumienia nie miały wpływu na właściwości dynamiczne wirnika.

W modelu numerycznym uformowano dwa identyczne hydrodynamiczne łożyska poprzeczne. Panwie łożyskowe umieszczono w jednej linii, bez przekoszenia. Model numeryczny hydrodynamicznego łożyska poprzecznego przedstawiono na rys. 9.4. Siatka obliczeniowa w kierunku osiowym łożyska składała się z 4 elementów. Szerokość łożyska to 12,6 mm, luz promieniowy bezwzględny to 76 μ m. Wysokość szczeliny smarnej wynosi 0,84 mm. Dopływ oleju następował z dwóch stron łożyska jednocześnie. Występuje tu różnica pomiędzy numerycz-

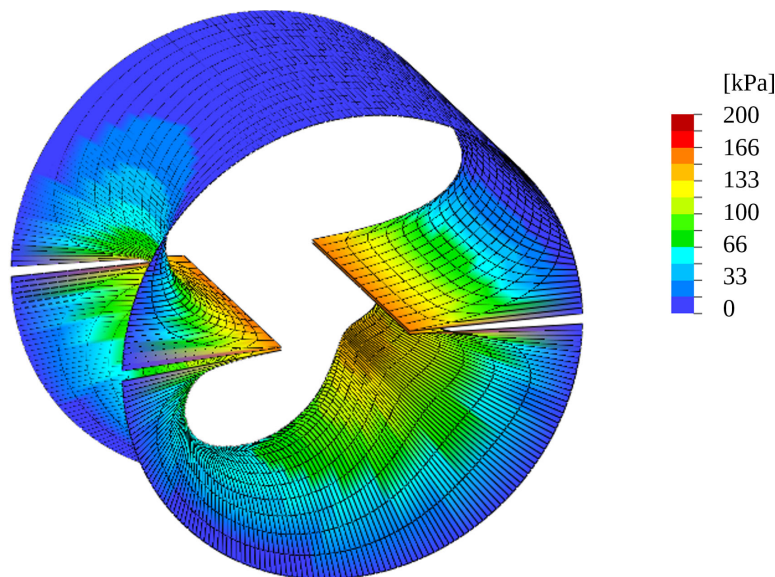
nym i rzeczywistym modelem łożyska hydrodynamicznego, ponieważ w badaniach eksperymentalnych dopływ oleju realizowany był za pomocą otworu cylindrycznego. Uproszczenie zastosowane w modelu numerycznym jest konieczne ze względu na możliwości obliczeniowe, niemniej jednak powierzchnia szczeliny smarnej jest taka sama jak w łożysku rzeczywistym, gdzie ciśnienie dolotowe oleju było takie samo jak podczas badań eksperymentalnych i wynosiło 160 000 Pa. Ciśnienie na brzegu panwi równe było ciśnieniu atmosferycznemu. Jako czynnik smarny w łożyskach hydrodynamicznych wykorzystano olej oznaczony jako ISO 13. Jego lepkość wynosiła $0,01105 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ przy temperaturze 30°C .



Rys. 9.4. Siatka obliczeniowa – numeryczny model łożyska hydrodynamicznego

W obliczeniach symulacyjnych początkowe położenie czopa wirnika w łożysku opisano za pomocą mimośrodowości (EPS – odległość środka czopa od środka panwi) wynoszącej 0,3. Kąt linii wyznaczonej przez środek panwi i środek czopa liczony od osi X w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara (GAM) przyjęto jako 335° . Minimalną wielkość szczeliny smarnej w obliczeniach numerycznych przyjęto jako $1 \mu\text{m}$. Maksymalny dopuszczalny błąd względny rozkładu ciśnienia (dokładność rozwiązania równania Reynoldsa) wynosił 0,001. Względny początkowy przyrost mimośrodowości był równy 0,01. Dopuszczalny błąd względny doboru nośności do zadanego obciążenia zewnętrznego wyniósł 0,01. Maksymalny błąd bezwzględny sumowany dodatkowo z błędem względnym w pętli doboru nośności to 0,1 N. Maksymalna ilość iteracji w pętli doboru ciśnienia wynosiła 500, natomiast w pętli doboru nośności 2 000. Maksymalna ilość iteracji w pętli doboru EPS i GAM to 250. Współczynnik relaksacji w pętli doboru kąta GAM był równy 0,1.

Podstawą do obliczenia współczynników sztywności i tłumienia poprzecznych łożysk hydrodynamicznych są rozkłady ciśnienia na panwi łożyskowej. Na rys. 9.5 przedstawiono rozkład ciśnienia obliczony dla prędkości 3250 obr/min w programie KINWIR. Do obliczeń rozkładu ciśnienia siatkę numeryczną zagęszczono. W kierunku osiowym było teraz 16 podziałów, a po obwodzie łożysko podzielono na 256 części. Na rysunku widoczne jest klasyczne umiejscowienie filmu smarnego. Maksymalne ciśnienie w panwi łożyskowej wynosiło 160 kPa.



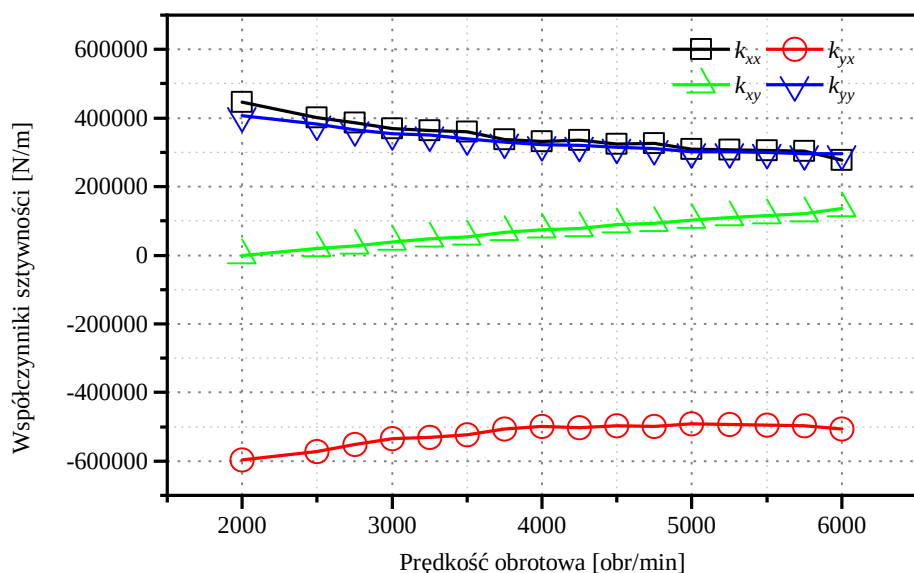
Rys. 9.5. Przedstawienie rozkładu ciśnienia obliczonego dla punktu równowagi statycznej przy prędkości 3250 obr/min

Numeryczny model wirnika, podobnie jak ten podczas badań eksperymentalnych, jest niesymetryczny. Z jednej strony jest on dłuższy o 60 mm, ze względu na występowanie sprzęgła. Fakt ten sprawia, że obliczone wartości współczynników sztywności i tłumienia dla obu łożysk są różne, jednak różnice te są niewielkie. Do porównania wyników różnych metod obliczeniowych, w dalszej części pracy, wykorzystano wyniki współczynników sztywności i tłumienia obliczone dla łożyska oznaczonego na rys. 9.3 jako Łożysko 2 (znajdujące się na wolnym końcu wału). Obliczone wartości współczynników sztywności i tłumienia dla łożyska nr 2, dla prędkości obrotowych od 2000 obr/min do 6000 obr/min, zestawiono w tabeli 9.2.

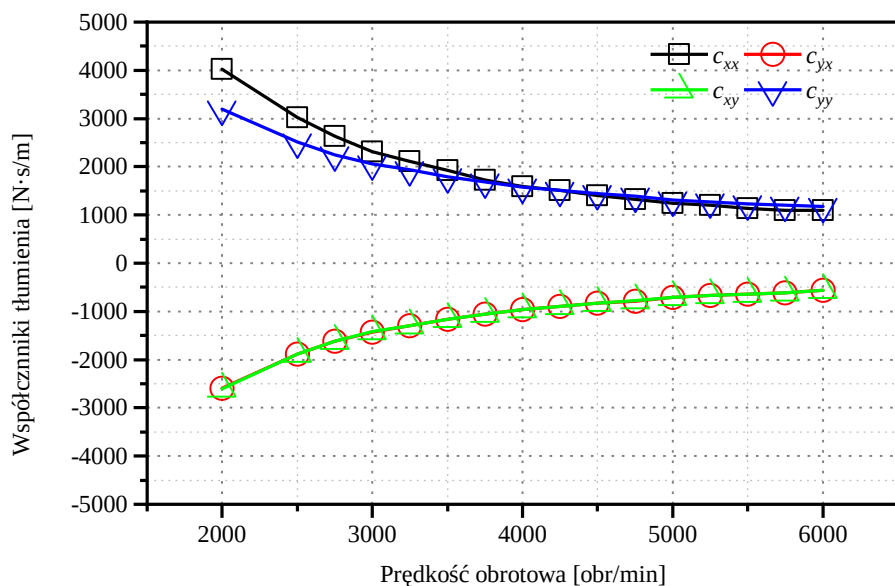
Tabela 9.2. Współczynniki sztywności i tłumienia otrzymane w wyniku liniowych obliczeń w programie KINWIR

Prędkość obrotowa	Współczynniki sztywności				Współczynniki tłumienia			
	k_{xx}	k_{yy}	k_{xy}	k_{yx}	c_{xx}	c_{yy}	c_{xy}	c_{yx}
[obr/min]	[N/m]				[N·s/m]			
2 000	447 000	407 000	-1 430	-597 000	4 020	3 190	-2 610	-2 600
2 500	401 000	382 000	18 900	-572 000	3 020	2 510	-1 880	-1 880
2 750	387 000	366 000	27 400	-552 000	2 630	2 250	-1 620	-1 620
3 000	369 000	354 000	38 700	-534 000	2 310	2 060	-1 420	-1 430
3 250	363 000	350 000	48 700	-531 000	2 110	1 940	-1 300	-1 300
3 500	360 000	340 000	53 100	-523 000	1 920	1 790	-1 160	-1 160
3 750	338 000	329 000	66 900	-507 000	1 730	1 690	-1 050	-1 050
4 000	331 000	323 000	73 500	-499 000	1 590	1 580	-957	-958
4 250	335 000	320 000	78 700	-503 000	1 510	1 510	-897	-897
4 500	324 000	314 000	88 800	-497 000	1 400	1 450	-833	-834
4 750	326 000	311 000	93 700	-499 000	1 330	1 390	-782	-783
5 000	309 000	301 000	102 000	-492 000	1 250	1 310	-712	-713
5 250	307 000	302 000	109 000	-494 000	1 200	1 270	-674	-675
5 500	306 000	299 000	115 000	-495 000	1 140	1 230	-639	-640
5 750	304 000	296 000	122 000	-497 000	1 100	1 200	-609	-610
6 000	277 000	296 000	137 000	-507 000	1 090	1 170	-564	-564

Na rys. 9.6 przedstawiono współczynniki sztywności w kierunkach głównych oraz skośnych, obliczone na podstawie wyżej opisanego modelu numerycznego. Współczynniki w kierunkach głównych (XX i YY) mają zbliżone wartości i zmieniają się od ok. 400 000 N/m (przy 2000 obr/min) do ok. 300 000 N/m (przy 6000 obr/min). Wartości skośnych współczynników w kierunku XY przy 2000 obr/min są bliskie zeru i rosną wraz ze wzrostem prędkości obrotowej, osiągając wartość ok. 150 000 N/m przy prędkości obrotowej wirnika równej 6000 obr/min. Wartości skośnych współczynników sztywności w kierunku YX są ujemne. Ich wartości bezwzględne są większe niż wartości głównych współczynników sztywności i maleją wraz ze wzrostem prędkości obrotowej od -600 000 N/m do ok. -500 000 N/m przy 4000 obr/min. Przy wyższych prędkościach obrotowych utrzymują się one na stałym poziomie.



Rys. 9.6. Współczynniki sztywności łożyska nr 2. Obliczenia za pomocą algorytmu liniowego w programie KINWIR



Rys. 9.7. Współczynniki tłumienia łożyska nr 2 obliczone algorytmem liniowym w programie KINWIR

Na rys. 9.7 przedstawiono wyniki obliczeń współczynników tłumienia. Dla prędkości 2000 obr/min, ich wartości wynoszą odpowiednio 4000 N·s/m w kierunku XX , ok. 3000 w kierunku YY oraz -2500 N·s/m w kierunkach skośnych. Wraz ze wzrostem prędkości obrotowej ich wartości bezwzględne maleją i przy 6000 obr/min wynoszą ok. 1000 N·s/m dla kierunków głównych i ok. -500 N·s/m dla kierunków skośnych. Przy niższych prędkościach obrotowych wartości współczynników dla kierunku XX są nieznacznie większe od tych obliczonych w kierunku YY , ale od prędkości ok. 4000 obr/min sytuacja ta ulega zmianie i nieznacznie większe wartości tłumienia zaobserwować można dla współczynnika tłumienia w kierunku YY . Wartości skośnych współczynników tłumienia w kierunku XY i YX są takie same dla całego zakresu prędkości obrotowych [2]. Zależność ta występuje we wszystkich przedstawionych w tej pracy rezultatach obliczeń numerycznych.

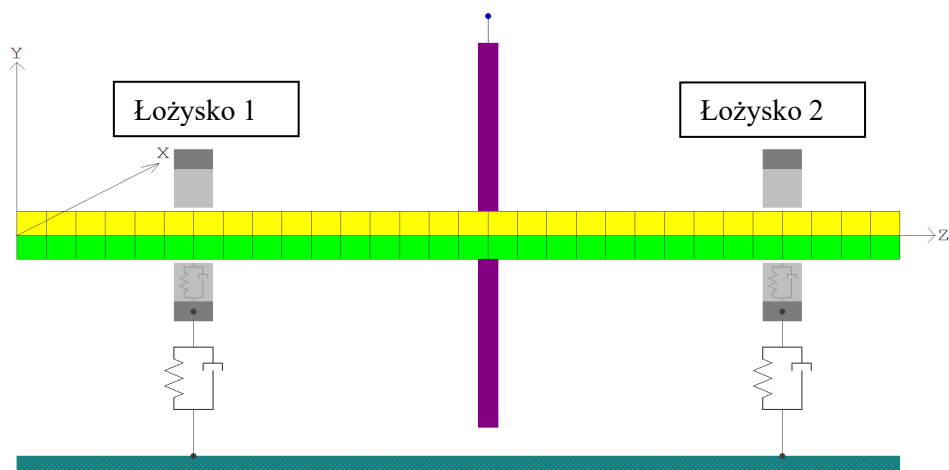
9.3. Obliczanie współczynników dynamicznych łożysk metodą z algorytmem nieliniowym

Obliczanie nieliniowe wykonano w programie NLDW. Przyjęty model numeryczny jest podobny do tego przedstawionego dla obliczeń liniowych w podrozdziale 9.2, dlatego też opisane zostaną jedynie różnice pomiędzy modelami.

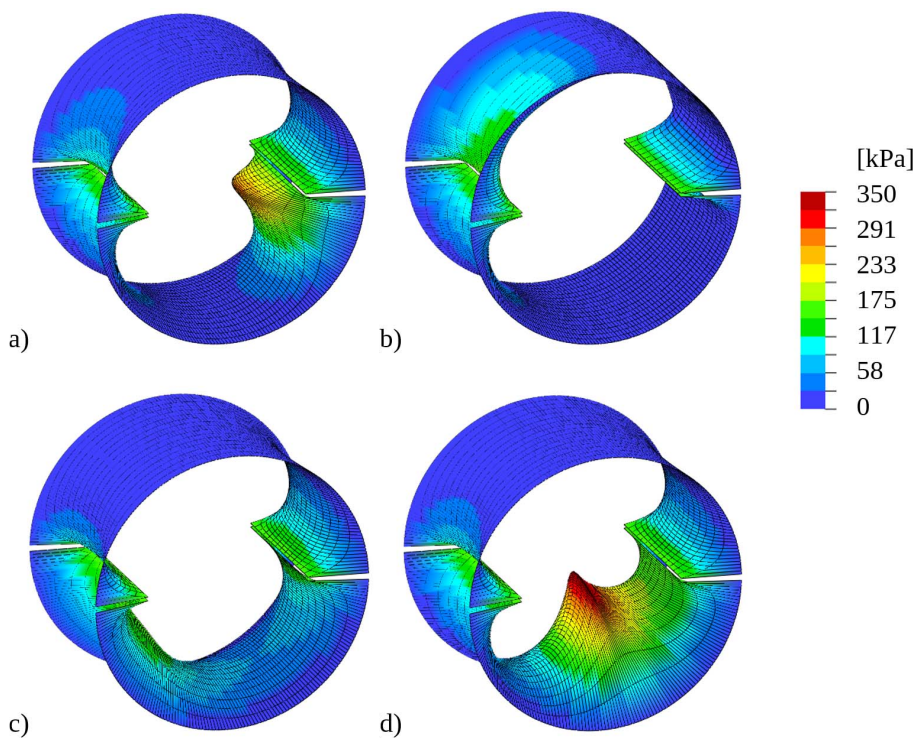
Numeryczny model zespołu wirnika przedstawiono na rys. 9.8. W programie KINWIR jako model dysku użyto siłę skupioną, w programie NLDW dostępny jest element nazwany dyskiem. Umieszczono go na 17 węzle wirnika (pomiędzy łożyskami). Średnica zewnętrzna dysku wynosiła 152,4 mm, a średnica wału 19,02 mm. Przyjęta grubość dysku równa była 20 mm. Jako materiał dysku przyjęto aluminium o gęstości 2720 kg/m³.

W numerycznych modelach nieliniowych obliczenia wykonywane są dla każdego położenia wirnika. Dlatego nie ma jednego rozkładu pola ciśnienia dla stałej prędkości obrotowej, tak jak ma to miejsce dla obliczeń liniowych, gdyż pole zmienia się w każdej chwili. Na rys. 9.9 przedstawiono wyniki obliczeń dla prędkości 3250 obr/min dla 4 położen wirnika obliczanych co 90°. Wraz ze zmianą położenia wirnika zmienia się rozkład powstającego i maksymalna wartość ciśnienia w łożysku hydrodynamicznym. Maksymalna wartość ciśnienia wynosząca 350 kPa widoczna jest w klinie smarnym (rys. 9.9d). W pozostałych fazach pracy ciśnienie nie przekraczało 160 kPa.

Na podstawie obliczeń nieliniowych nie otrzymujemy jednej wartości współczynników sztywności i tłumienia, a zestaw wartości zmieniających się w czasie. Zestawienie minimalnych i maksymalnych wartości współczynników sztywności i tłumienia przedstawiono w tabelach 9.3 oraz 9.4. Różnice pomiędzy wartościami minimalnymi a maksymalnymi są bardzo duże. Niejednokrotnie, podczas pracy ze stałą prędkością obrotową wartości głównych współczynników przyjmują wartości ujemne oraz następuje zmiana znaku.



Rys. 9.8. Numeryczny model złożenia wirnika: wał, dysk i łożyska w programie NLDW



Rys. 9.9. Rozkład ciśnienia obliczony przy pomocy programu NLDW dla 4 pozycji czopa łożyskowego (co 90°) przy prędkości 3250 obr/min

Tabela 9.3. Minimalne i maksymalne wartości współczynników sztywności obliczonych w programie NLDW

Pr. obr. [obr/min]	Współczynniki sztywności [N/m]							
	k_{xx}^{min}	k_{xx}^{max}	k_{yy}^{min}	k_{yy}^{max}	k_{xy}^{min}	k_{xy}^{max}	k_{yx}^{min}	k_{yx}^{max}
2 000	-27 324	934 220	174 810	661 850	-57 450	166 870	-998 070	-203 360
2 500	-152 430	1 150 700	-64 555	954 250	-114 610	531 010	-1 369 100	-5 108
2 750	-188 720	1 338 900	-132 980	1 081 200	-168 380	717 430	-1 607 900	86 309
3 000	-203 540	1 782 500	-228 470	1 326 500	-265 700	1 050 100	-2 087 900	98 416
3 250	-393 680	3 061 800	-602 730	2 045 300	-560 420	1 923 400	-3 424 700	90 049
3 500	-990 310	3 771 300	130 840	3 949 500	-1 143 400	2 087 000	-4 509 800	393 830
3 750	-1 473 100	7 843 500	20 454	7 647 600	-3 188 300	6 324 700	-6 864 900	2 438 100
4 000	-252 660	4 386 500	-604 140	3 054 200	-697 700	1 221 000	-4 972 800	275 250
4 250	-536 020	2 579 900	-516 400	2 098 600	-388 360	1 852 800	-3 184 100	72 633
4 500	-297 840	2 166 000	-369 100	1 836 400	-312 520	1 473 300	-2 801 500	95 681
4 750	-240 020	1 863 600	-309 090	1 644 500	-295 720	1 200 900	-2 524 000	100 300
5 000	-226 400	1 648 400	-269 940	1 544 600	-273 040	1 053 700	-2 340 600	74 170
5 250	-241 340	1 543 400	-288 170	1 508 000	-184 960	969 230	-2 429 800	55 714
5 500	-268 840	1 478 900	-233 570	1 537 200	-22 943	956 560	-2 520 300	43 052
5 750	-596 290	1 506 000	-146 170	1 597 000	34 756	1 099 500	-2 668 000	22 272

Graficzne przedstawienie zmian współczynników dynamicznych łożysk lepiej obrazuje zmiany zachodzące podczas pracy ze stałą prędkością obrotową. Na rys. 9.10– 9.15 przedstawiono wartości współczynników sztywności i tłumienia dla 3 prędkości obrotowych (3250, 3750 oraz 5500 obr/min) obliczone w programie NLDW. Ilustrują one przykładowe wyniki obliczeń wykonanych dla prędkości obrotowych niższych od prędkości rezonansowej, dla prędkości rezonansowej i nadrezonansowej. Ze względu na dużą zmienność obliczonych wartości współczynników na każdym z wykresów przedstawiono przebiegi dla 3 obrotów wirnika. Podobnie jak w przypadku obliczeń liniowych przedstawiono jedynie wyniki współczynników dynamicznych łożysk obliczone dla drugiego łożyska (znajdującego się dalej od sprężyny).

Tabela 9.4. Zestawienie minimalnych i maksymalnych wartości współczynników tłumienia obliczonych w programie NLDW

Pr. obr. [obr/min]	Współczynniki tłumienia [N·s/m]					
	c_{xx}^{min}	c_{xx}^{max}	c_{yy}^{min}	c_{yy}^{max}	c_{xy}^{min}	c_{xy}^{max}
2 000	1 672	6 626	1 953	5 149	-3 859	-1 169
2 500	416	7 060	996	6 064	-3 969	229
2 750	280	7 448	500	6 519	-4 115	363
3 000	212	8 781	462	7 629	-4 885	629
3 250	199	12 993	658	11 394	-7 588	1 399
3 500	436	9 307	737	15 468	-5 154	3 168
3 750	572	17 047	725	13 235	-9 243	7 132
4 000	335	11 565	777	14 294	-9 025	2 198
4 250	221	9 229	681	8 807	-5 365	1 128
4 500	202	7 481	654	7 363	-4 271	897
4 750	198	6 259	538	6 407	-3 538	773
5 000	209	5 374	407	5 825	-3 058	718
5 250	332	5 107	594	6 188	-3 201	859
5 500	453	4 955	571	6 549	-3 391	991
5 750	-5 047	-588	-7 046	-560	-1 400	3 639

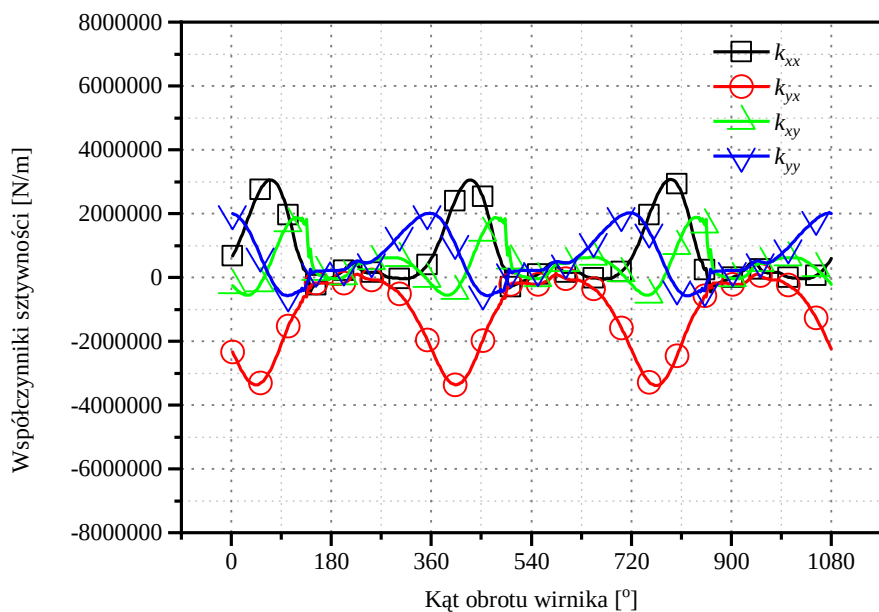
Dla prędkości 3250 obr/min obserwujemy zmiany przebiegów współczynników sztywności (rys. 9.10) i tłumienia (rys. 9.11) występujące periodycznie dla każdego obrotu wirnika. Główne współczynniki sztywności w kierunku XX zmieniają się od -3 093 680 N/m do 3 061 800 N/m, a w kierunku YY w granicach od -602 730 N/m do 2 045 300 N/m. W kierunku XY obserwujemy cykliczne zmiany od -560 420 N/m do 1 923 400 N/m. Są to podobne oscylacje jak dla współczynników w kierunku YY . Wartości skośnego współczynnika sztywności w kierunku YX zmieniają się w granicach od -3 424 700 N/m do 90 049 N/m. Amplitudy były zbliżone do amplitud w kierunku XX . Współczynniki tłumienia dla kierunków głównych zmieniają się od 199 N·s/m do ok. 12 993 N·s/m dla kierunku XX oraz od zera do 11 394 N·s/m dla kierunku YY . Wartości skośnych współczynników tłumienia w kierunkach XY oraz YX są takie same i zmieniają się w zakresie od -7588 N·s/m do 1399 N·s/m.

Dla prędkości rezonansowej obliczone (czyli przy 3750 obr/min) przebiegi współczynników sztywności (rys. 9.12) i tłumienia (rys. 9.13) mają bardzo wysokie amplitudy, ale również zmieniają się synchronicznie wraz z obrotami wirnika.

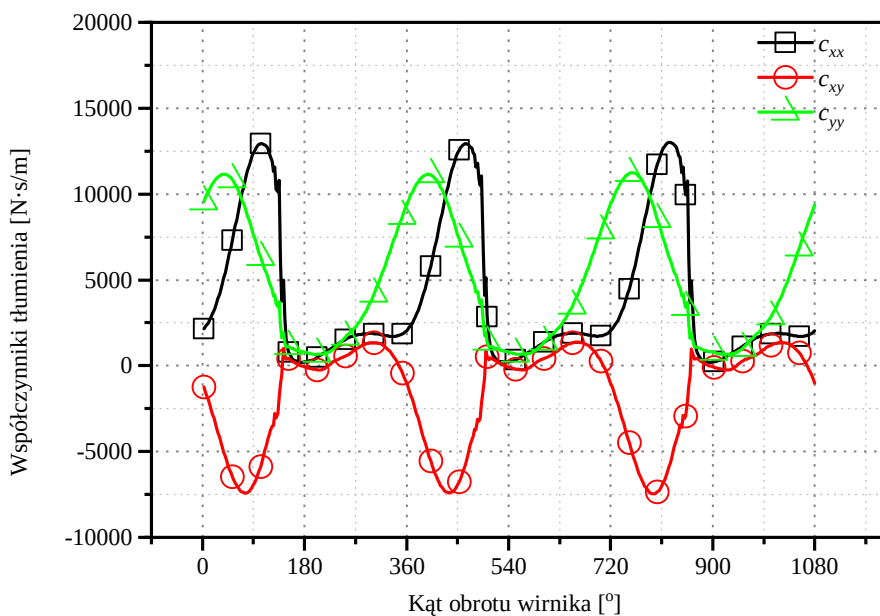
Ich przebieg jest bardziej nieregularny. W celu poprawy „płynności” otrzymywanych wyników (zmniejszenia różnic pomiędzy kolejnymi krokami czasowymi) pomocne powinno być zmniejszenie kroku czasowego. Współczynniki sztywności zmieniają swoje wartości od $-1\,473\,100\text{ N/m}$ do $7\,843\,500\text{ N/m}$. Współczynniki sztywności w kierunku YY zmieniają się od $20\,454\text{ N/m}$ do $7\,647\,600\text{ N/m}$. Skośne współczynniki sztywności w kierunku XY zmieniają się w zakresie od $-3\,188\,300\text{ N/m}$ do $6\,324\,700\text{ N/m}$, natomiast w kierunku YX w zakresie od $-6\,864\,900\text{ N/m}$ do $2\,438\,100\text{ N/m}$. Współczynniki tłumienia dla kierunków głównych XX zmieniają się od $572\text{ N}\cdot\text{s/m}$ do $17\,047\text{ N}\cdot\text{s/m}$, natomiast dla kierunków YY w granicach od $725\text{ N}\cdot\text{s/m}$ do $13\,235\text{ N}\cdot\text{s/m}$. Wartości skośnych współczynników tłumienia XY oraz YX zmieniają się w granicach od $-9243\text{ N}\cdot\text{s/m}$ do $7132\text{ N}\cdot\text{s/m}$.

Obliczone dla prędkości 5500 obr/min współczynniki sztywności (rys. 9.14) i tłumienia (rys. 9.15) wyglądają nieco inaczej niż w przypadku dwóch poprzednich opisanych prędkości. Zmiany wartości współczynników sztywności i tłumienia nie powtarzają się zgodnie z prędkością obrotową wirnika. Współczynniki sztywności w kierunku XX zmieniają się w granicach od $-268\,840\text{ N/m}$ do $1\,478\,900\text{ N/m}$, natomiast współczynniki sztywności w kierunku YY zmieniają się w granicach od $-233\,570\text{ N/m}$ do $1\,537\,200\text{ N/m}$. Wartości współczynników w kierunku XY zmieniają się od $-22\,943\text{ N/m}$ do $956\,560\text{ N/m}$, natomiast w kierunku YX w zakresie od $-2\,520\,300\text{ N/m}$ do $43\,052\text{ N/m}$. Współczynniki tłumienia w kierunku XX zmieniają się od $-5047\text{ N}\cdot\text{s/m}$ do $588\text{ N}\cdot\text{s/m}$, natomiast w kierunku YY w granicach od $-7046\text{ N}\cdot\text{s/m}$ do ok. $-560\text{ N}\cdot\text{s/m}$. Współczynniki skośne w kierunkach XY i YX mają takie same wartości i zmieniają się od $1400\text{ N}\cdot\text{s/m}$ do $36\,390\text{ N}\cdot\text{s/m}$.

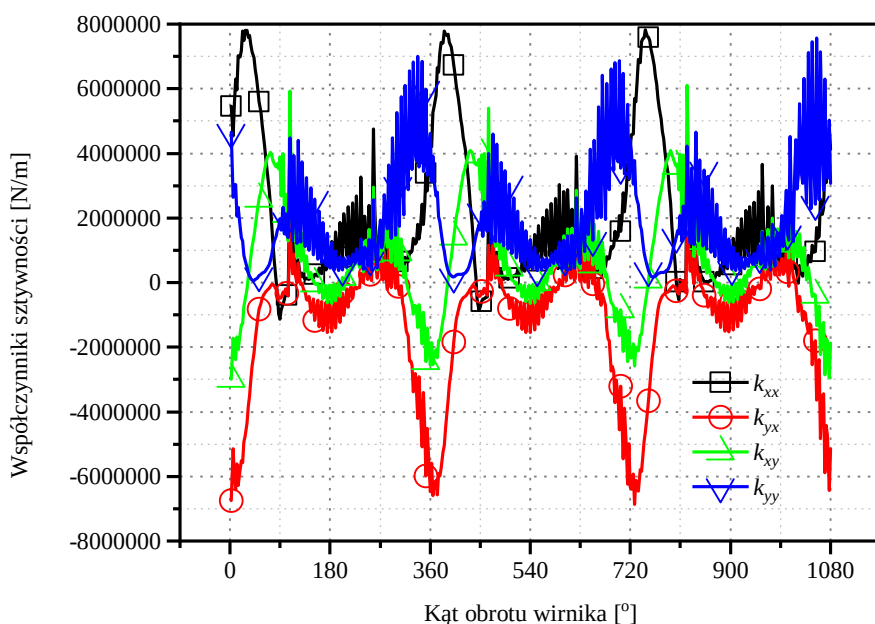
Dla wszystkich trzech prędkości analizowanych w programie NLDW obserwujemy bardzo duże zmiany współczynników sztywności i tłumienia w funkcji prędkości obrotowej. Nie dla każdej prędkości obrotowej zmiany te są powtarzalne w ramach jednego obrotu wirnika, co wynika z faktu, że wirnik oprócz ruchu obrotowego wykonuje również ruch precesyjny. Porównanie wyników obliczeń współczynników dynamicznych łożysk obliczonych za pomocą liniowej i nieliniowej metody numerycznej oraz metody eksperymentalnej przedstawiono w kolejnym, rozdziale pracy.



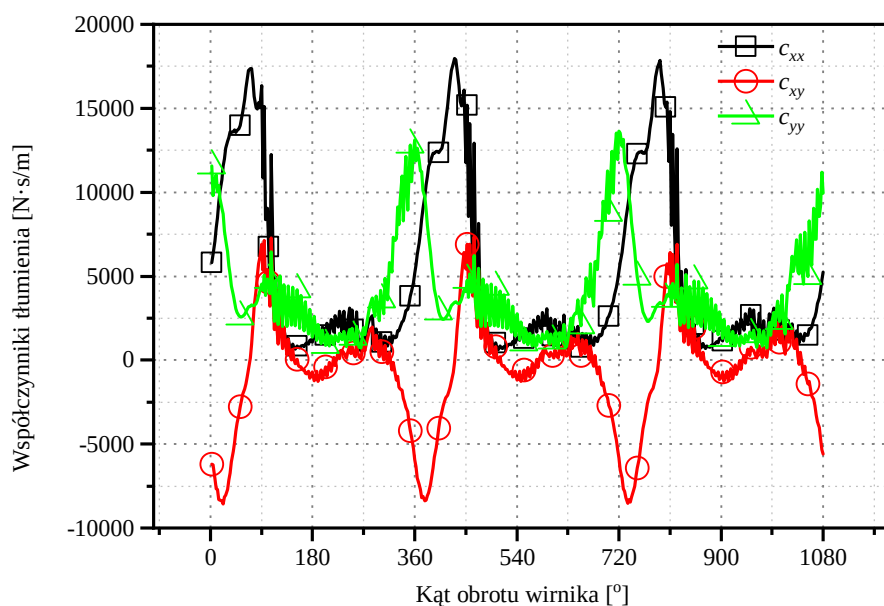
Rys. 9.10. Współczynniki sztywności obliczone w programie NLDW dla 3 obrotów wału przy prędkości obrotowej 3250 obr/min



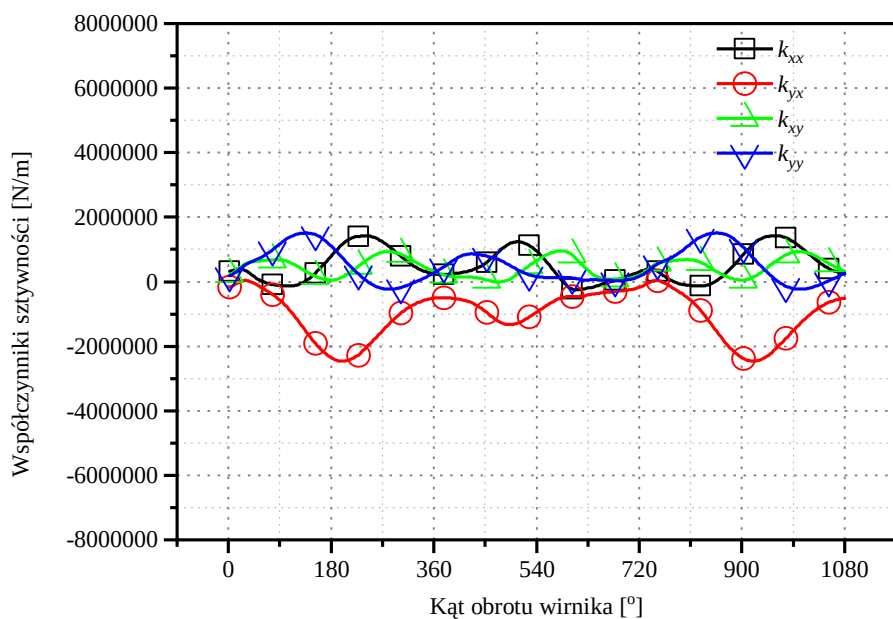
Rys. 9.11. Współczynniki tłumienia obliczone w programie NLDW dla 3 obrotów wirnika przy prędkości obrotowej 3250 obr/min



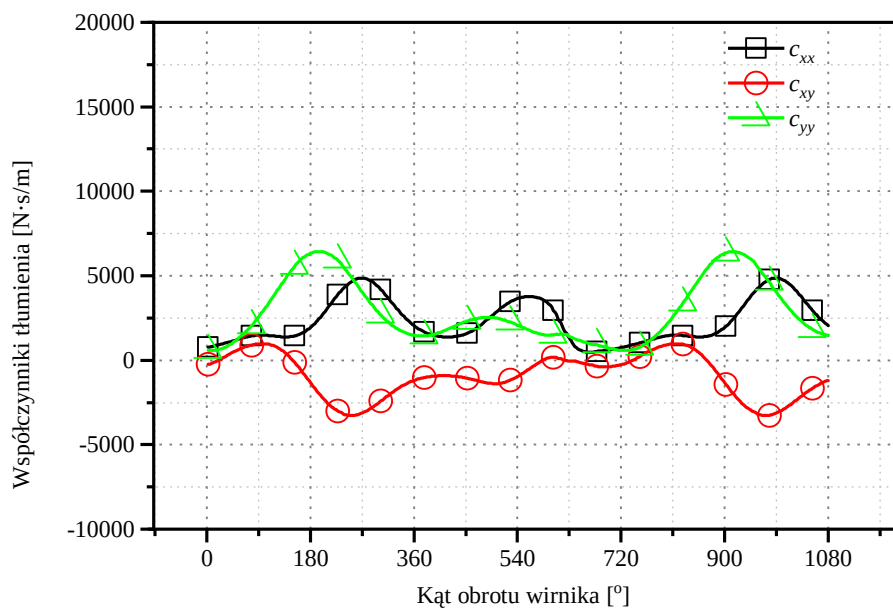
Rys. 9.12. Współczynniki sztywności obliczone w programie NLDW dla 3 obrotów wirnika przy prędkości obrotowej 3750 obr/min



Rys. 9.13. Współczynniki tłumienia obliczone w programie NLDW dla 3 obrotów wirnika przy prędkości obrotowej 3750 obr/min



Rys. 9.14. Współczynniki sztywności obliczone w programie NLDW dla 3 obrotów wirnika przy prędkości obrotowej 5500 obr/min

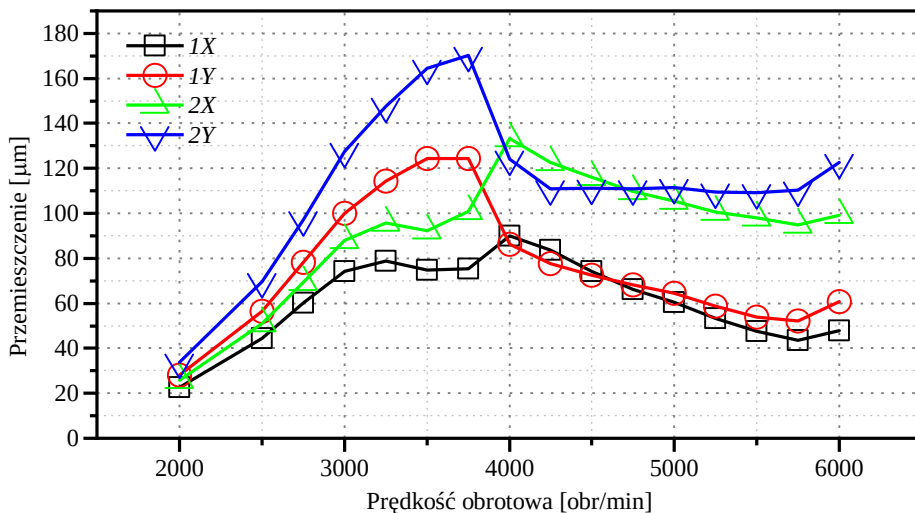


Rys. 9.15. Współczynniki tłumienia obliczone w programie NLDW dla 3 obrotów wirnika przy prędkości obrotowej 5500 obr/min

9.4. Weryfikacja wyników

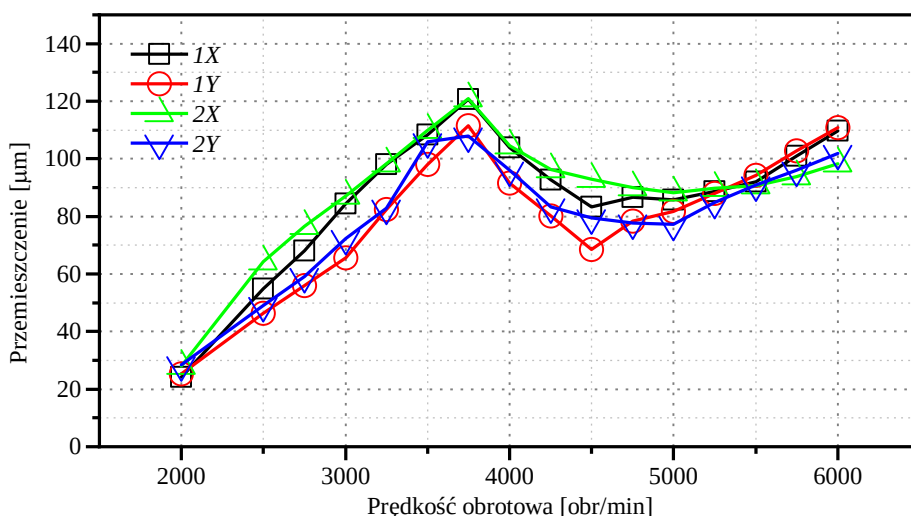
Obliczone na podstawie modeli numerycznych współczynniki sztywności i tłumienia najlepiej zweryfikować na podstawie wyznaczonych za ich pomocą przemieszczeń wału. Maksymalne przemieszczenia w funkcji prędkości obrotowej oraz trajektorie drgań w bezpośredni i łatwy sposób porównać można z charakterystykami sporządzonymi w rozdziale 4 na podstawie badań eksperymentalnych.

Na rys. 9.16 przedstawiono przemieszczenia czopa w łożyskach nr 1 i 2 w kierunkach X oraz Y obliczone za pomocą programu LDW na podstawie danych z programu KINWIR. Wyniki te można porównać z wynikami badań eksperymentalnych przedstawionych na rys. 4.11. Prędkość rezonansowa w badaniach eksperymentalnych wynosiła ok. 4000–4500 obr/min, a prędkość obliczona w programie KINWIR 3750 obr/min. Amplitudy drgań rezonansowych drugiego łożyska w badaniach eksperymentalnych w kierunkach X i Y wynosiły odpowiednio ok. 140 μm i 120 μm , przy czym w przypadku pierwszego łożyska ich maksymalna wartość to 80 μm . Ze względu na wpływ sprzęgła stałego rezonans nie był tak widoczny, jak w przypadku łożyska nr 2. Maksymalne przemieszczenia wirnika obliczone w programie KINWIR w drugim łożysku wynosiły odpowiednio 130 μm i 170 μm . Obliczona amplituda drgań dla drugiego łożyska wynosiła ok. 90 μm i 130 μm . Wyniki obliczeń dla drugiego łożyska obciążonego mniejszym wpływem sprzęgła w badaniach eksperymentalnych (w badaniach numerycznych wpływ sprzęgła nie był uwzględniany) można uznać za zgodne z wynikami badań eksperymentalnych.



Rys. 9.16. Przemieszczenia czopów łożyskowych obliczone za pomocą metody z algorytmem liniowym

Przemieszczenia czopa w łożyskach nr 1 i 2 w kierunkach X i Y obliczone za pomocą programu NLDW (metodą z algorytmem nieliniowym) przedstawiono na rys. 9.17. Wyniki te można bezpośrednio porównać z wynikami badań eksperymentalnych przedstawionych na rys. 4.11. Krzywe zmierzone podczas badań eksperymentalnych oraz obliczone numerycznie mają podobny przebieg. W badaniach eksperymentalnych największa amplituda drgań odpowiadająca drganiom rezonansowym, występuje przy prędkości obrotowej 4500 obr/min, natomiast w badaniach numerycznych wartość ta przypada na 3750 obr/min. Zarówno wyniki badań eksperymentalnych, jak i analizy numeryczne wskazują, że amplituda drgań po osiągnięciu wartości maksymalnej maleje wraz ze wzrostem prędkości obrotowej do około 5000 obr/min a następnie ponownie rośnie. Maksymalna amplituda drgań rezonansowych czopa łożyska nr 2 w badaniach eksperymentalnych wynosiła ok. 120–140 μm , natomiast amplituda drgań rezonansowych łożyska nr 1 była nieco niższa ze względu na usztywniający wpływ sprzęgła i dochodziła do 80 μm . Amplituda drgań rezonansowych obliczona na podstawie badań numerycznych dla obu łożysk wahała się od 110 μm do 120 μm . Jest to wartość zbliżona do wartości zarejestrowanej podczas badań eksperymentalnych dla drugiego łożyska, ale jednocześnie wartość ta znajduje się pomiędzy wartościami amplitud drgań pierwszego i drugiego łożyska. Wyniki obliczeń z nieliniowym algorytmem (w programie NLDW) lepiej odzwierciedlają rezultaty badań eksperymentalnych niż wyniki badań otrzymane metodą z algorytmem liniowym.



Rys. 9.17. Przemieszczenia czopów łożyskowych obliczone w programie NLDW

Podczas badań eksperymentalnych mierzone były jedynie amplitudy drgań w pobliżu podpór łożyskowych, dlatego też przedstawione jest jedynie porównanie drgań czopów łożyskowych. Jednak w badaniach numerycznych możliwe jest

wyznaczenie przemieszczeń wału w dowolnym punkcie i tak okazuje się, że maksymalne przemieszczenia środka wału przy prędkości rezonansowej wynosiły ok. 1000 μm .

Na rys. 9.18 przedstawiono trajektorie czopa łożyska nr 2 a) trajektorie zmierzone podczas badań eksperymentalnych, b) trajektorie obliczone za pomocą algorytmu liniowego oraz c) trajektorie obliczone za pomocą algorytmu nieliniowego dla trzech prędkości obrotowych: 3250, 4500 oraz 5750 obr/min. Porównując trajektorie otrzymane w modelu liniowym z trajektoriami wyznaczonymi na podstawie badań eksperymentalnych, widzimy zbliżony kształt i wielkość, jednak są one „wygładzone”. Natomiast trajektorie otrzymane z analizy nieliniowej (w modelu nieliniowym) wykazują dużą zgodność co do kształtu z trajektoriami wyznaczonymi eksperymentalnie. Niewielkie różnice w wynikach analiz numerycznych widoczne są w rozmiarze trajektorii. Różnice te można zniwelować za pomocą dostrojenia parametrów modelu numerycznego, np. poprzez zwiększenie niewyważenia wirnika. Interesujący jest fakt, że orbita obliczona w programie NLDW dla prędkości obrotowej 5750 obr/min uwzględnia małą „pętelkę”, znajdującą się po prawej stronie elipsy, wynik ten jest identyczny z rezultatem badań eksperymentalnych i ponadto trzymanie takiej trajektorii drgań nie jest możliwe w liniowych modelach obliczeniowych.

Szersze omówienie wyników tego porównania można znaleźć w artykule [156]. Trajektorie czopa łożyska dla całego zakresu prędkości obrotowych zmierzone podczas badań eksperymentalnych przedstawiono w załączniku I. Trajektorie dla drugiego łożyska obliczone z wykorzystaniem algorytmu liniowego i nieliniowego przedstawiono w załączniku III.

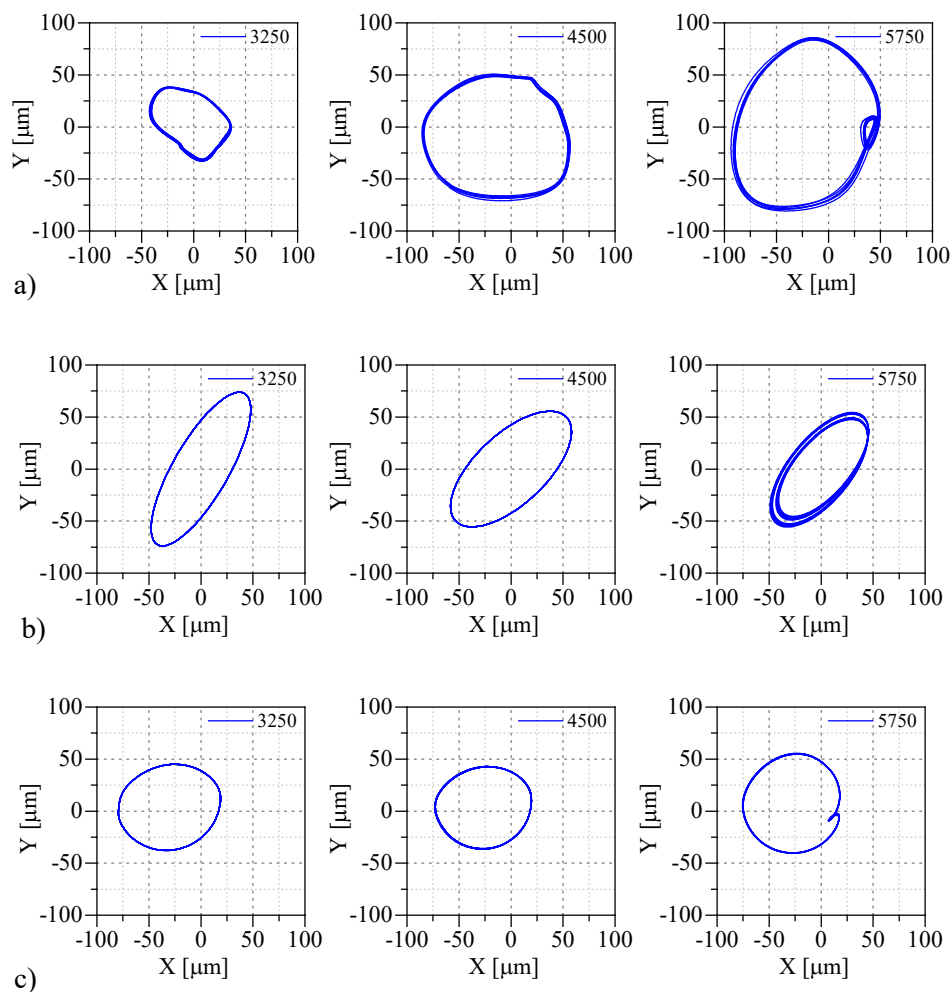
Na rys. 9.19 przedstawiono wyniki analizy częstotliwościowej drgań czopa łożyska nr 2 w kierunkach X i Y dla prędkości obrotowej 5700 obr/min zmiennych podczas badań eksperymentalnych oraz obliczonych za pomocą liniowego i nieliniowego modelu numerycznego. Do analizy częstotliwościowej wykorzystano program MATLAB.

Podczas przetwarzania wyników otrzymanych numerycznie zastosowano okno Hanninga, w sposób opisany w podrozdziale 4.2. Inna szerokość prążków w widmie częstotliwościowym przemieszczeń wirnika spowodowana jest inną częstotliwością próbkowania sygnału.

Wyniki analizy widmowej sygnału przemieszczeń czopa w kierunkach X i Y dla całego zakresu prędkości obrotowych przedstawiono w załączniku 1.

Zestawiając ze sobą wyniki analizy liniowej, otrzymane na podstawie współczynników sztywności i tłumienia obliczonych w programie LDW, oraz wyniki uzyskane na podstawie pomiarów eksperymentalnych (rys. 9.19 c i d) widzimy, że otrzymujemy w przybliżeniu zbieżne rezultaty. W liniowej analizie nie ma wyraźnych składowych podsynchronicznych i nadsynchronicznych, są one z kolei widoczne w wynikach badań eksperymentalnych. Prążek w widmie drgań związany z prędkością synchroniczną wirnika obliczony na podstawie numerycznych

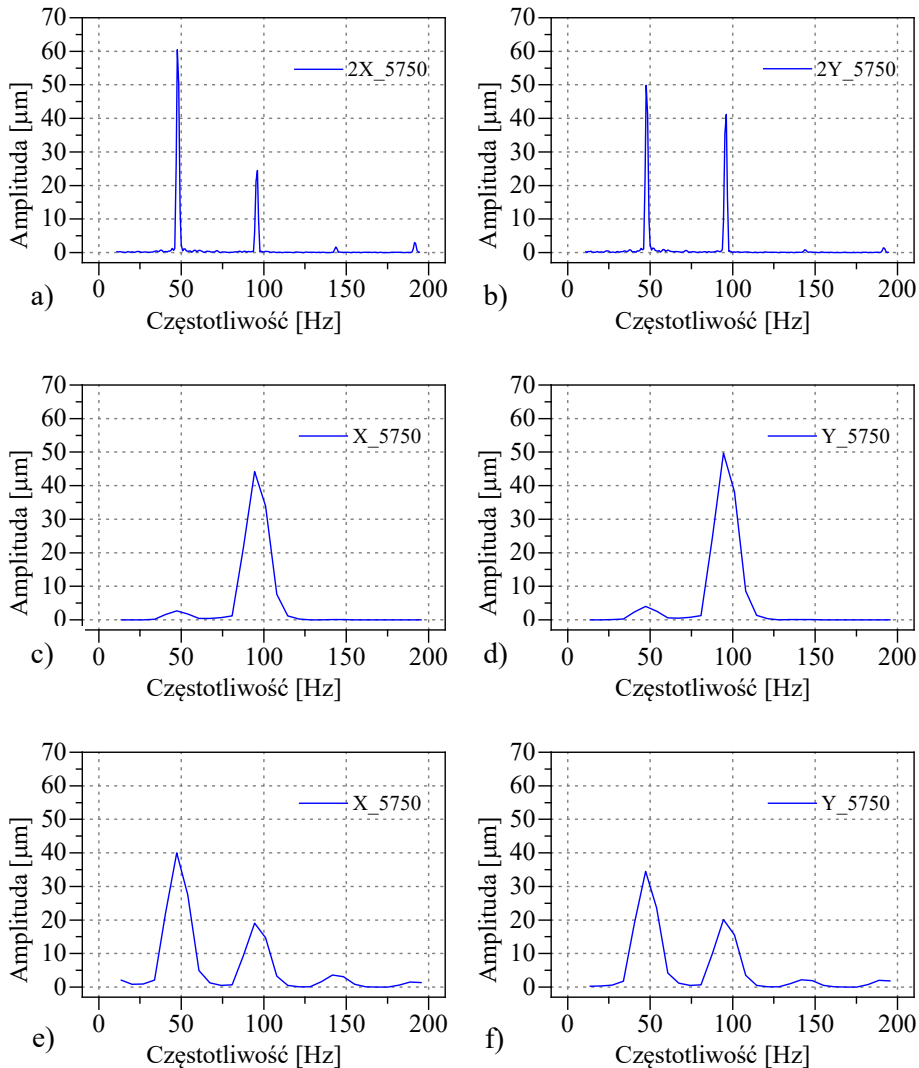
badania ma większą wartość niż ten uzyskany na podstawie badań eksperymentalnych. Dla drgań w kierunku X ma on wartość $45\text{ }\mu\text{m}$ zamiast $25\text{ }\mu\text{m}$, a dla drgań w kierunku Y zamiast $42\text{ }\mu\text{m}$ jego wartość wynosi $50\text{ }\mu\text{m}$. Zwiększenie tej wartości może być związane z faktem, że w obliczeniach numerycznych nie ma składowych związanych z prędkościami podsynchronicznymi i nadsynchronicznymi.



Rys. 9.18. Trajektorie czopa łożyska nr 2 dla trzech prędkości obrotowych: a) zmierzone podczas badań eksperymentalnych, b) obliczone za pomocą algorytmu liniowego, c) obliczone za pomocą algorytmu nieliniowego programem NLDW

Porównując wyniki nieliniowej analizy numerycznej przeprowadzonej w programie NLDW z wartościami zmierzonymi eksperymentalnie (rys. 9.19 a i b porównany z rys. 9.19 e i f) można zauważyć, że widmo drgań ma bardzo podobny rozkład w kierunkach X i Y . Wysokość prążków obliczonych numerycznie dla ok.

54 Hz oraz 108 Hz (jest to prędkość synchroniczna) wynosi odpowiednio $40\text{ }\mu\text{m}$ i $20\text{ }\mu\text{m}$. Wartości otrzymane eksperymentalnie to $60\text{ }\mu\text{m}$ i $25\text{ }\mu\text{m}$. Różnice w wysokościach prążków wynikają z różnic w pokazanych wcześniej trajektoriach drgań (w obliczeniach numerycznych trajektorie drgań były mniejsze). Pojawienie się w widmie drgań połówkowych przy około 54 Hz świadczyć może o niestabilności hydrodynamicznej łożysk ślizgowych.



Rys. 9.19. Analiza drgań czopa łożyska dla prędkości 5750 obr/min dla: a), b) – badań eksperymentalnych przemieszczeń, odpowiednio w kierunkach X i Y; c), d) – obliczeń numerycznych za pomocą algorytmu liniowego odpowiednio dla kierunków X i Y; e) i f) – obliczeń numerycznych za pomocą algorytmu nieliniowego w programie NLDW, odpowiednio w kierunkach X i Y

9.5. Podsumowanie rozdziału 9

Obliczenia numeryczne współczynników sztywności oraz tłumienia przedstawione w tym rozdziale wykonano z wykorzystaniem liniowego i nieliniowego modelu numerycznego. Na początku rozdziału przedstawiono schemat postępowania, wg którego obliczane są współczynniki sztywności i tłumienia. Przedstawiono algorytm liniowy oraz nieliniowy. Zastosowany sposób obliczeń zakłada użycie metody perturbacyjnej. Metoda ta polega na rozwinięciu w szereg Taylora w punkcie równowagi statycznej wszystkich członów wchodzących w skład równania Reynoldsa.

W liniowym modelu obliczeniowym konieczne było założenie małych zmian amplitudy drgań, a obliczenia wykonywane były dla punktu równowagi statycznej. Otrzymano w tym przypadku zestawy współczynników sztywności i tłumienia dla każdej prędkości obrotowej. Dla każdej prędkości obrotowej jest to 8 współczynników: 4 współczynniki sztywności (2 główne i 2 skośne) i 4 współczynniki tłumienia (2 główne i 2 skośne), przy czym skośne współczynniki tłumienia mają taką samą wartość. Współczynniki dynamiczne łożysk zmieniały się wraz ze zmianą prędkości obrotowej.

W przypadku nieliniowym duże przemieszczenia czopa występują w obrębie szczeliny smarnej. Do obliczeń takiego przypadku w metodzie perturbacyjnej równanie Reynoldsa rozwiązywane było wraz z członem dynamicznym. Dla małych przedziałów czasu możliwe jest znalezienie dostatecznie małych przemieszczeń, w których właściwości filmu olejowego są stałe. W obliczeniach nieliniowych konieczne jest również uwzględnienie ciśnienia w łożysku nie w punkcie równowagi statycznej, ale dla chwilowego położenia czopa w szczelinie smarnej. W celu dokładnego obliczenia współczynników sztywności i tłumienia łożysk (z uwzględnieniem wpływu temperatury), oprócz rozwiązania równania Reynoldsa, konieczne jest także rozwiązanie równania energii, równania przewodnictwa, równania z opisem kształtu szczeliny smarnej i równań zakłócających. Wszystkie powyższe równania są ze sobą sprzężone, a ich rozwiązywanie jest czasochłonne.

Do obliczeń użyto modelu wirnika i łożysk odzwierciedlającego przeprowadzone wcześniej badania eksperymentalne, dzięki temu możliwe było bezpośrednie porównanie wyników otrzymanych na podstawie analiz numerycznych i badań eksperymentalnych.

Przeprowadzone obliczenia nieliniowe pokazują, w jakim stopniu zmieniać się mogą wartości współczynników dynamicznych obliczane dla jednej prędkości obrotowej. Podczas pracy wirnika przy prędkościach rezonansowych zmiana współczynników dynamicznych łożysk była większa niż podczas pracy wirnika przy innych prędkościach obrotowych. Analizując dane z numerycznego modelu nieliniowego, można zauważyć, że dla pewnych prędkości obrotowych zmiany współczynników sztywności i tłumienia występują cyklicznie wraz z obrotem

wirnika, jednak dla niektórych prędkości obrotowych zmiany te są bardziej nieregularne. Wynika to z tego, że wirnik wykonuje nie tylko ruch obrotowy, ale również ruch precesyjny, kiedy to jest unoszony przez warstwę filmu smarnego. Bardzo ogólnie stwierdzić można, że większa zmiana współczynników sztywności związana jest ze złożoną pracą łożyska. Występowanie w częstotliwościowym widmie drgań, oprócz składowych harmonicznym, wysokiej składowej podharmonicznej i nadharmonicznej oznacza niestabilną pracę łożyska. Praca taka obserwowana była w szerokim zakresie badanych prędkości obrotowych.

Przeprowadzono weryfikację otrzymanych wyników obliczeń numerycznych. Na podstawie otrzymanych współczynników sztywności i tłumienia w liniowym i nieliniowym modelu numerycznym obliczono przemieszczenia czopów generowane podczas szerokiego zakresu prędkości obrotowych. Na tej podstawie wyznaczono trajektorie oraz widma częstotliwościowe drgań. Okazuje się, że w modelu liniowym uzyskano poprawną zbieżność wyników, trajektorie czopa mają zbliżoną amplitudę, są jednak „wygładzone”, natomiast w modelu nieliniowym uzyskano bardzo dobrą zgodność trajektorii. W nieliniowych obliczeniach numerycznych oprócz głównej trajektorii uzyskano również mniejsze „pętliki”. Obliczone przemieszczenia czopów w łożyskach mają podobny przebieg do tych otrzymanych eksperymentalnie. Wyniki analizy nieliniowej lepiej odzwierciedlają badany układ rzeczywisty.

Obliczenie trajektorii drgań na podstawie liniowych (stałych) wartości współczynników sztywności i tłumienia pozwala na odtworzenie kształtu głównej elipsy drgań, jednak dokładne odzwierciedlenie rzeczywistych trajektorii nie jest możliwe. Porównanie widm częstotliwościowych drgań wygenerowanych na podstawie analizy numerycznej oraz zarejestrowanych podczas badań eksperymentalnych wskazuje poprawność wyników obliczeń numerycznych. W tym przypadku również wyniki badań liniowych należy uznać za poprawne, a ponadto wyniki badań nieliniowych odzwierciedlają wyniki badań eksperymentalnych z dużą dokładnością. To bardzo dokładne odzwierciedlenie wyników badań eksperymentalnych jest najlepszym dowodem na poprawność obliczonych współczynników sztywności i tłumienia.

10. Porównanie współczynników dynamicznych łożysk obliczonych różnymi metodami

W ramach przeprowadzonych prac zbudowano procedurę obliczania współczynników dynamicznych łożysk hydrodynamicznych na podstawie wyników badań eksperymentalnych. Przeprowadzono weryfikację zastosowanej metody oraz analizę jej wrażliwości, podczas której sprawdzany był wpływ na wartości obliczonych współczynników takich czynników jak: sposób wymuszenia drgań za pomocą młotka modalnego, wpływ nierównomiernego rozkładu siły pomiędzy łożyskami, a także niesymetryczności wirnika. Udało się dzięki temu ustalić, które parametry są istotne. Okazało się, że większość z czynników mogących potencjalnie wpływać w sposób negatywny na wyniki nie ma dużego znaczenia, a spora część z nich jest łatwa do skorygowania. Opisano w związku z tym sposób wprowadzania koniecznych korekt.

Oprócz weryfikacji samej metody obliczeniowej dokonano również porównania wyników otrzymanych na podstawie badań eksperymentalnych z wynikami symulacji uzyskanymi za pomocą modelu numerycznego zbudowanego w programie Abaqus. Do punktu o jednym stopniu swobody przypisano masę równą połowie masy wirnika. Punkt ten połączony był za pomocą elementu sprężysto-tłumiącego z drugim nieruchomym punktem. Wartości sztywności i tłumienia, w tak przygotowanym modelu numerycznym, zadane były jako wartości wyznaczone w badaniach eksperymentalnych. Do masy punktowej przyłożono siłę o takiej samej wartości jak ta zmierzona podczas badań eksperymentalnych. Okazało się, że przemieszczenia masy punktowej otrzymane na podstawie symulacji numerycznych odpowiadają przemieszczeniom zarejestrowanemu podczas badań eksperymentalnych. W związku z tą zgodnością stwierdzić można, że metoda eksperymentalna może z powodzeniem zostać wykorzystana do wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk.

Na podstawie wyników otrzymanych przy wykorzystaniu eksperymentalnej metody wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk (zastosowanej w szerokim zakresie prędkości obrotowych) stwierdzono, że zmiany obliczonych współczynników w funkcji prędkości obrotowej przebiegają płynnie wraz ze wzrostem prędkości obrotowych. Krzywe mają oczekiwany charakter, a odchylenia standardowe kształtują się na dość wysokim, jednak akceptowalnym poziomie. Oczywiście wraz ze wzrostem wartości odchylenia standardowego zmienność wyznaczonych współczynników dynamicznych łożysk dla danej prędkości jest większa, a w zakresach, gdzie wartości obliczane były obciążone mniejszym odchyleniem standardowym, otrzymane wyniki są bardziej jednoznaczne. Przy niższych prędkościach obrotowych (poniżej prędkości rezonansowej) otrzymane wyniki charakteryzują się mniejszym odchyleniem standardowym.

Jak już wspomniano, obliczenia numeryczne przeprowadzono z zastosowaniem algorytmów liniowych i nieliniowych. Otrzymane wyniki zweryfikowano poprzez porównanie maksymalnych przemieszczeń czopów łożyskowych, trajektorii czopa i widm częstotliwościowych. Z tego porównania można wysnuć wnioski, że współczynniki sztywności i tłumienia na podstawie obliczeń algorytmem liniowym mogą być z powodzeniem wykorzystywane do wstępnego szacowania dynamiki maszyn wirnikowych. Z kolei współczynniki sztywności i tłumienia na podstawie obliczeń algorytmem nieliniowym bardzo dokładnie odzwierciedlają dynamikę wirnika. Obliczone trajektorie drgań uwzględniają niezwykle skomplikowany kształt trajektorii, który obserwowany był w trakcie przeprowadzonych badań eksperymentalnych.

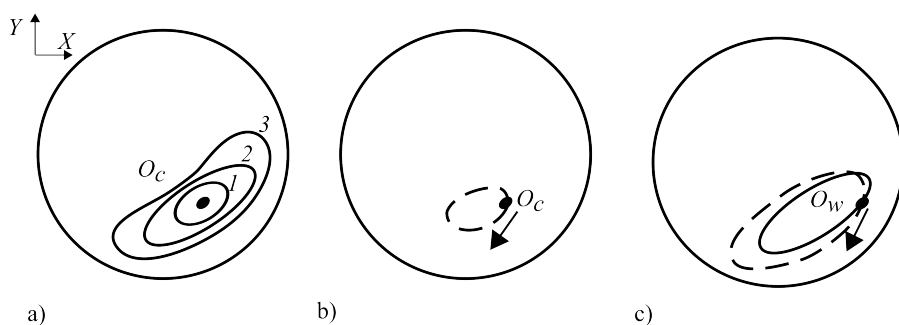
Przy tych wszystkich pozytywnych weryfikacjach wyników otrzymanych na podstawie badań eksperymentalnych i numerycznych zastanawiające są przyczyny różnic pomiędzy otrzymanymi wynikami współczynników dynamicznych łożysk. Wyniki otrzymane na podstawie liniowej i nieliniowej analizy numerycznej oraz metody eksperymentalnej dla prędkości 3 000 obr/min zestawiono w tabeli 10.1.

Tabela 10.1. Wartości obliczonych współczynników sztywności i tłumienia dla 3 zastosowanych metod obliczeniowych dla prędkości 3000 obr/min

Współczynniki	Numeryczna metoda z liniowym	Numeryczna metoda z algorytmem nieliniowym	Metoda eksperymentalna
k_{xx} [N/m]	369 000	-203 540 -- 1 782 500	5 989 ± 3 610
k_{xy} [N/m]	38 700	-265 700 -- 1 050 100	-4 918 ± 9 423
k_{yx} [N/m]	-534 000	-2 087 900 -- 98 416	13 801 ± 7 539
k_{yy} [N/m]	354 000	-228 470 -- 1 326 500	3 308 ± 7 857
c_{xx} [N·s/m]	2 310	212 -- 8 781	56 ± 22
c_{xy} [N·s/m]	-1 420	-4 885 -- 629	12 ± 14
c_{yx} [N·s/m]	-1 430	-4 885 -- 629	28 ± 11
c_{yy} [N·s/m]	2 060	462 -- 7 629	36 ± 22

Na rys. 10.1 przedstawiono proponowane wyjaśnienie różnic w wynikach. Główną różnicą pomiędzy liniowymi i nieliniowymi obliczeniami numerycznymi oraz badaniami eksperymentalnymi jest sposób pracy układu w szczelinie smarnej, dla którego wyznaczane były współczynniki sztywności i tłumienia. Numeryczne analizy oparte na algorytmach liniowych przeprowadzone są dla punktu równowagi statycznej oznaczonej na rysunku jako O_c . Dla tego punktu wyznaczane są reakcje filmu smarnego, a na ich podstawie współczynniki sztywności i tłumienia. W praktyce jednak w łożyskach hydrodynamicznych często obserwujemy większe trajektorie czopa. Dla takich przypadków w obliczeniach numerycznych konieczne jest zastosowanie algorytmów nieliniowych.

Przykłady zwiększającej się amplitudy drgań pokazano na rys. 10.1a – trajektorie oznaczone cyframi 1, 2 oraz 3. Jeżeli metoda eksperymentalna użyta zostanie do wyznaczenia trajektorii wirnika pracującego w punkcie równowagi statycznej, to po wymuszeniu impulsowym obserwować będziemy przykładową trajektorię pokazaną linią przerywaną (rys. 10.1b). Jeżeli pomiary przeprowadzone zostaną podczas pracy wirnika np. z trajektorii 2 otrzymany po wymuszeniu wynik będzie podobny do tego pokazanego na rys. 10.1c. Po przyłożeniu niewielkiej wartości impulsowej siły wymuszającej wirnik porusza się po trajektorii zaznaczonej linią przerywaną i po krótkim czasie powraca do stabilnej pracy i znów porusza się po trajektorii 2. W każdym punkcie tak powstałej trajektorii właściwości filmu smarnego zmieniają się, jednak stosując eksperymentalną metodę identyfikacji współczynników dynamicznych łożysk, możemy określić parametry będące wypadkową przemieszczeń czopa wału.



Rys. 10.1. a) Zmiana trajektorii czopa związana np. ze zwiększeniem niewyważenia wirnika lub zmianami parametrów łożysk (trajektoria 1, 2 lub 3). b) Trajektoria po wymuszeniu łożyska pracującego w punkcie równowagi statycznej (O_c). Model obrazujący założenia liniowej pracy układu. c) Trajektoria po wymuszeniu podczas pracy (większa elipsa). Linią przerywaną zaznaczono przykładową trajektorię po wymuszeniu w punkcie O_w . Po krótkim czasie czop wirnika wraca na poprzednią stałą elipsę, po której się poruszał wcześniej (zaznaczona linią ciągłą)

Obliczenia wykonane wszystkimi trzema metodami dają różne wyniki ze względu na to, że obliczenia wykonywane są dla różnych położenia czopa wirnika. W obliczeniach z wykorzystaniem badań eksperymentalnych oraz algorytmu liniowego zakładane jest, że czop pracuje w punkcie równowagi statycznej, w którym następuje wymuszenie drgań i po krótkim czasie i niewielkich przemieszczeniach czop łożyska powraca do punktu równowagi statycznej. W praktyce, jeżeli czop wirnika porusza się po stosunkowo dużej trajektorii i zostanie pobudzony do drgań, to wędruje po nowej trajektorii i zmieniając swoje położenie w kolejnych chwilach zajmuje kolejno miejsca w szczelinie smarnej łożyska o innych właściwościach filmu smarnego. Problemem w tym wypadku nie jest sam rozmiar trajektorii czopa, lecz duża zmienność właściwości filmu smarnego przy niedużych

zmianach przemieszczenia czopa. Jeżeli teoretycznie założymy, że w całej szczelinie smarnej występowałyby zbliżone wartości współczynników sztywności i tłumienia filmu smarnego, to wyznaczenie parametrów dynamicznych łożysk na podstawie badań eksperymentalnych umożliwiałoby wyznaczenie współczynników sztywności i tłumienia o takich samych wartościach, jak te obliczone na podstawie analiz numerycznych. Duże zmiany właściwości filmu smarnego przy niewielkich zmianach położenia czopa łożyskowego, powodują różnice pomiędzy eksperymentalnie i numerycznie wyznaczonymi wartościami współczynników sztywności i tłumienia, są głównym ograniczeniem w stosowaniu eksperymentalnych metod określania właściwości dynamicznych maszyn wirnikowych.

Różnice pomiędzy wynikami liniowej i nieliniowej analizy numerycznej wytłumaczyć można stosując podobną argumentację, do tej przedstawionej w przypadku badań eksperymentalnych. W przypadku analizy numerycznej przeprowadzanej za pomocą algorytmu liniowego zakładać należy, że obliczenia wykonywane są dla punktu równowagi statycznej. W przypadku analizy nieliniowej trajektoria dzielona jest na dostatecznie małe fragmenty, przy zachowaniu stałych wartości współczynników sztywności i tłumienia. W idealnym przypadku liniowym, kiedy łożysko pracuje w punkcie równowagi statycznej, wyniki liniowej i nieliniowej analizy numerycznej będą takie same.

W trakcie eksperymentów okazało się, że w badanym układzie łożyska pracowały bardzo niestabilnie, generowane trajektorie były dość duże, a charakterystyki łożysk były wyraźnie nieliniowe. W wynikach analizy częstotliwościowej dla większości prędkości obrotowych widoczne były składowe związane z bardzo dużymi (niejednokrotnie dwukrotnie większymi niż drgania synchroniczne) drganiami podsynchronicznymi i nadsynchronicznymi. Sytuacja ta okazała się idealna do zweryfikowania różnic w wynikach współczynników sztywności i tłumienia obliczonych różnymi metodami, ponieważ bardzo dobrze widoczne są różnice w otrzymanych wynikach.

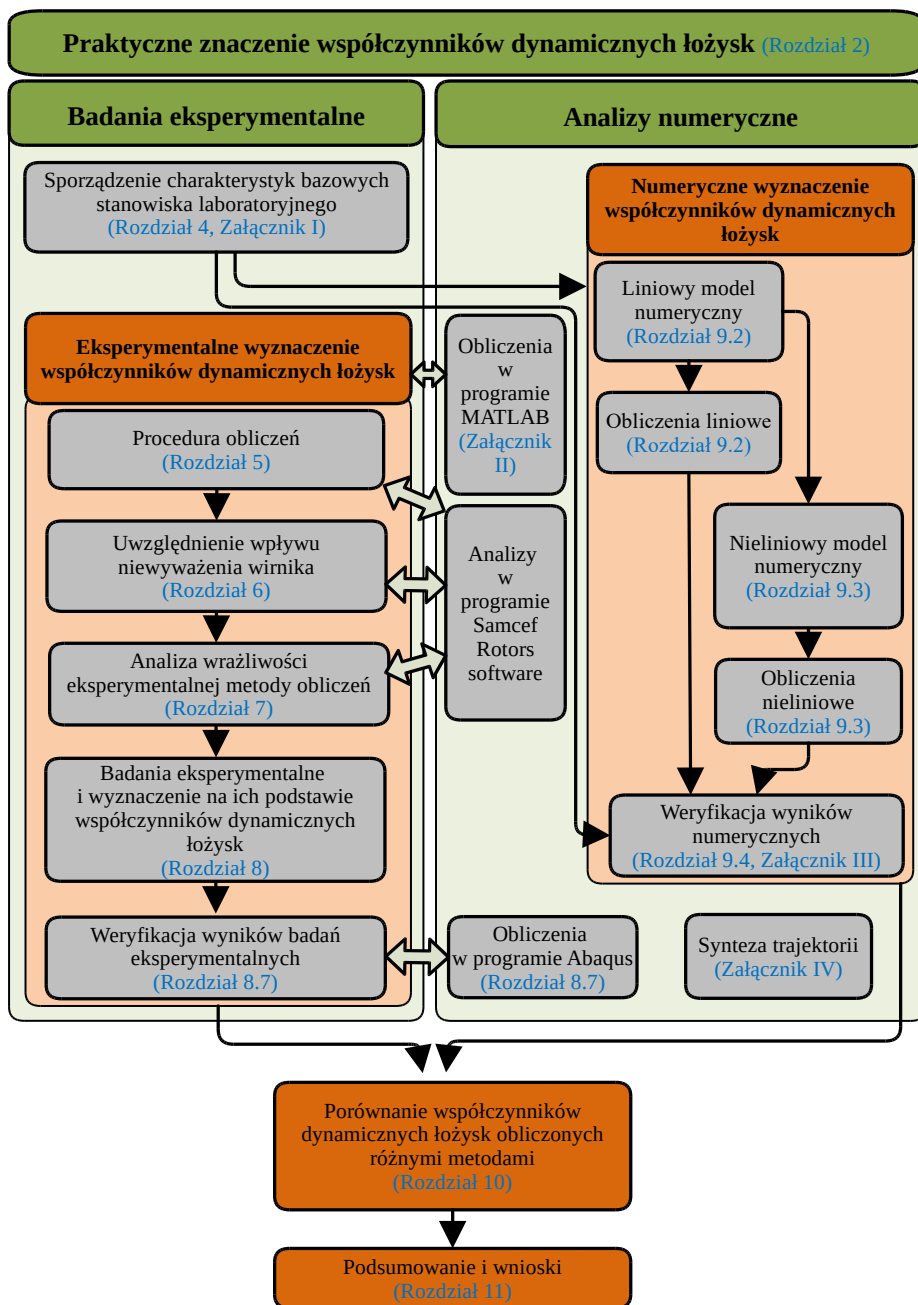
W praktyce eksploatacyjnej, w poprawnie pracującej maszynie, łożyska powinny zostać zaprojektowane w sposób zapewniający stabilną pracę wirnika. Najłatwiejszą zmianą, która poprawia właściwości dynamiczne łożysk, jest zmiana geometrii szczeliny smarnej (łożyska). Już po wstępnych analizach okazuje się, że zdecydowane polepszenie parametrów dynamicznych pracy łożysk osiągane jest przez zmniejszenie wielkości szczeliny smarnej. Przy zmniejszeniu wielkości szczeliny smarnej należy jednak uważać na problemy związane z dokładnością wykonania oraz z podwyższoną temperaturą pracy łożysk. Jeżeli przeprowadzimy obliczenia współczynników dynamicznych łożysk trzema metodami dla przypadku, w którym wirnik pracował będzie w pobliżu punktu równowagi statycznej, to wszystkie metody umożliwią otrzymanie zbliżonych wyników.

11. Podsumowanie i wnioski

Monografia poświęcona jest badaniu właściwości dynamicznych maszyn wirnikowych za pomocą metod numerycznych i eksperymentalnych. Przez właściwości dynamiczne maszyn wirnikowych rozumiane są współczynniki sztywności, tłumienia oraz masy układu wirnik – łożyska. Podstawowym celem przedstawionych prac badawczych było doskonalenie eksperymentalnej metody wyznaczania współczynników dynamicznych poprzecznych łożysk hydrodynamicznych na podstawie pomiarów eksperymentalnych w połączeniu z zaawansowanymi obliczeniami numerycznymi. Badania eksperymentalne przeprowadzono na stanowisku laboratoryjnym z wirnikiem podpartym na dwóch poprzecznych łożyskach hydrodynamicznych. Obliczenia numeryczne wykonano za pomocą unikalnych liniowych i nieliniowych modeli numerycznych opracowanych w IMP PAN pod kierownictwem prof. dr. hab. inż. Jana Kicińskiego.

Schemat prac wykonanych w ramach omawianych badań przedstawiono na rys. 11.1. Badania eksperymentalne uzupełniane były analizami numerycznymi na kilku etapach pracy. Główny nurt związany był z eksperymentalnym i numerycznym wyznaczaniem współczynników dynamicznych łożysk. W rozdziale 4 oraz w załączniku I przedstawiono podstawowe charakterystyki stanowiska laboratoryjnego, m.in. charakterystyki rozbiegu i wybiegu wirnika, trajektorie czopa, analizy częstotliwościowe sygnałów oraz analizę modalną konstrukcji stanowiska.

W rozdziałach 5–7 opisano procedurę eksperymentalnego wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk. Zastosowano metodę z liniowym algorytmem obliczeń z wymuszeniem impulsowym, której algorytm przedstawiono w rozdziale 5. W kolejnym 6 rozdziale szerzej opisano jeden z etapów przetwarzania sygnału, czyli operacje mające na celu niwelowanie wpływu niewyważenia wirnika na wyniki obliczeń. Rozdział 7 przedstawia analizę wrażliwości metody. Sprawdzono wpływ 6 parametrów na obliczone wartości współczynników dynamicznych łożysk oraz sposoby poprawy wyników. Przebieg badań eksperymentalnych przedstawiono w rozdziale 8, w którym pokazano sygnały sił wymuszających i odpowiedzi układu oraz uzyskane wyniki. Do przetwarzania sygnałów oraz obliczeń współczynników dynamicznych łożysk wykorzystano program MATLAB.



Rys. 11.1. Schemat blokowy prac wykonanych w ramach badań opisanych w monografii. Zaznaczono podział na część eksperymentalną i numeryczną oraz zależności pomiędzy poszczególnymi etapami badań

Program Samcef Rotors wykorzystywany był podczas weryfikacji algorytmu użytego do eksperymentalnego wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk oraz analizy jego wrażliwości (rozdziały 5–7). Weryfikację wyników otrzymanych na podstawie badań eksperymentalnych (opisana w podrozdziale 8.7) przeprowadzono w programie Abaqus za pomocą modelu numerycznego o jednym stopniu swobody. Punkt materialny o masie równej połowie masy wirnika przymocowano za pomocą elementu sprężysto-tłumiącego do drugiego nieruchomego punktu materialnego. Elementowi sprężysto-tłumiącemu przypisano wartości sztywności i tłumienia wyznaczone na podstawie badań eksperymentalnych. Punkt materialny wzbudzono do drgań za pomocą siły impulsowej o wartości takiej samej jak w badaniach eksperymentalnych. Po porównaniu obliczonych przemieszczeń punktu materialnego oraz tych zmierzonych podczas badań eksperymentalnych okazało się, że otrzymane wyniki są zbieżne. Świadczy to o poprawności procedury eksperymentalnego wyznaczania współczynników sztywności oraz tłumienia.

Ciekawym wynikiem badań jest zaobserwowanie zmian, obliczonych na podstawie badań eksperymentalnych, wartości współczynników masy wraz ze zmianą prędkości obrotowej. Współczynniki masy można interpretować jako masę części wirnika biorącą udział w drganiach. Zauważyć należy, że przy małych prędkościach obrotowych (2250 obr/min) współczynnik masy w pierwszym kierunku głównym m_{xx} ma stosunkowo niską wartość ($-0,4$ kg), natomiast drugi główny współczynnik masy m_{yy} ma mniej więcej taką samą wartość, ale dodatnią. Po aproksymacji zmian tego współczynnika za pomocą funkcji liniowych lub wielomianowych niskiego rzędu widać, że wraz ze wzrostem prędkości obrotowej wartość pierwszego współczynnika rośnie, drugiego natomiast maleje. Okazuje się, że przy wyższych prędkościach obrotowych (6000 obr/min) wartości te są niemal takie same jak wartości przy niższych prędkościach obrotowych, tylko z przeciwnymi znakami. W miejscu przechodzenia linii aproksymujących współczynniki masy przez wartość zerową występuje rezonans, przy czym dla samej prędkości rezonansowej wartości tych współczynników nie są zerowe. Wielkość masy wału, oszacowana na podstawie obliczonych współczynników masy dla drugiego łożyska i prędkości 2250 obr/min, wynosi $1,18 \pm 0,56$ kg. Porównując tę wartość z wartością przewidywaną, czyli połową masy wirnika (czyli 2,35 kg), okazuje się, że otrzymujemy około dwukrotnie mniejszą wartość niż wartość przewidywana.

Przeprowadzono także obliczenia numeryczne z wykorzystaniem programów KINWIR, LDW (obliczenia liniowe) oraz NLDW (obliczenia nieliniowe). Opis modelu numerycznego i wyniki obliczeń przedstawiono w rozdziale 9. Na podstawie obliczonych współczynników sztywności i tłumienia wyznaczono przemieszczenia czopów łożysk i ich trajektorie drgań. Wyniki obliczeń numerycznych porównano z wynikami badań eksperymentalnych. W celu sprawdzenia poprawności wartości współczynników dynamicznych łożysk obliczonych za pomocą metod numerycznych. Otrzymano zbieżne wyniki obliczeń liniowych,

a w przypadku obliczeń numerycznych z wykorzystaniem nieliniowego algorytmu odzwierciedlone zostały ponadto bardzo dokładne trajektorie z uwzględnieniem skomplikowanego kształtu zarejestrowanego podczas badań eksperymentalnych. Zgodność wyników świadczy o poprawności wyznaczania nieliniowej formy (zmiennych w czasie funkcji) współczynników sztywności i tłumienia.

Wartości współczynników sztywności i tłumienia obliczone różnymi metodami zestawiono w rozdziale 10. Porównano wyniki obliczeń otrzymanych przy użyciu metody eksperymentalnej, bazującej na liniowym algorytmie identyfikacji, oraz metod numerycznych z liniowym i nieliniowym algorytmem obliczeń. Należy podkreślić, że obliczenia wykonano dla układu charakteryzującego się nieliniowymi parametrami pracy (prawie w całym zakresie prędkości obrotowych występowały składowe podsynchroniczne i nadsynchroniczne w widmie drgań). Liniowe i nieliniowe analizy numeryczne układu wirującego pracującego w punkcie równowagi statycznej (wyidealizowany przypadek, który nie występuje w rzeczywistości) pokazują, że w przypadku obu metod numerycznych otrzymujemy zbliżone wyniki. Interesujące z poznawczego punktu widzenia jest wykonanie obliczeń liniowych i nieliniowych dla rzeczywistego układu pracującym „ewidentnie nieliniowo”. W praktyce wszystkie układy wirujące charakteryzują się takimi właściwościami (są one tylko bardziej lub mniej nieliniowe). Stwierdzono, że liniowe metody numeryczne, stosowane powszechnie do wstępnych obliczeń hydrodynamicznych łożysk ślizgowych, dają jedynie przybliżone wartości parametrów sztywności i tłumienia łożysk.

Wartości współczynników dynamicznych sztywności i tłumienia łożysk hydrodynamicznych obliczone na podstawie badań eksperymentalnych weryfikowano na kilku etapach badań. Zweryfikowano również wyniki analiz numerycznych przeprowadzonych za pomocą liniowych i nieliniowych algorytmów numerycznych. Po zestawieniu uzyskanych wyników okazało się, że otrzymano różne wartości we wszystkich trzech przypadkach. Wy tłumaczenie tego faktu zaproponowano w rozdziale 10. Przyczyną może być inne miejsce położenia czopa wirnika przyjęte w każdej z metod. W badaniach numerycznych liniowych jest to położenie w punkcie równowagi statycznej. Z kolei w badaniach nieliniowych badań numerycznych obliczenia wykonywane są dla kolejnych położów czopa wirnika. W badaniach eksperymentalnych współczynniki dynamiczne łożysk określone są na podstawie trajektorii innej niż ta otrzymana podczas stabilnej pracy.

Wartym odnotowania są elementy oryginalne omawianych prac badawczych, niespotykane dotychczas w literaturze przedmiotu. Najważniejsze z nich to:

1. Opracowanie metody eksperymentalnego wyznaczania wszystkich parametrów dynamicznych dla dwóch poprzecznych łożysk hydrodynamicznych w jednej operacji. W porównaniu z wcześniejszymi metodami rozszerzono ją o możliwość wyznaczania współczynników masy, które pozwalają na szybką weryfikację uzyskanych wyników.

2. Weryfikacja badanego algorytmu na podstawie modelu numerycznego maszyny wirnikowej stworzonego w programie Samcef Rotors. Okazało się, że istnieje możliwość eksperymentalnego wyznaczania współczynników masy, sztywności i tłumienia z bardzo dużą dokładnością – najczęściej z błędem nieprzekraczającym jednego procenta.
3. Analiza wrażliwości eksperymentalnej metody wyznaczania współczynników sztywności, tłumienia oraz masy łożysk hydrodynamicznych. Wpływ na wyniki takich parametrów jak miejsce umieszczenia siły wymuszającej, kąt wymuszenia, niewyważenie, miejsce pomiaru przemieszczenia, niesymetryczności wirnika oraz różnych modułach Younga wirnika nie był wcześniej badany.
4. Wyznaczenie współczynników dynamicznych łożysk na podstawie badań eksperymentalnych w szerokim zakresie prędkości obrotowych, uwzględniającym prędkości rezonansowe i nadrezonansowe. Dotychczas opublikowane analizy ograniczone były najczęściej do jednej prędkości obrotowej lub, w rzadkich przypadkach, do wąskiego zakresu prędkości obrotowych, przy których współczynniki sztywności i tłumienia nie różniły się znacząco pomiędzy sobą.
5. Porównano współczynniki dynamiczne łożysk wyznaczone trzema różnymi metodami obliczeniowymi – metodą eksperymentalną bazującą na algorytmie liniowym oraz metod numerycznych opartych na algorytmie liniowym i nieliniowym. Każdą z metod zweryfikowano. Okazało się, że otrzymujemy zdecydowanie różne wyniki obliczeń. Omówiono przyczynę występowania tych różnic.

Kończąc podsumowanie należy określić zakres stosowalności liniowych metod określania właściwości dynamicznych łożysk. Porównując wyniki obliczeń dla nieliniowego układu wirnik – łożyska, uzyskane za pomocą dwóch liniowych metod (eksperymentalnej i numerycznej) oraz nieliniowego modelu numerycznego, można stwierdzić, że wykorzystanie metod obliczeń jest uzależnione od rozpatrywanego przypadku. Jeżeli mamy dobrze zdefiniowany model numeryczny łożysk, wirnika i konstrukcji podpierającej to numeryczne nieliniowe modele obliczeniowe umożliwiają uzyskanie dokładnych wartości współczynników dynamicznych łożysk. Ponieważ w praktyce każdy układ wirujący wykazuje właściwości nieliniowe, dlatego też metoda ta powinna być stosowana w szerokim zakresie przypadków. Jeżeli konieczne jest wykonanie szybkich obliczeń lub dostępne są tylko liniowe modele obliczeniowe, to numeryczne metody oparte na algorytmach liniowych mogą z powodzeniem zostać wykorzystane do analiz wstępnych. Metoda numeryczna z algorytmem liniowym wykorzystana może zostać również do nieliniowych układów i możliwe jest uzyskanie na tej podstawie wyników zbliżonych do rzeczywistych. Jeżeli mamy do czynienia z bardzo skomplikowaną budową układów dynamicznych lub nie są znane wszystkie parametry łożysk i konstrukcji podpierającej, to zasadne jest stosowanie eksperymentalnych

metod określania współczynników sztywności i tłumienia łożysk. Eksperymentalna metoda obliczeń oparta na algorytmie liniowym powinna być stosowana jedynie w układach liniowych. Zastosowanie jej w przypadku układów nieliniowych (z dużymi przemieszczeniami, o dużych zmianach właściwości filmu smarowego) może skutkować uzyskaniem wyników obarczonych dużymi błędami.

W rozpatrywanym przypadku układu wirnik – łożyska (układu silnie nieliniowego) wyniki otrzymane za pomocą eksperymentalnej metody wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk wykorzystane mogą być jedynie pogładowo. Na podstawie ujemnego tłumienia można np. ocenić miejsce występowania rezonansu, a przebiegi zmian współczynników sztywności, tłumienia oraz masy dobrze charakteryzują zmiany dynamiki układu na skutek wymuszenia impulsowego. Współczynniki dynamiczne łożysk, otrzymane na podstawie takiej analizy, nie mogą jednak w sposób bezpośredni zostać wykorzystane do dalszych obliczeń dynamiki konstrukcji.

Jedną z największych zalet impulsowej metody eksperymentalnego wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia jest jej uniwersalność. Metodę tę można wykorzystać bezpośrednio dla różnych typów łożysk. Badania dla łożysk hydrodynamicznych umożliwiły porównanie wyników z bardzo rozbudowanymi liniowymi i nieliniowymi numerycznymi modelami obliczeniowymi.

Autor wyraża nadzieję, że niniejsza monografia poświęcona eksperymentalnej metodzie wyznaczania współczynników dynamicznych łożysk oraz jej szczegółowa analiza przyczynią się do szerszego jej zastosowania w praktyce. Znając możliwości związane z metodą eksperymentalną (teoretycznie obliczenia przeprowadzać można z bardzo dużą dokładnością) oraz jej ograniczenia (stosowanie w nieliniowych układach wiąże się z błędem obliczeń) można ją świadomie wykorzystywać jako cenne narzędzie badawcze.

Spis literatury

- [1] Ł. Breńkacz, Przedziały adekwatności liniowych i nieliniowych metod określania właściwości dynamicznych maszyn wirnikowych, rozprawa doktorska, Instytut Maszyn Przepływowych im. Roberta Szewalskiego, Polska Akademia Nauk, 2016.
- [2] J. Kiciński, *Teoria i badania hydrodynamicznych poprzecznych łożysk ślizgowych*. Ossolineum, Wrocław, 1994.
- [3] J. Kiciński, *Dynamika wirników i łożysk ślizgowych*. Maszyny Przepływowe, Gdańsk, 2005.
- [4] B. J. Hamrock, S. R. Schmid, i B. O. Jacobson, *Fundamentals of fluid film lubrication*, 2nd ed. Marcel Dekker, New York, 2004.
- [5] J. Giergiel, *Thumienie drgań mechanicznych*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1990.
- [6] J. N. M. Duff i J. R. Curreri, *Drgania w technice*. Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa, 1960.
- [7] C. Hayashi, *Drgania nieliniowe w układach fizycznych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1964.
- [8] D. G. Fertis, *Nonlinear structural engineering: with unique theories and methods to solve effectively complex nonlinear problems*. Springer, Berlin, 2010.
- [9] J. Mikieliewicz, J. Kiciński, W. Cholewa, T. Uhl, R. Rządkowski, i W. Ostachowicz, *Modelowanie i diagnostyka oddziaływań mechanicznych, aerodynamicznych i magnetycznych w turbozespołach energetycznych*. Wydawnictwo IMP PAN, Gdańsk, 2005.
- [10] J. Kiciński i G. Żywica, *Steam Microturbines in Distributed Cogeneration*. Springer, 2014.
- [11] K. Wierzecholski, *Elementy obliczania łożysk ślizgowych*. Wydawnictwo Akademii Rolniczej w Szczecinie, Szczecin, 1994.
- [12] A. Neyman i J. Sikora, *Hydrodynamiczne łożyska ślizgowe poprzeczne*. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 1999.
- [13] J. Sikora, *Problemy badawcze wytrzymałości zmęczeniowej warstw ślizgowych łożysk*. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 2009.
- [14] Z. Dąbrowski, *Wały maszynowe*. Wydawnictwo Naukowe PWN,

Warszawa, 2013.

- [15] Z. Skup, *Zjawiska nieliniowe w tłumieniu drgań*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2010.
- [16] N. Minorsky, *Drgania nieliniowe*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1967.
- [17] W. Batko, Z. Dąbrowski, i J. Kiciński, *Zjawiska nieliniowe w diagnostyce wibroakustycznej*. Wydawnictwo Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacji - BIP, 2008.
- [18] J. F. Booker, Dynamically Loaded Journal Bearings: Mobility Method of Solution, *J. Basic Eng*, t. 87, nr 3, ss. 537–546, 1965.
- [19] H. Blok, Full Journal Bearings Under Dynamic Duty: Impulse Method of Solution and Flapping Action, *Journal of Lubrication Technology*, t. 97, nr 2, ss. 168–179, 1975.
- [20] S. Buchacz, Andrzej Świder, Jerzy Żółkiewski, *Modelowanie i analiza dynamiczna podatnych układów w ruchu obrotowym z uwzględnieniem tłumienia*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2013.
- [21] T. J. Chmielniak, *Maszyny przepływowe*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 1997.
- [22] Z. Zieliński, *Maszyny i urządzenia ciepłne i energetyczne*. Państwowe Wydawnictwa Szkolenia Zawodowego, Warszawa, 1969.
- [23] A. Miller, *Maszyny i urządzenia ciepłne i energetyczne*. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa, 1985.
- [24] T. Nikiel, *Turbiny parowe*. Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa, 1956.
- [25] S. Wiśniewski, *Obciążenia ciepłne silników turbinowych*. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, 1974.
- [26] R. Łączkowski, *Drgania elementów turbin ciepłnych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1974.
- [27] K. Smolaga, *Obsługa turbin parowych*. Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa, 1959.
- [28] W. P. Bannik i M. A. Słuczajew, *Montaż turbin parowych*. Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa, 1956.
- [29] R. Chodkiewicz, *Ćwiczenia projektowe z turbin ciepłnych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1998.

-
- [30] J. Kiciński i G. Żywica, *Dynamika mikroturbin parowych*. Wydawnictwa Instytutu Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk, 2014.
- [31] O. Reynolds, On the theory of lubrication and its applications to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil, *Proceedings of Royal Society*, t. 40, ss. 191–203, 1886.
- [32] F. T. Barwell, *Łożyskowanie*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1984.
- [33] G. Żywica, Analiza defektów konstrukcji podpierającej w odniesieniu do stanu dynamicznego maszyny wirnikowej, rozprawa doktorska, Instytut Maszyn Przepływowych im. Roberta Szewalskiego, 2008.
- [34] S. Dunkerley, On the whirling and vibration of shafts, *Philosophical Transaction of the Royal Society of London*, t. 185, ss. 279–360, 1894.
- [35] A. Sommerfeld, Zur hydrodynamischen theorie der Schmiermittelreibung, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, t. 50, ss. 97–155, 1904.
- [36] D. G. Christopherson, A new mathematical method for the solution of film lubrication problems, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, t. 146, nr 3, ss. 129–135, 1941.
- [37] C. W. Cryer, The method of Christopherson for solving free boundary problems for infinite journal bearings by means of finite differences, *Mathematics of Computation*, t. 25, nr 115, ss. 435–435, 1971.
- [38] H. W. Swift, The stability of lubrication film in journal bearings, *Proceedings Institute Civil Engineers*, t. 233, nr 1932, ss. 267–288, 1932.
- [39] W. Stieber, *Das schwimmlager: Hydrodynamische theorie des gleitlagers*. VDI-Verlag GmbH, 1933.
- [40] A. C. Hagg i P. C. Warner, Oil whip of flexible rotors, *Transactions of the ASME*, t. 75, nr 7, ss. 1399–1344, 1953.
- [41] J. W. Loud, Review of the concept of dynamic coefficients for fluid film journal bearings, *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, t. 109, ss. 37–41, 1987.
- [42] M. Wasilczuk, *Wielkogabarytowe hydrodynamiczne łożyska wzdłużne*. Wydawnictwo Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacji - BIP, 2012.
- [43] T. Someya, *Journal-Bearing Databook*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 1989.

-
- [44] O. C. Zienkiewicz i R. L. Taylor, *The Finite Element Method: The basis*, s. 689, 2000.
- [45] C. Andreau, F. Ferdi, R. Ville, i M. Fillon, A method for determination of elastohydrodynamic behaviour of line shafting bearings in their environment, *Proceedings of the STLE/ASME International Joint Tribology Conference*, ss. 1–3, 2007.
- [46] J. Kiciński, R. Drozdowski, i P. Materny, The non-linear analysis of the effect of support construction properties on the dynamic properties of multi-support rotor systems, *Journal of Sound and Vibration*, t. 206, nr 4, ss. 523–539, 1997.
- [47] J. Kiciński, Teoretyczny model termoelastohydrodynamiczny poprzecznych łożysk ślizgowych, *Tribologia*, t. 1, 1988.
- [48] J. Kiciński, New method of description of dynamic properties of slide bearings, *Wear*, t. 132, ss. 205–220, 1989.
- [49] X. Zhang, Z. Yin, G. Gao, i Z. Li, Determination of stiffness coefficients of hydrodynamic water-lubricated plain journal bearings, *Tribology International*, t. 85, ss. 37–47, 2015.
- [50] T. Illner, D. Bartel, i L. Deters, Determination of the transition speed in journal bearings under consideration of bearing deformation, *Tribology International*, t. 82, ss. 58–67, 2015.
- [51] G. B. Daniel, T. H. Machado, i K. L. Cavalca, Investigation on the influence of the cavitation boundaries on the dynamic behavior of planar mechanical systems with hydrodynamic bearings, *Mechanism and Machine Theory*, t. 99, ss. 19–36, 2016.
- [52] A. Chasalevris, Finite length floating ring bearings: Operational characteristics using analytical methods, *Tribology International*, t. 94, ss. 571–590, 2016.
- [53] R. Tiwari, A. W. Lees, i M. I. Friswell, Identification of dynamic bearing parameters: a review, *The Shock and Vibration Digest*, t. 36, nr 2, ss. 99–124, 2004.
- [54] T. W. Dimond, P. N. Sheth, P. E. Allaire, i M. He, Identification methods and test results for tilting pad and fixed geometry journal bearing dynamic coefficients - A review, *Shock and Vibration*, t. 16, nr 1, ss. 13–43, 2009.
- [55] Y. Y. Zhang, Y. B. Xie, i D. M. Qiu, Identification of linearized oil-film coefficients in a flexible rotor-bearing system, part II: Experiment, *Journal of Sound and Vibration*, t. 2, ss. 549–559, 1992.

-
- [56] Y. Y. Zhang, Y. B. Xie, i D. M. Qiu, Identification of linearized oil-film coefficients in a flexible rotor-bearing system, part I: Model and simulation, *Journal of Sound and Vibration*, t. 2, ss. 531–574, 1992.
- [57] S. H. Chan i M. F. White, Experimental determination of dynamic characteristics of a full size gas turbine tilting-pad journal bearing by an impact test method, *ASME Modal Analysis, Modeling, Diagnostics and Control: Analytical and Experimental*, t. 38, ss. 291–298, 1991.
- [58] Z. L. Qiu i A. K. Tieu, Identification of sixteen force coefficients of two journal bearings from impulse responses, *Wear*, t. 212, nr 2, ss. 206–212, 1997.
- [59] R. Tiwari i V. Chakravarthy, Simultaneous estimation of the residual unbalance and bearing dynamic parameters from the experimental data in a rotor-bearing system, *Mechanism and Machine Theory*, t. 44, nr 4, ss. 792–812, 2009.
- [60] V. Meruane i R. Pascual, Identification of nonlinear dynamic coefficients in plain journal bearings, *Tribology International*, t. 41, nr 8, ss. 743–754, 2008.
- [61] B. A. Miller i S. A. Howard, Identifying bearing rotor-dynamic coefficients using an extended kalman filter, *Tribology Transactions*, t. 52, nr 5, ss. 671–679, 2009.
- [62] J. Kiciński i G. Żywica, The numerical analysis of the steam microturbine rotor supported on foil bearings, *Advances in Vibration Engineering*, t. 11, nr 2, ss. 113–119, 2012.
- [63] Y. P. Wang i D. Kim, Experimental identification of force coefficients of large hybrid air foil bearings, *ASME Turbo Expo 2013: Turbine technical conference and exposition*, t. 7B, 2013.
- [64] A. Delgado, Experimental identification of dynamic force coefficients for a 110 mm compliantly damped hybrid gas bearing, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, t. 137, nr 7, ss. 072502-072502-8, 2015.
- [65] Z. Kazimierski i J. Krysiński, *Łożyskowanie gazowe i napędy mikroturbinowe*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1981.
- [66] J. Kozánek, J. Simek, P. Steinbauer, i A. Bílkovský, Identification of stiffness and damping coefficients of aerostatic journal bearing, *Engineering Mechanics*, t. 16, nr 3, ss. 209–220, 2009.
- [67] J. Kozánek i L. Půst, Spectral properties and identification of aerostatic bearings, *Acta Mechanica Sinica*, t. 27, nr 1, ss. 63–67, 2011.

-
- [68] J. C. Jáuregui, L. S. Andrés, i O. De Santiago, Identification of bearing stiffness and damping coefficients using phase-plane diagrams, *ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition*, t. 7, ss. 731–737, 2012.
- [69] V. Arora, P. J. M. Van Der Hoogt, R. G. K. M. Aarts, i A. De Boer, Identification of stiffness and damping characteristics of axial air-foil bearings, *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, t. 7, nr 3, ss. 231–243, 2011.
- [70] J. Zapomel, P. Ferfecki, i J. Kozánek, Application of the Monte Carlo method for investigation of dynamical parameters of rotors supported by magnetorheological squeeze film damping devices, *Applied and Computational Mechanics*, t. 8, ss. 129–138, 2014.
- [71] R. Nordmann i K. Schoellhorn, Identification of stiffness and damping coefficients of journal bearings by means of the impact method, w *2nd Int. Conf. on Vibrations in Rotating Machinery*, 1980, ss. 231–238.
- [72] J. Bonet i R. D. Wood, *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis*, 2nd Editio. Cambridge University Press, New York, 2009.
- [73] M. Sathyaamoorthy, *Nonlinear analysis of structures*. CRC Press, Boca Raton, Florida, 2000.
- [74] Oficjalna strona programu STA-DY-WI-CO. Dostępne na: <http://stadywico.eu/>. Udostępniono: 21-sty-2016.
- [75] Oficjalna strona komisji europejskiej. Dostępne na: <http://ec.europa.eu/research/index.cfm>. Udostępniono: 21-sty-2016.
- [76] Oficjalna strona firmy Siemens. Dostępne na: <http://www.plm.automation.siemens.com>. Udostępniono: 01-paź-2015.
- [77] Strona internetowa z produktami firmy Samcef, obecnym właścicielem jest firma Siemens. Dostępne na: https://www.plm.automation.siemens.com/en_us/products/lms/samtech/samcef-rotors. Udostępniono: 01-paź-2015.
- [78] J. Kruszewski i E. Wittbrodt, *Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym. Tom I zagadnienia liniowe*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1992.
- [79] J. Kruszewski, E. Wittbrodt, i Z. Walczyk, *Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym. Tom II zagadnienia wybrane*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1996.
- [80] J. Kosmol, *Wybrane zagadnienia metodologii badań*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2010.

-
- [81] ISO 10816-1 Mechanical Vibration - Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts - Part 1: General guidelines. 1995.
 - [82] ISO 10817-1 Rotating shaft vibration measuring systems — Part 1: Relative and absolute sensing of radial vibration. 1998.
 - [83] ISO 1940-1 Mechanical vibration - balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state. Part 1: Specification and verification of balance tolerances. 2003.
 - [84] Oficjalna strona firmy Inkscape. Dostępne na: <https://inkscape.org>. Udostępniono: 18-sty-2015.
 - [85] Oficjalna strona firmy Originlab, producenta oprogramowania Origin. Dostępne na: <http://www.originlab.com>. Udostępniono: 18-sty-2015.
 - [86] Oficjalna strona pakietu programów Microsoft Office. Dostępne na: <https://www.office.com>. Udostępniono: 18-sty-2015.
 - [87] Strona firmy SpectraQuest. Dostępne na: <http://spectraquest.com>. Udostępniono: 29-paź-2015.
 - [88] Karta katalogowa, czujnik wiropędowy CWY-DO-501A, 2012.
 - [89] Karta katalogowa, akcelerometr jednoosiowy 608A11, 2011.
 - [90] Karta katalogowa, kalibrator akcelerometrów PCB 699A02, 2008.
 - [91] Oficjalna strona firmy PCB. Dostępne na: <http://www.pcb.com>. Udostępniono: 15-paź-2015.
 - [92] Karta katalogowa, młotek modalny PCB Piezotronics ICP 086D05, 2007.
 - [93] Firma produkująca tachometry. Dostępne na: <http://www.optel-thevon.fr>. Udostępniono: 02-lis-2015.
 - [94] Karta katalogowa, szybka kamera Phantom v2512, 2015.
 - [95] Oficjalna strona firmy Vision Research. Dostępne na: <http://www.visionresearch.com>. Udostępniono: 13-paź-2015.
 - [96] Oficjalna strona firmy Image Systems. Dostępne na: <http://www.imagesystems.se>. Udostępniono: 13-paź-2015.
 - [97] Oficjalna strona firmy EasyLed. Dostępne na: <http://easyled.fi>. Udostępniono: 29-paź-2015.
 - [98] E. Led, Karta katalogowa, lampa halogenowa EasyLed PRO, 2014.
 - [99] Oficjalna strona firmy Zeiss. Dostępne na: <http://www.zeiss.com>. Udostępniono: 29-paź-2015.

-
- [100] Oficjalna strona firmy Nikon. Dostępne na: <http://www.nikon.com>. Udostępniono: 29-paź-2015.
- [101] Karta katalogowa, Diamond 401A, 2011.
- [102] Oficjalna strona polskiego producenta aparatury do pomiaru drgań. Dostępne na: <http://www.mbj.com.pl>. Udostępniono: 29-paź-2015.
- [103] Oficjalna strona firmy Pruftechnik. Dostępne na: <http://www.pruftechnik.com>. Udostępniono: 12-paź-2015.
- [104] G. Rakowski i Z. Kacprzyk, *Metoda Elementów Skończonych w Mechanice Konstrukcji*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1993.
- [105] M. Dacko, W. Borkowski, S. Dobrociński, T. Niezgoda, i M. Wieczorek, *Metoda Elementów Skończonych w mechanice konstrukcji*. Arkady, Warszawa, 1994.
- [106] J. Bielski, *Inżynierskie zastosowania systemu MES*. Wydawnictwo PK, Kraków, 2013.
- [107] A. Milenin, *Podstawy Metody Elementów Skończonych. Zagadnienia termomechaniczne*. Wydawnictwa AGH, Kraków, 2010.
- [108] A. Grabarski i I. Wróbel, *Wprowadzenie do metody elementów skończonych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2008.
- [109] M. Radwańska, *Metody komputerowe w wybranych zagadnieniach mechaniki konstrukcji*, 3. wyd. Wydawnictwo PK, Kraków, 2010.
- [110] E. Majchrzak i B. Mochnacki, *Metody numeryczne podstawy teoretyczne, aspekty praktyczne i algorytmy*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2004.
- [111] Oficjalna strona firmy Mathworks - twórcy programu Matlab. Dostępne na: <http://www.mathworks.com>. Udostępniono: 01-paź-2015.
- [112] B. Mrozek i M. Zbigniew, *MATLAB i Simulink. Poradnik użytkownika*, 3. wyd. Helion, Gliwice, 2010.
- [113] P. Kłosowski, *Metody numeryczne w mechanice konstrukcji z przykładami w programie Matlab*. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 2011.
- [114] A. Jankowski, *Algorytmy metod numerycznych*, 3. wyd. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 1983.
- [115] T. Kucharski, *Programowanie obliczeń inżynierskich*. Wydawnictwo

- Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 2000.
- [116] P. Krzyżanowski, *Obliczenia inżynierskie i naukowe. Szybkie, skuteczne, efektywne*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2011.
- [117] M. Rucka i W. Krzysztof, *Dynamika budowli z przykładami w środowisku Matlab*, 2. wyd. Gdańsk, 2012.
- [118] E. Szymczyk, *Matlab dla Mechaników*. Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2006.
- [119] S. C. Lent, *Learning to Program with MATLAB: Building GUI Tools*, 1. wyd. University of Notre Dame, USA, 2013.
- [120] S. T. Smith, *MATLAB Advanced GUI Development*. Dog Ear Publishing, 2006.
- [121] Oficjalna strona Centrum Informatycznego Trójmiejskiej Akademickiej Sieci Komputerowej. Dostępne na: <http://task.gda.pl>. Udostępniono: 30-paź-2015.
- [122] J. Kiciński, *Dynamics of rotors and slide bearings (in Polish)*. IMP PAN, Maszyny Przepływowe, Gdańsk, 2005.
- [123] Abaqus, Abaqus Analysis User Manual. Version 6.14-2, 2015.
- [124] Oficjalna strona firmy Dassault Systèmes. Dostępne na: <http://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus>. Udostępniono: 03-paź-2015.
- [125] S. Helwany, *Applied solid mechanics with ABAQUS applications*. John Wiley & Sons, Inc., Mexico, 2007.
- [126] Oficjalna strona firmy produkującej silniki elektryczne. Dostępne na: <http://www.marathonelectric.com>. Udostępniono: 01-luty-2016.
- [127] Oficjalna strona firmy produkującej falowniki. Dostępne na: <https://ls.inverterdrive.com>. Udostępniono: 29-paź-2015.
- [128] Strona firmy produkującej pompy. Dostępne na: <http://shurflo.com>. Udostępniono: 29-paź-2015.
- [129] B. Przysucha, W. Batko, i A. Szelaż, Analysis of the accuracy of uncertainty noise measurement, *Archives of Acoustics*, t. 40, nr 2, ss. 183–189, 2015.
- [130] W. Batko i B. Przysucha, Statistical analysis of the equivalent noise level, *Archives of Acoustics*, t. 39, nr 2, ss. 195–198, 2014.
- [131] R. G. Lyons, *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów*.

- Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, 2010.
- [132] Z. Kotulski i W. Szczepiński, *Rachunek błędów dla inżynierów*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2004.
- [133] R. H. Cannon jr., *Dynamika układów fizycznych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1973.
- [134] T. Uhl, *Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1997.
- [135] G. Żywica i P. Bagiński, Badania modalne układu wirnik-konstrukcja podpierająca na stanowisku badawczym mikrołożysk i mikrowirników. Część I. Wyznaczenie charakterystyk układu podpierającego, Opracowanie wewnętrzne IMP PAN, Nr 890/2012, Gdańsk, 2012.
- [136] N. M. M. Maia, J. M. M. e Silva, J. He, N. A. J. Lieven, R. M. Lin, G. W. Skingle, W.-M. To, i A. P. V. Urgueira, *Theoretical and experimental modal analysis*. John Wiley & Sons Ltd., Baldock, Hertfordshire, England, 1998.
- [137] T. Uhl i W. Lisowski, *Praktyczne problemy analizy modalnej konstrukcji*. Wydawnictwo AGO, Kraków, 1996.
- [138] T. Uhl, Red., *Wybrane zagadnienia analizy modalnej konstrukcji mechanicznych*. Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków, 2006.
- [139] T. Uhl, Red., *Wybrane zagadnienia analizy modalnej konstrukcji mechanicznych*. Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków, 2008.
- [140] W. Cholewa i J. Kiciński, *Diagnostyka techniczna odwrotne modele diagnostyczne*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 1997.
- [141] I. Komorska, *Vibroacoustic diagnostic model of the vehicle drive system*. Publishing House of the Institute for Sustainable Technologies - National Research Institute in Radom, Radom, 2011.
- [142] W. Cholewa, Conditional contradictions in diagnostic knowledge bases, *Zeszyty Naukowe. Ciepłne Maszyny Przepływowe - Turbomachinery*, t. 145, ss. 33–34, 2014.
- [143] W. Cholewa, *Intuitionistic notice boards for expert systems*. Springer, Berlin, 2014.
- [144] J. Lipka, *Wytrzymałość maszyn wirnikowych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1967.
- [145] Ł. Breńkacz, Identification of stiffness, damping and mass coefficients of rotor-bearing system using impulse response method, *Journal of*

- Vibroengineering*, t. 17, nr 5, ss. 2272–2282, 2015.
- [146] R. E. D. Bishop, G. M. L. Gladwell, i S. Michaelson, *Macierzowa analiza drgań*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1972.
- [147] Ł. Breńkacz, Identyfikacja współczynników dynamicznych łożysk z uwzględnieniem niewyważenia wału, *Mechanik*, t. 7, Warszawa, ss. 1–8, 2015.
- [148] PN-93/N-01359 Drgania mechaniczne. Wyważenie wirników sztywnych. Wyznaczanie dopuszczalnego niewyważenia resztkowego. 1993.
- [149] Ł. Breńkacz i G. Żywica, The sensitivity analysis of the method for identification of bearing dynamic coefficients, w *Dynamical Systems: Modelling: Łódź Poland, December 7-10, 2015*, J. Awrejcewicz, Red. Springer International Publishing, Cham, 2016, ss. 81–96.
- [150] A. Muszyńska, *Rotordynamics*. Taylor & Francis Group, LLC, Boca Raton, 2005.
- [151] W. Orłowski i L. Słowański, *Wytrzymałość materiałów przykłady obliczeń*, 3. wyd. Wydawnictwo Arkady, Warszawa, 1978.
- [152] M. E. Niezgodziński i T. Niezgodziński, *Wzory wykresy i tablice wytrzymałościowe*, 9. wyd. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2004.
- [153] Ł. Breńkacz, G. Żywica, i M. Drosińska-Komor, The experimental identification of the dynamic coefficients of two hydrodynamic journal bearings operating at constant rotational speed and under nonlinear conditions, *Polish Maritime Research*, t. 24, nr 96, ss. 108–115, 2017.
- [154] Ł. Breńkacz, G. Żywica, M. Drosińska-Komor, i N. Szewczuk-Krypa, *Dynamical Systems in applications*, nr November. Springer, Cham, 2017.
- [155] Ł. Breńkacz i G. Żywica, Numerical estimation of linear and nonlinear stiffness and damping coefficients of journal hydrodynamic bearings, *Mechanik*, nr 7, ss. 648–649, 2016.
- [156] Ł. Breńkacz i G. Żywica, Comparison of experimentally and numerically determined dynamic coefficients of the hydrodynamic slide bearings operating in the nonlinear rotating system, w *Proceedings of ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, 2017, t. 7A: Struct, ss. 1–12.
- [157] J. Zhou, L. Di, C. Cheng, Y. Xu, i Z. Lin, A rotor unbalance response based approach to the identification of the closed-loop stiffness and damping coefficients of active magnetic bearings, *Mechanical Systems and Signal Processing*, t. 66–67, ss. 665–678, 2016.

Załącznik I

W załączniku tym przedstawione są wyniki badań eksperymentalnych uzupełniające i rozszerzające zawarte w treści monografii.

Widma częstotliwościowe przemieszczeń czopa względem panwi

Sposób tworzenia wykresów opisano w podrozdziale 4.1. Na czterech rysunkach oznaczonych jako rys. zał. 1–4 opisano wyniki przedstawiające 64 widma dla dwóch podpór łożyskowych w kierunkach X i Y , sporządzone dla 16 prędkości obrotowych od 2250 obr/min do 6000 obr/min, z krokiem co 2250 obr/min.

Trajektorie czopa względem panwi

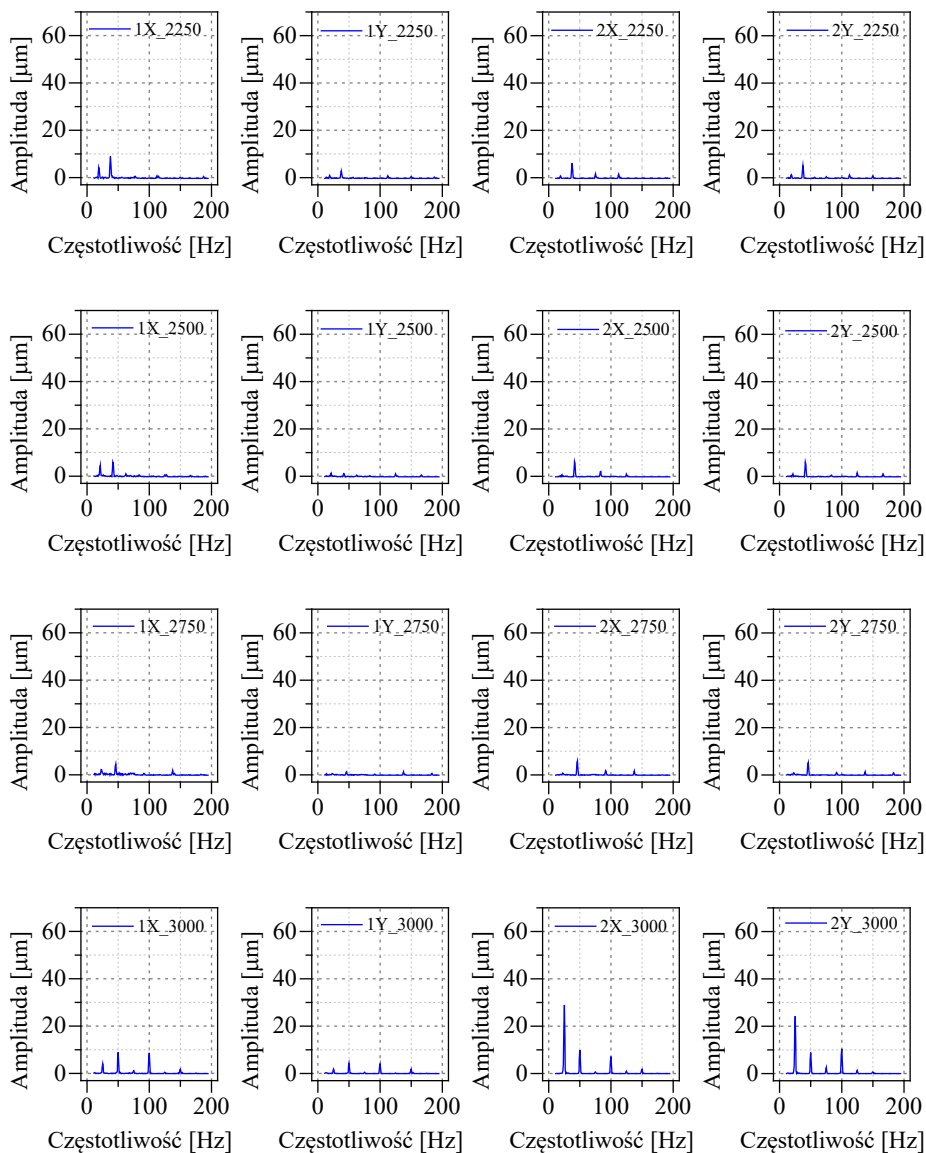
Sposób tworzenia wykresów opisano w rozdziale 4.1. Na rys. zał. 5 i 6 zestawiono 32 wykresy. Każdy z nich przedstawia 12 obrotów wirnika.

Przyspieszenia podpór łożyskowych – drgania podczas rozruchu

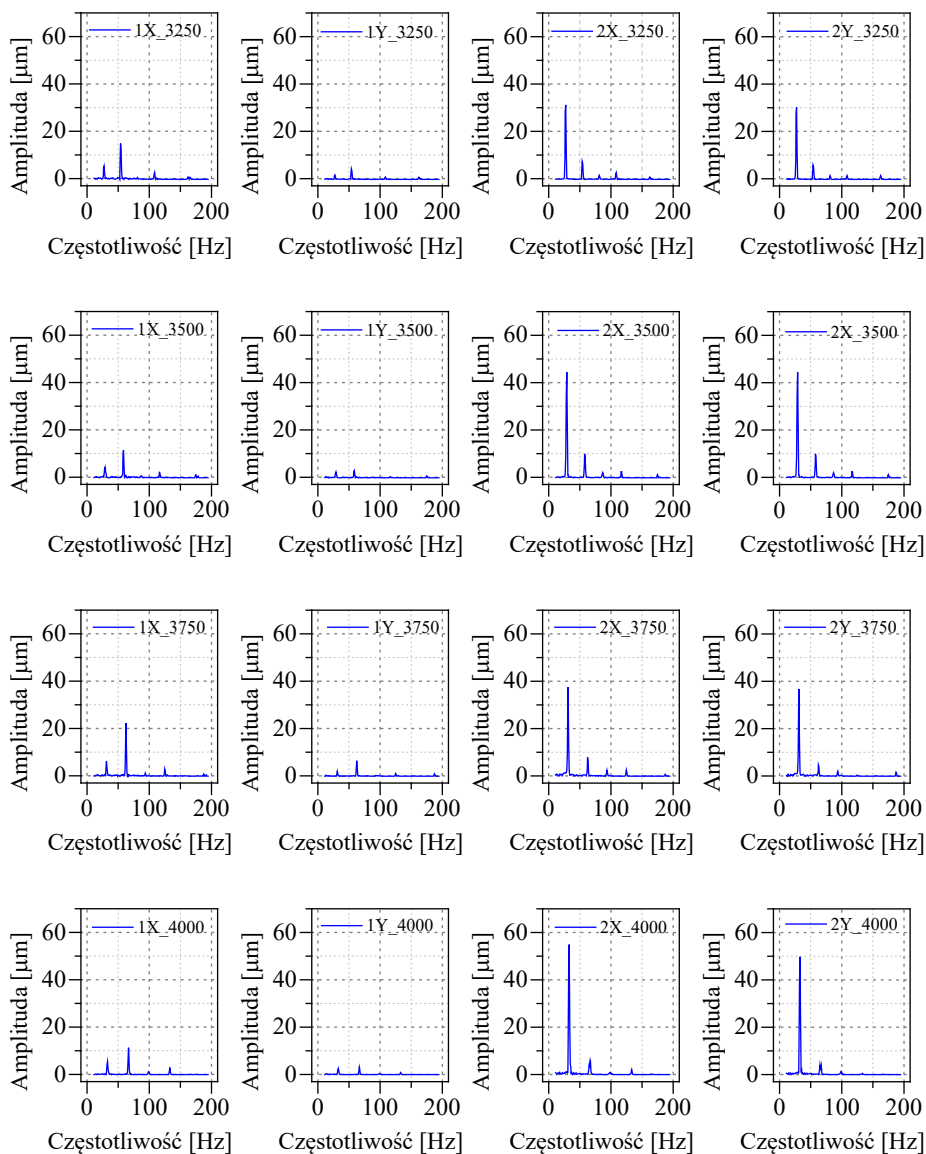
Interpretację wykresów kaskadowych przedstawiono w rozdziale 4.2. Cztery wykresy (rys. zał. 7–10) przedstawiają sygnał zarejestrowany podczas rozbiegu stanowiska laboratoryjnego od 1000 obr/min do 8400 obr/min. Sygnał rejestrowany był za pomocą akcelerometrów umieszczonych w dwóch podporach łożyskowych w kierunkach prostopadłych do osi wału.

Raport z osiowania wirnika

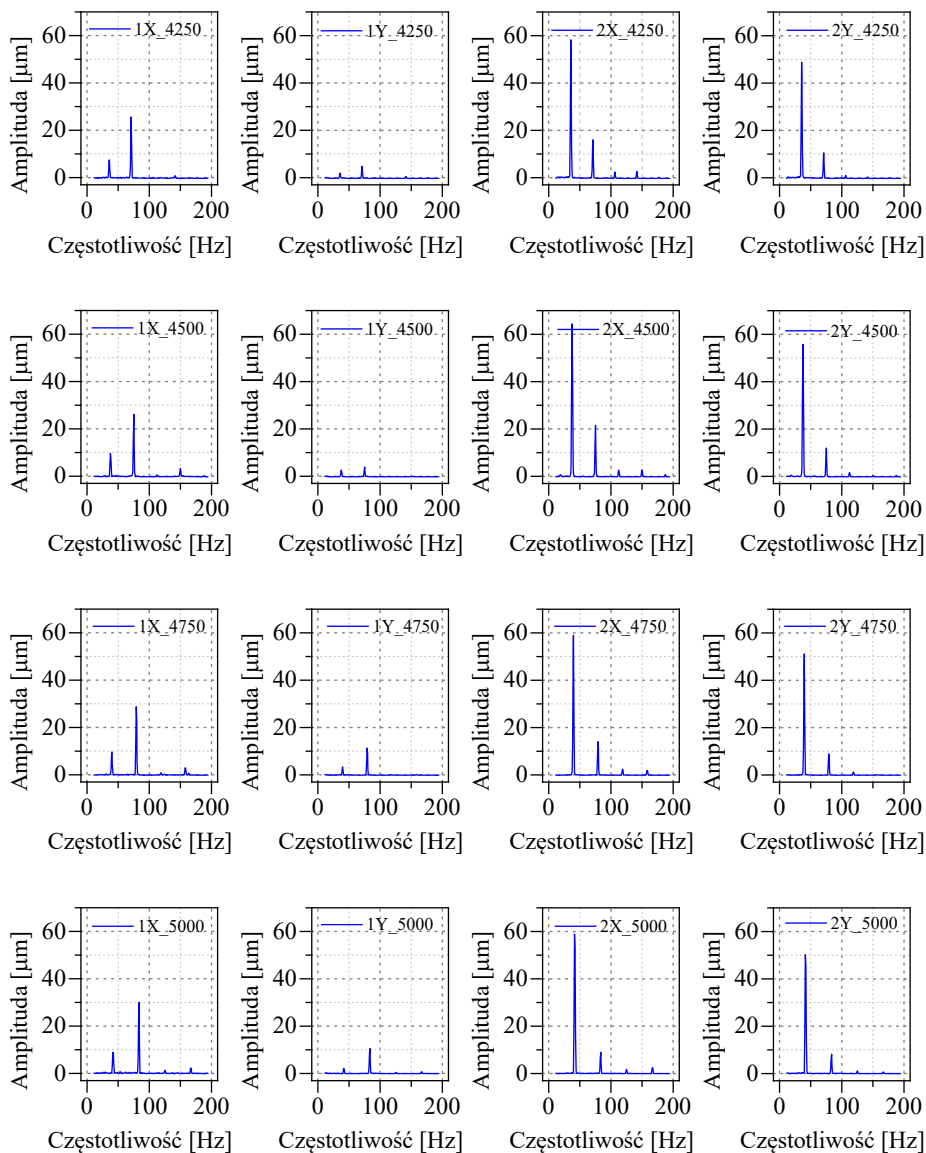
Osiowanie wirnika to jedna z operacji przygotowania stanowiska laboratoryjnego. Proces osiowania opisano w rozdziale 8.3. Wyniki pokazane na rys. zał. 11 i 12 świadczą o spełnieniu normy ISO 1940-1 [83] określającej wymagania drganiowe dotyczące osiowania wirników.



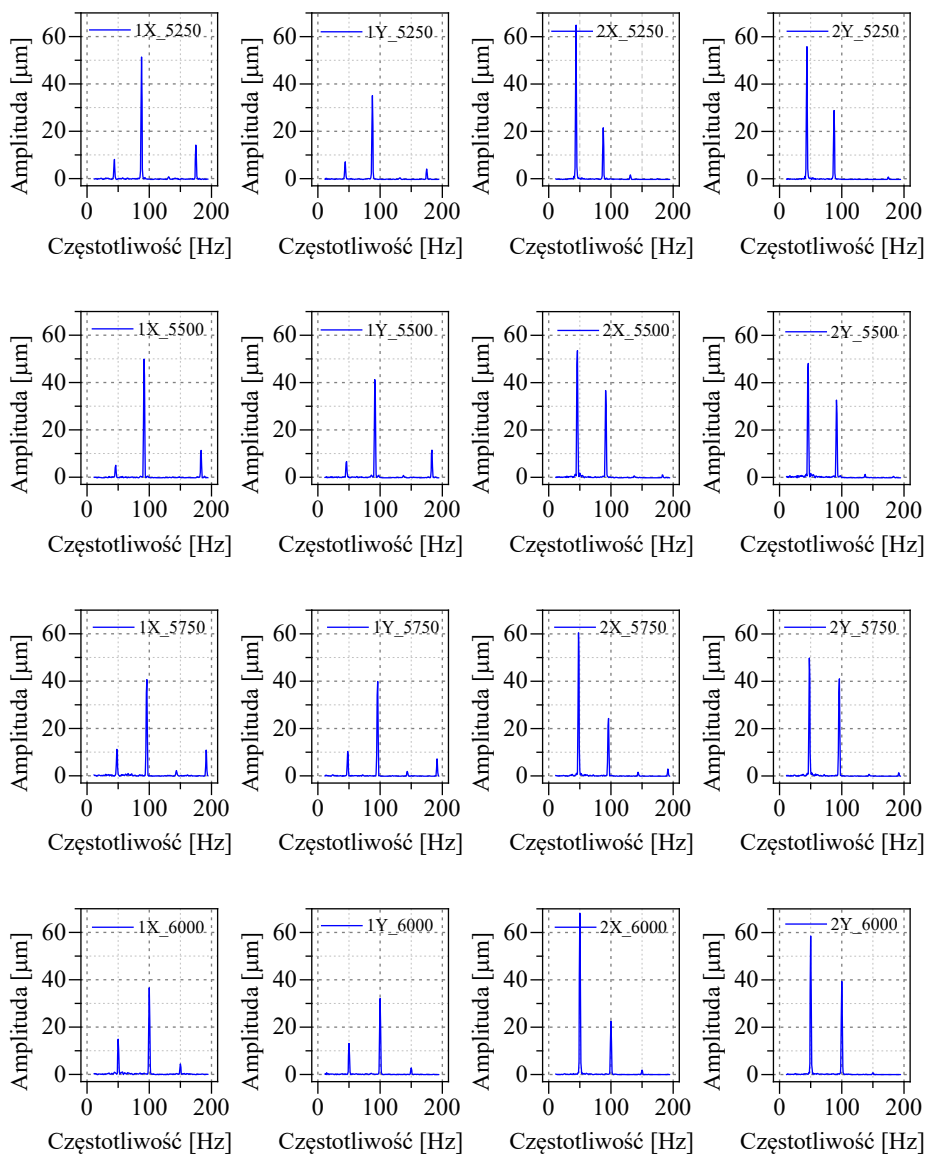
Rys. zał. 1. Widma częstotliwościowe drgań pierwszego i drugiego łożyska w kierunkach X i Y dla prędkości obrotowych 2250–3000 obr/min



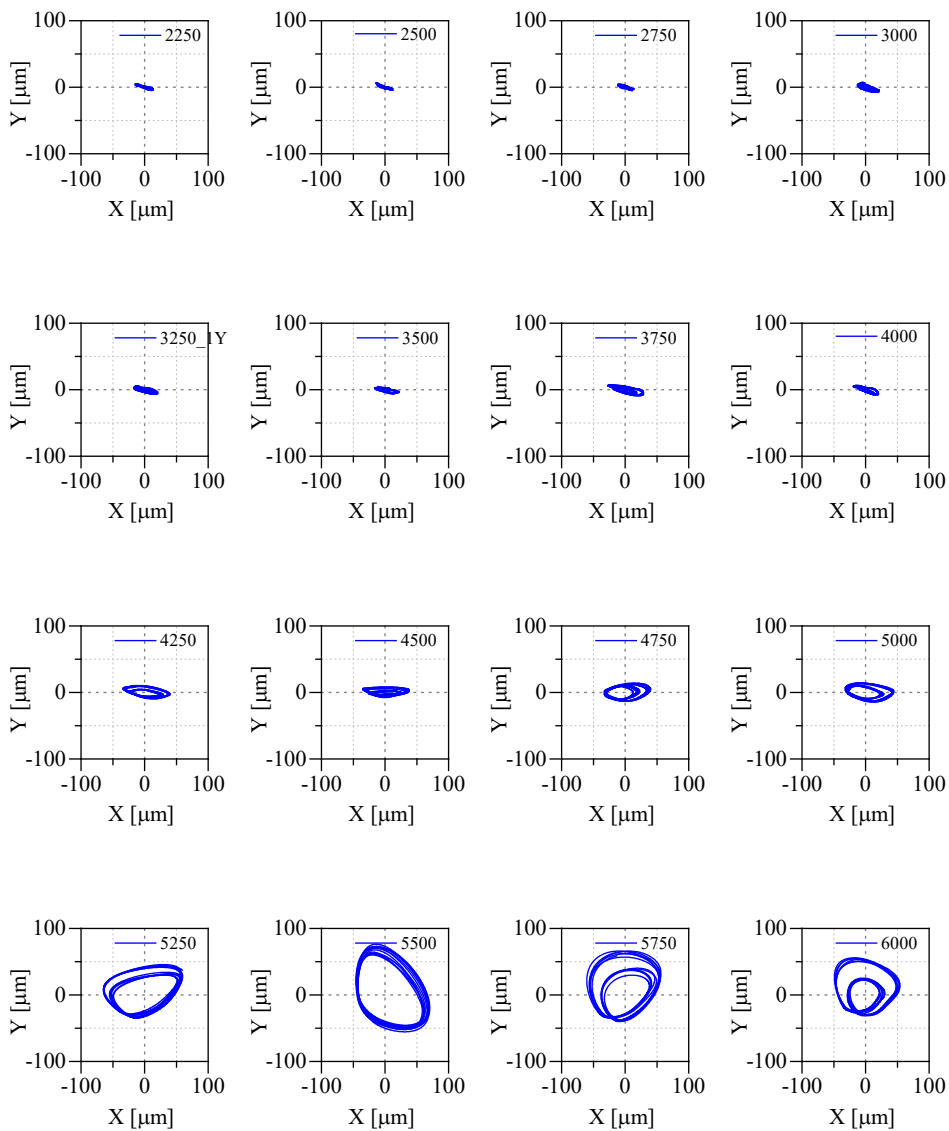
Rys. zał. 2. Widma częstotliwościowe drgań pierwszego i drugiego łożyska w kierunkach X i Y dla prędkości obrotowych 3250–4000 obr/min



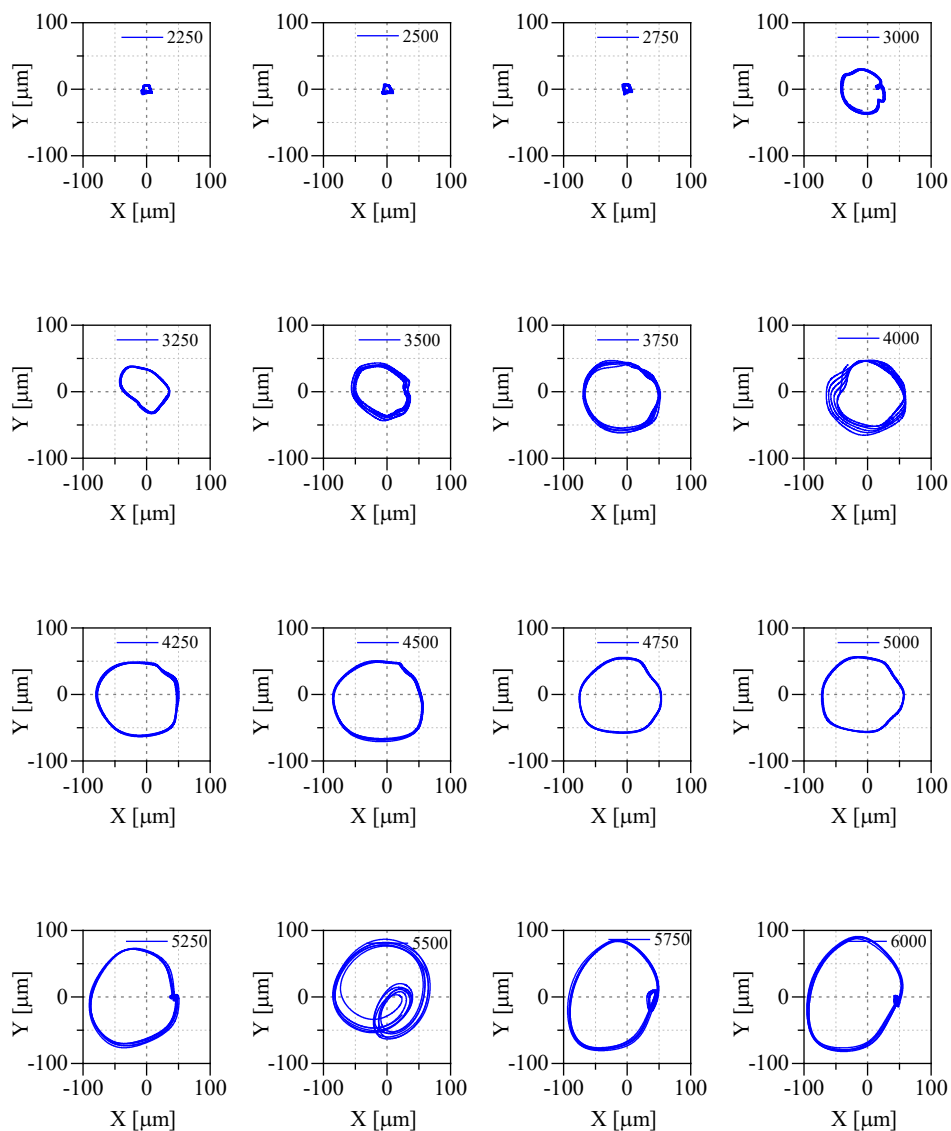
Rys. zał. 3. Widma częstotliwościowe drgań pierwszego i drugiego łożyska w kierunkach X i Y dla prędkości obrotowych 4250–5000 obr/min



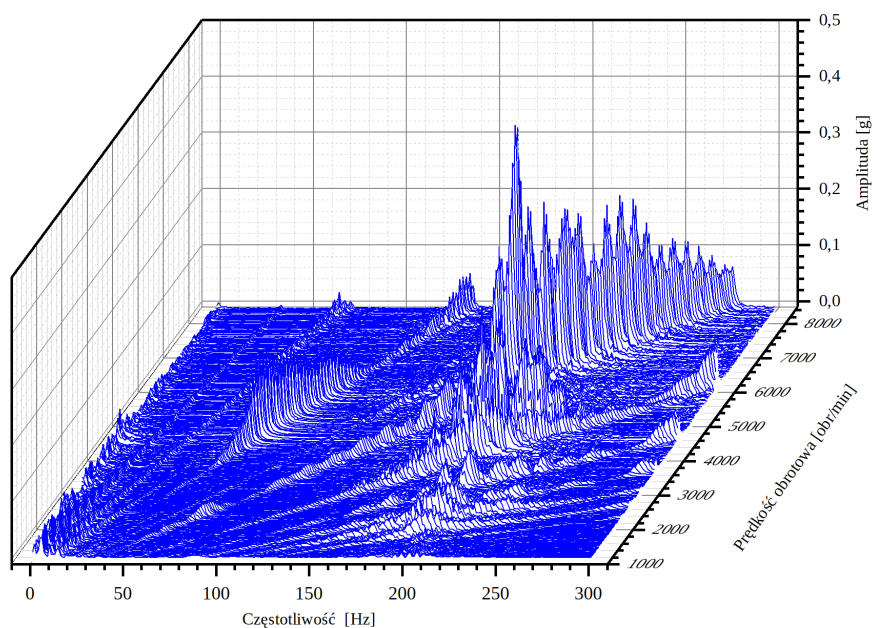
Rys. zał. 4. Widma częstotliwościowe drgań pierwszego i drugiego łożyska w kierunkach X i Y dla prędkości obrotowych 5250–6000 obr/min



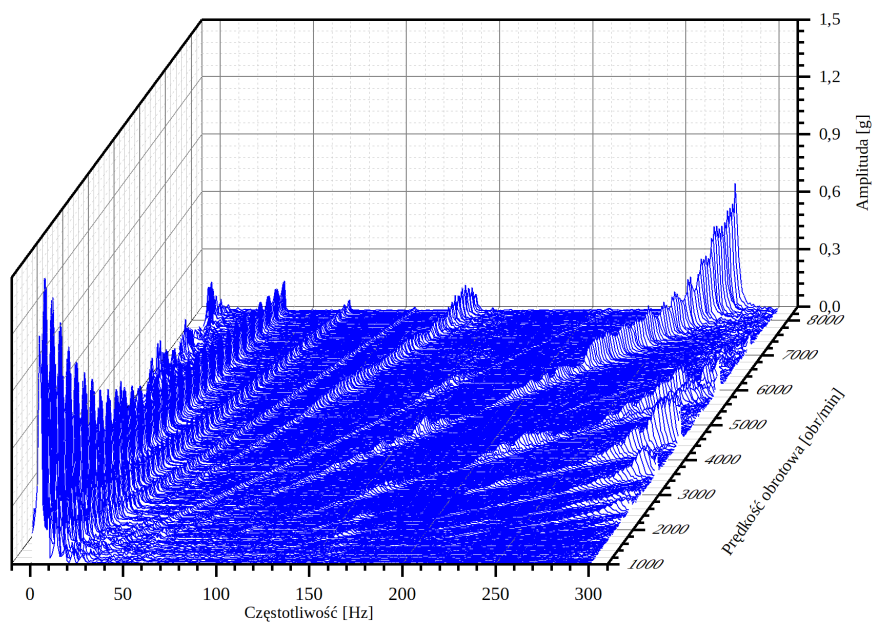
Rys. zał. 5. Trajektorie przemieszczeń pierwszego łożyska dla 16 prędkości obrotowych 2250–6000 obr/min



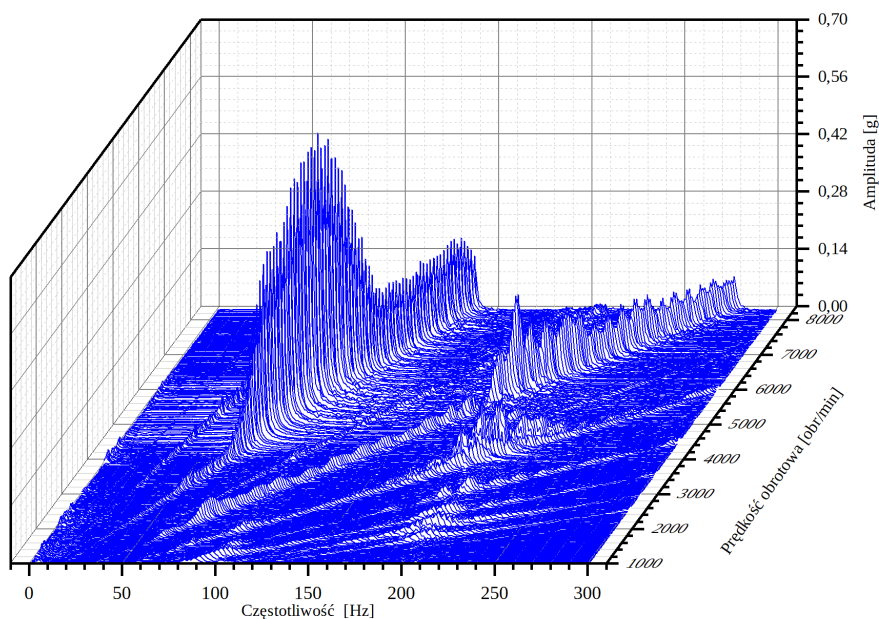
Rys. zał. 6. Trajektorie przemieszczeń drugiego łożyska dla 16 prędkości obrotowych 2250–6000 obr/min



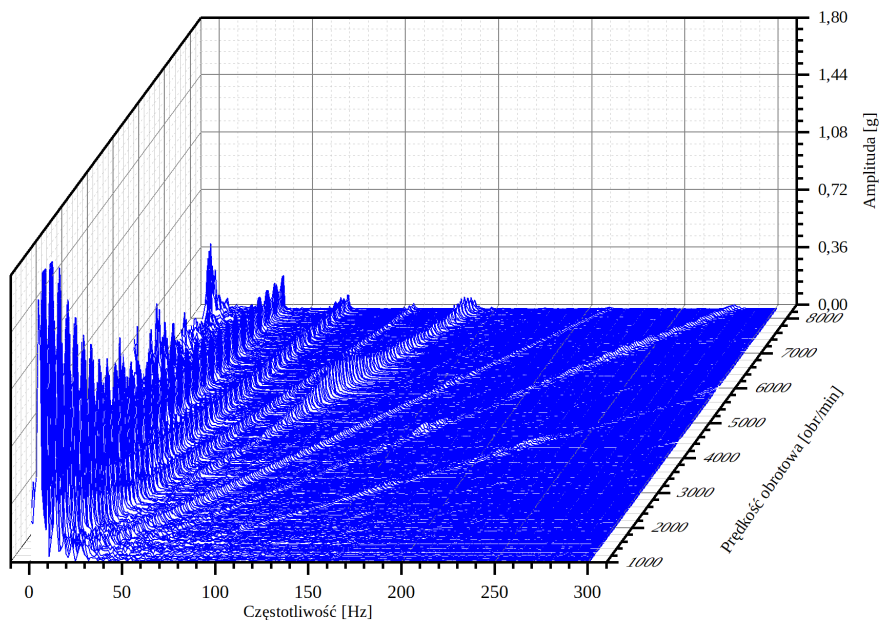
Rys. zał. 7. Wykres kaskadowy przyspieszeń drgającej podpory nr 1 w kierunku X (poziomym)



Rys. zał. 8. Wykres kaskadowy przyspieszeń drgającej podpory nr 1 w kierunku Y



Rys. zał. 9. Wykres kaskadowy przyspieszeń drgającej podpory nr 2 w kierunku X



Rys. zał. 10. Wykres kaskadowy przyspieszeń drgającej podpory nr 2 w kierunku Y

OPTALIGN smart: Osiowanie wałów Raport

Informacje o pliku

Nazwa pliku:

HYDRODYNAMICZNE

Utworzony:

26-06-2015, 16:43:15

Zmierzono:

30-06-2015, 08:57:15

Komentarz:

Opis

Maszyna :

Typ:

Nazwa:

Mocowanie:

Sprzęgło 1:

Silnik

Silnik

Maszyna :

Krótkie/Podatne

WIRNIK

4 łap

Maszyna :

Standard

Wymiary

Maszyna :

Silnik (static)

Wartość: Jednostki:

Sprzęgło 1:

Rozw./Przes.

Średnica sprzęgła:

40 [mm]

Odległość od sensora do środka sprzęgła:

84 [mm]

Odległość do prawej maszyny:

85 [mm]

RPM:

8000 RPM

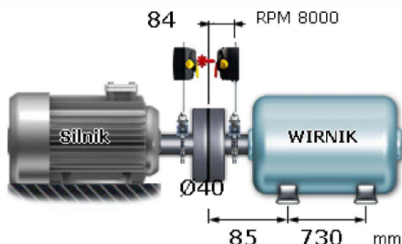
Maszyna :

WIRNIK

Odległość od 1 do 2 łapy

730 [mm]

Odległości



Wyniki

Sprzęgło 1:

Zmierzone - Zadane

Wartość: Jednostki:

Używany czujnik:

Wyniki z Pomiar Multipoint

Pion:

RS5

Rozw.

-0.01 [mm]

Przes.

-0.01 [mm]

Poziom:

Rozw.

-0.00 [mm]

Przes.

-0.00 [mm]

Tolerancja pionowa:

😊

Tolerancja pozioma:

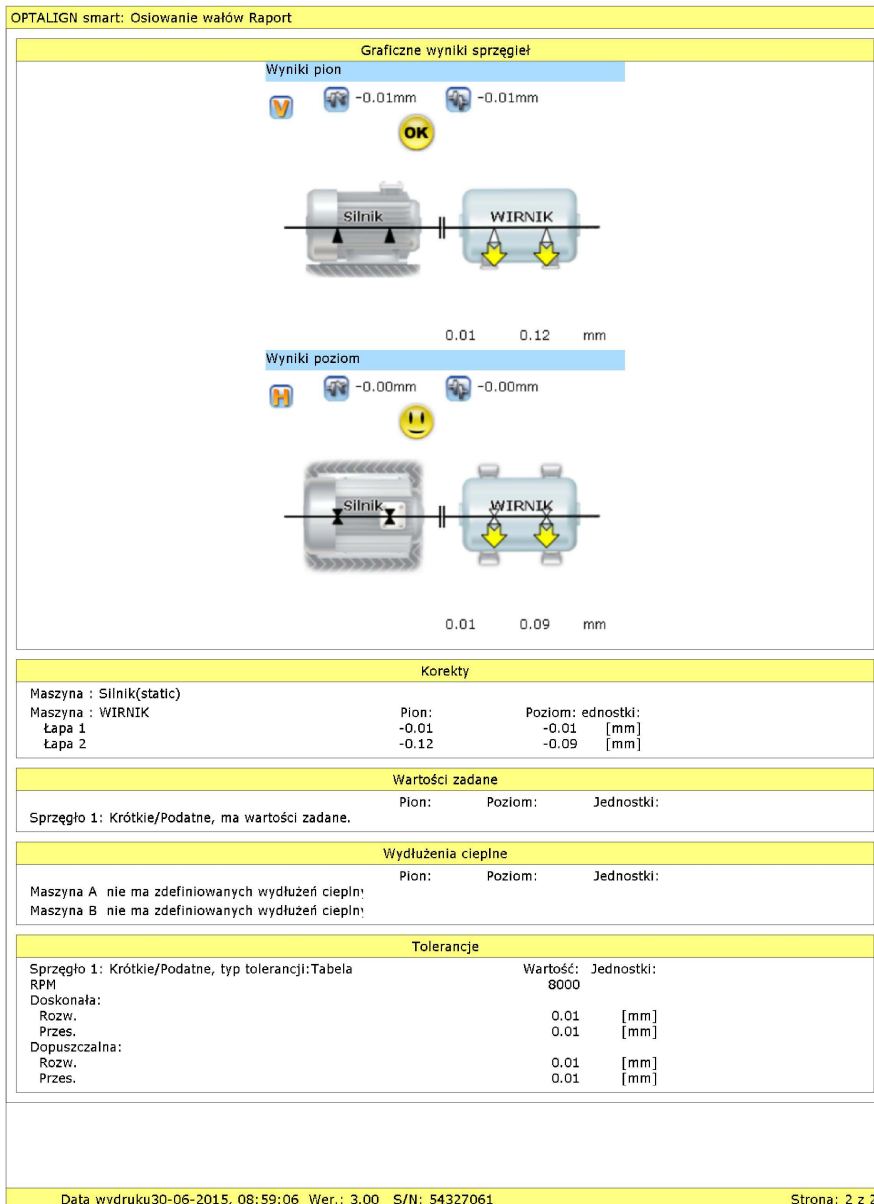
😊

Graficzne wyniki sprzęgieł

Data wydruku30-06-2015, 08:59:06 Wer.: 3.00 S/N: 54327061

Strona: 1 z 2

Rys. zał. 11. Raport z osiowania wirnika – część pierwsza



Rys. zał. 12. Raport z osiowania wirnika – część druga

Załącznik II

Fragmenty kodu źródłowego programu do przetwarzania sygnału z pomiarów

Interfejs graficzny programu i jego podstawowy opis przedstawiono w podrozdziale 8.1. Program Signal służy do wczytywania danych z badań eksperymentalnych, a następnie wybierany zostaje sygnał po wymuszeniu i sygnał referencyjny. Zapisywana zostaje różnica tych sygnałów jako dane wejściowe do kolejnego programu.

Fragmenty kodu źródłowego programu do obliczeń współczynników dynamicznych łożysk na podstawie badań eksperymentalnych

Program Calculation oraz jego interfejs przedstawiono w podrozdziale 8.2. Do programu mogą zostać wczytane dane przygotowane z opisanego wcześniej programu Signal. W programie wykonywane jest wstępne przetwarzanie sygnału opisanego w podrozdziale 8.5 oraz ustalane są parametry analizy współczynników dynamicznych łożysk. Dzięki graficznemu interfejsowi użytkownika możliwe jest wyświetlenie sygnałów na różnych etapach obliczeń oraz wyświetlenie współczynników dynamicznych łożysk.

Fragmenty kodu źródłowego programu do przygotowania danych do obliczania współczynników dynamicznych łożysk.

```
% Kod użyty do analizy FFT w programie MATLAB
Dlugosc_danych = length(daneX); % długość wektora próbek
wejściowych
w = hanning(Dlugosc_danych); % zdefiniowanie okna Hanninga
daneX_w = w'.*daneX; % pomnożenie danych przez okno Han-
ninga
NFFT = 2 ^ nextpow2(Dlugosc_danych); % długość wektora po
operacji FFT
FFTX = fft(daneX_w,NFFT); % Wykonanie FFT
```

```
% deklaracja parametrów filtra
speed = 3250.0; % [obr/min] prędkość obrotowa
poczatekfiltru3250 = ((speed / 60.0)/3.0)-5; % [Hz] począ-
tek filtra
koniecfiltru3250 = ((speed / 60.0)*3.0)+5; % [Hz] koniec
filtra
% filtr środkowoprzepustowy
d3250 = designfilt('bandpassiir','FilterOrder',20, 'HalfPo-
werFrequency1',poczatekfiltru3250,'HalfPowerFrequency2',ko-
niecfiltru3250, 'SampleRate',51200); % projekt filtra
% filtrowanie sygnału
filterstable3250_1X = filtfilt(d3250,stable3250_1X); % ope-
racja filtrowania
```

```
% Odjęcie od sygnału po wymuszeniu sygnału referencyjnego
Xaxis_value3 = floor(pozycja_linii_displace-
ment_X):floor(pozycja_linii_displacement_X_koniec); % okre-
ślenie zakresu danych
dane1XX_all = (dane1XX(floor(pozycja_linii_displace-
ment_X):floor(pozycja_linii_displacement_X_koniec))) -
(dane1XX(floor(pozycja_linii_displacement_X_be-
gin):floor(pozycja_linii_displacement_X_end))); % Operacja
odejmowania sygnałów w dziedzinie czasu
dane2XX_all = (dane2XX(floor(pozycja_linii_displace-
ment_X):floor(pozycja_linii_displacement_X_koniec))) -
(dane2XX(floor(pozycja_linii_displacement_X_be-
gin):floor(pozycja_linii_displacement_X_end))); % Operacja
odejmowania sygnałów w dziedzinie czasu
dane1YX_all = (dane1YX(floor(pozycja_linii_displace-
ment_X):floor(pozycja_linii_displacement_X_koniec))) -
(dane1YX(floor(pozycja_linii_displacement_X_be-
gin):floor(pozycja_linii_displacement_X_end))); % Operacja
odejmowania sygnałów w dziedzinie czasu
```

```
dane2YX_all = (dane2YX(floor(pozycja_linii_displacement_X):floor(pozycja_linii_displacement_X_koniec)) -
(dane2YX(floor(pozycja_linii_displacement_X_begin):floor(pozycja_linii_displacement_X_end))); % Operacja
odejmowania sygnałów w dziedzinie czasu
```

```
% Rysowanie wykresu
set(gcf, 'units', 'centimeters', 'pos', [5 5 figure_width
figure_height])
movegui(hFig, 'center'); % Przesunięcie wykresu na środek
ekranu
set(gcf, 'Color', 'w'); % Ustawienie koloru tła
set(gca, 'Color', 'w'); % Ustawienie tła za osiami układu
współrzędnych
set(gcf, 'Renderer', 'painters'); % Ustawienie drukarki

hTitle = title('Force'); % Tytuł wykresu
hXLabel = xlabel('Time [s]'); % opis poziomej osi wykresu
hYLabel = ylabel('Force [N]'); % opis pionowej osi wykresu
hLegend = legend('Force'); % Podpis legendy

% Ustawienie wielkości i rodzaju czcionki na wykresie
set(gca, 'FontName', '...', 'FontSize', FontSize - 2);
set([hTitle, hXLabel, hYLabel], 'FontName', FontName);
set([hLegend, gca], 'FontSize', FontSize - 2);
set([hXLabel, hYLabel], 'FontSize', FontSize);
set(hTitle, 'FontSize', FontSize, 'FontWeight', 'bold');
```

```
% Rysowanie wykresu w GUI po zaznaczeniu pola checkbox
if Wartosc_checkbox1XX
plot(Xaxis_value, danelXX, 'b');
%Rysowanie linii początkowej części z wymuszeniem
plot([pozycja_linii_displacement_X pozycja_linii_displacement_X], [min(danelXX) max(danelXX)], '-', 'LineWidth', 2, 'color', 'black');
%Rysowanie linii końcowej części z wymuszeniem
plot([pozycja_linii_displacement_X_koniec pozycja_linii_displacement_X_koniec], [min(danelXX) max(danelXX)], '-', 'LineWidth', 2, 'color', 'black');
%Rysowanie linii początkowej wykresu z wzorcowym sygnałem
```

```

plot([pozycja_linii_displacement_X_begin pozycja_linii_dis-
placement_X_end], [min(dane1XX) max(dane1XX)], '-.','Lin-
eWidth', 2, 'color', 'black');
%Rysowanie linii końcowej wykresu z wzorcowym sygnałem
plot([pozycja_linii_displacement_X_end pozycja_linii_dis-
placement_X_end], [min(dane1XX) max(dane1XX)], '-.','Lin-
eWidth', 2, 'color', 'black');
end

```

Fragmenty kodu programu do obliczania współczynników dynamicznych łożysk na podstawie danych eksperymentalnych

```

% Obrót układu współrzędnych
alfa = -pi()/4; % kąt obrotu
% Wzory definiujące przekształcenie układu
sxx1 = dane1XX*cos(alfa)+dane1YX*sin(alfa);
syx1 = -dane1XX*sin(alfa)+dane1YX*cos(alfa);
sxy1 = dane1XY*cos(alfa)+dane1YY*sin(alfa);
syy1 = -dane1XY*sin(alfa)+dane1YY*cos(alfa);
sxx2 = dane2XX*cos(alfa)+dane2YX*sin(alfa);
syx2 = -dane2XX*sin(alfa)+dane2YX*cos(alfa);
sxy2 = dane2XY*cos(alfa)+dane2YY*sin(alfa);
syy2 = -dane2XY*sin(alfa)+dane2YY*cos(alfa);
% przypisanie nowych wartości przemieszczenia (po obrocie
układu współrzędnych)
dane1XX = -sxx1;
dane2XX = -sxx2;
dane1YY = -syy1;
dane2YY = -syy2;
dane1XY = -sxy1;
dane2XY = -sxy2;
dane1YX = -syx1;
dane2YX = -syx2;

```

```

% Operacja Szybkiej transformacji Fouriera (FFT)
WektorProbek=length(daneHX); %długość wektora próbek
NFFT = 2^nextpow2(WektorProbek); % długość wektora próbek
% wykonanie operacji FFT
FFTHX = fft(daneHX,NFFT)*MnozникFFTH/WektorProbek;
FFT1HX = fft(dane1HX,NFFT)*MnozникFFTH/WektorProbek;
FFT1HY = fft(dane1HY,NFFT)*MnozникFFTH/WektorProbek;

```

```

%% Obliczenia sztywności i podatności dla pierwszego łożyska
% Wyznaczanie impedancji krok 1
CCC1 = 0; % Zerowanie zmiennych przed obliczeniami

```

```

CCCTymczasem1 = 0; %Zerowanie przed obliczeniami
DDD1 = 0; %Zerowanie przed obliczeniami
DDDTymczasem1 = 0; %Zerowanie przed obliczeniami

licznikFFT = 1;
CCC1 = [FFT1HX(licznikFFT), 0;
        0, FFT1HY(licznikFFT)] *
        inv([FFT1XX(licznikFFT), FFT1XY(licznikFFT);
             FFT1YX(licznikFFT), FFT1YY(licznikFFT)]);

for licznikFFT = 2:1:Max;
    CCCTymczasem1 = [FFT1HX(licznikFFT), 0;
                    0, FFT1HY(licznikFFT)] *
                    inv([FFT1XX(licznikFFT), FFT1XY(licznik-
FFT);
                        FFT1YX(licznikFFT), FFT1YY(licznikFFT)]);

CCC1 = [CCC1; CCCTymczasem1];
end

%Przekazanie wartości do głównej przestrzeni roboczej
assignin('base', 'CCC1', CCC1)

% Wyznaczanie impedancji krok 2 - wyznaczenie wektorów H
licznikH_poczek = 1;
licznikH_koniec = licznikH_poczek+1;
H1xx = CCC1(licznikH_poczek, 1);
H1xy = CCC1(licznikH_poczek, 2);
H1yx = CCC1(licznikH_koniec, 1);
H1yy = CCC1(licznikH_koniec, 2);

for AlicznikDDD = 2:1:Max;
    licznikH_poczek = licznikH_poczek+2;
    licznikH_koniec = licznikH_koniec+2;

    H1xxTymczasem = CCC1(licznikH_poczek, 1);
    H1xyTymczasem = CCC1(licznikH_poczek, 2);
    H1yxTymczasem = CCC1(licznikH_koniec, 1);
    H1yyTymczasem = CCC1(licznikH_koniec, 2);

    H1xx = [H1xx; H1xxTymczasem];
    H1xy = [H1xy; H1xyTymczasem];
    H1yx = [H1yx; H1yxTymczasem];
    H1yy = [H1yy; H1yyTymczasem];

```

```

end

% Obliczenia podatności dynamicznej 1 krok
licznikDDD_poczatek = 1;
licznikDDD_koniec = licznikDDD_poczatek+1;

DDD1 = (CCC1(licznikDDD_poczatek:licznikDDD_ko-
niec,1:2))^-1;

for licznikDDD = 2:1:Max;
    licznikDDD_poczatek = licznikDDD_poczatek+2;
    licznikDDD_koniec = licznikDDD_koniec+2;

    DDDTymczasem1 = (CCC1(licznikDDD_poczatek:licznikDDD_ko-
niec,1:2))^-1;
    DDD1 = [DDD1; DDDTymczasem1];
end

%Wyznaczanie podatności dynamicznej 2 krok
licznikF_poczatek = 1;
licznikF_koniec = licznikF_poczatek+1;
Flxx = DDD1(licznikF_poczatek, 1);
Flxy = DDD1(licznikF_poczatek, 2);
Flyx = DDD1(licznikF_koniec, 1);
Flyy = DDD1(licznikF_koniec, 2);

for licznikDDD = 2:1:Max;
    licznikF_poczatek = licznikF_poczatek+2;
    licznikF_koniec = licznikF_koniec+2;
    FlxxTymczasem = DDD1(licznikF_poczatek, 1);
    FlxyTymczasem = DDD1(licznikF_poczatek, 2);
    FlyxTymczasem = DDD1(licznikF_koniec, 1);
    FlyyTymczasem = DDD1(licznikF_koniec, 2);

    Flxx = [Flxx;FlxxTymczasem];
    Flxy = [Flxy;FlxyTymczasem];
    Flyx = [Flyx;FlyxTymczasem];
    Flyy = [Flyy;FlyyTymczasem];
end

% Tworzenie macierzy I
i = sqrt(-1);
I = [];
tymczasoweI = [];
for licznikI = Min:1:Max;
    tymczasoweI = [eye(2); eye(2); zeros(2); zeros(2)];
    I = [I;tymczasoweI];
End

```



```
% Tworzenie macierzy A
A = [];
tymczasoweA = [];
for elA = Min:1:Max;
tymczasoweA = [real(DDD1(elA*2-1:elA*2,:))*[1, 0, 0, 0,
-(omega(elA))^2, 0, 0, 0, omega(elA)*i, 0, 0, 0;
0, 1, 0, 0, 0, 0,
-(omega(elA))^2, 0, 0, 0, omega(elA)*i, 0, 0];
real(DDD2(elA*2-1:elA*2,:))*[0, 0, 1, 0, 0,
0, -(omega(elA))^2, 0, 0, 0, omega(elA)*i, 0;
0, 0, 0, 1, 0, 0,
0, 0, -(omega(elA))^2, 0, 0, 0, omega(elA)*i]);
imag(DDD1(elA*2-1:elA*2,:))*[1, 0, 0, 0,
-(omega(elA))^2, 0, 0, 0, omega(elA)*i, 0, 0, 0;
0, 1, 0, 0, 0, 0,
-(omega(elA))^2, 0, 0, 0, omega(elA)*i, 0, 0];
imag(DDD2(elA*2-1:elA*2,:))*[0, 0, 1, 0, 0,
0, -(omega(elA))^2, 0, 0, 0, omega(elA)*i, 0;
0, 0, 0, 1, 0, 0,
0, 0, -(omega(elA))^2, 0, 0, 0, omega(elA)*i]]];
A = [A;tymczasoweA];
end

% Obliczanie macierzy współczynników dynamicznych łożysk
Z = A\I
```


Załącznik III

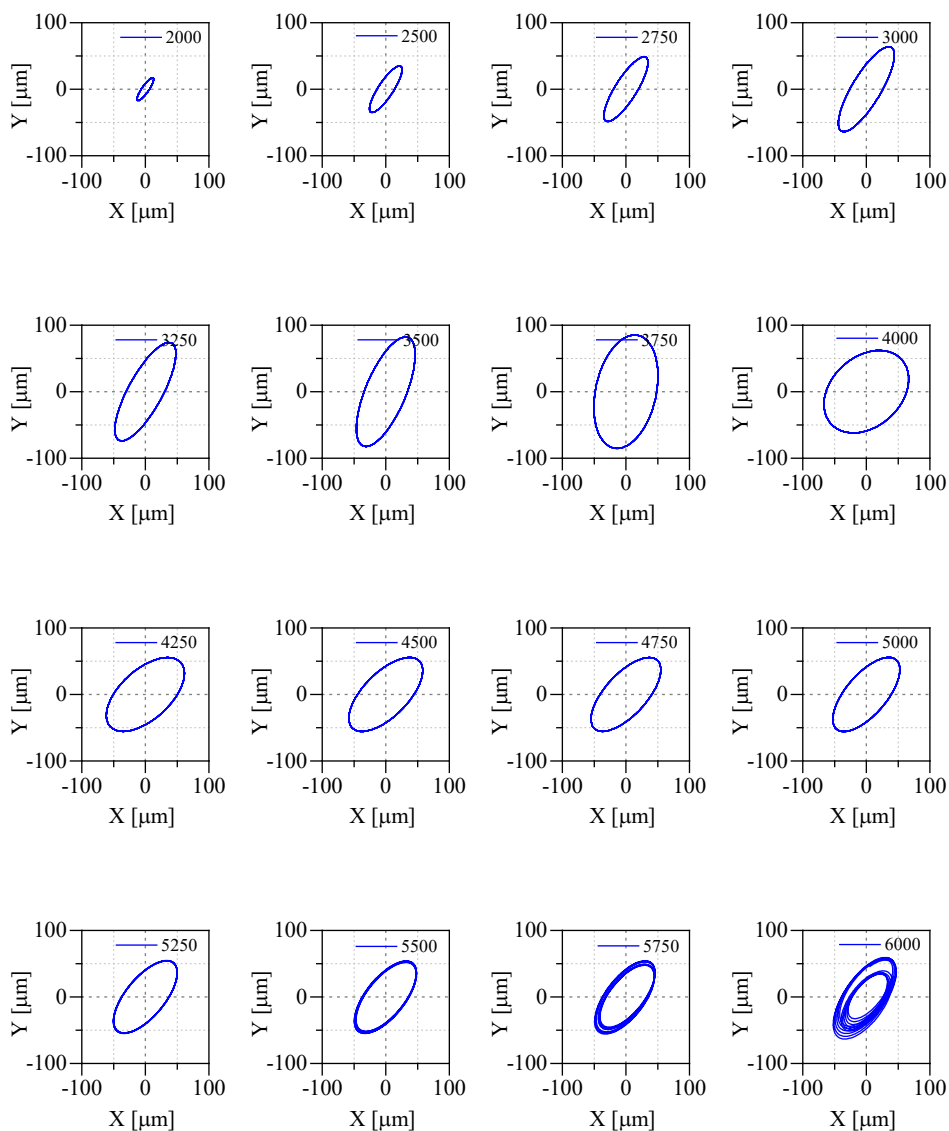
W załączniku tym przedstawione są wyniki obliczeń numerycznych pochodzące z programów KINWIR, LDW oraz NLDW.

Trajektorie czopa obliczone programem KINWIR oraz LDW

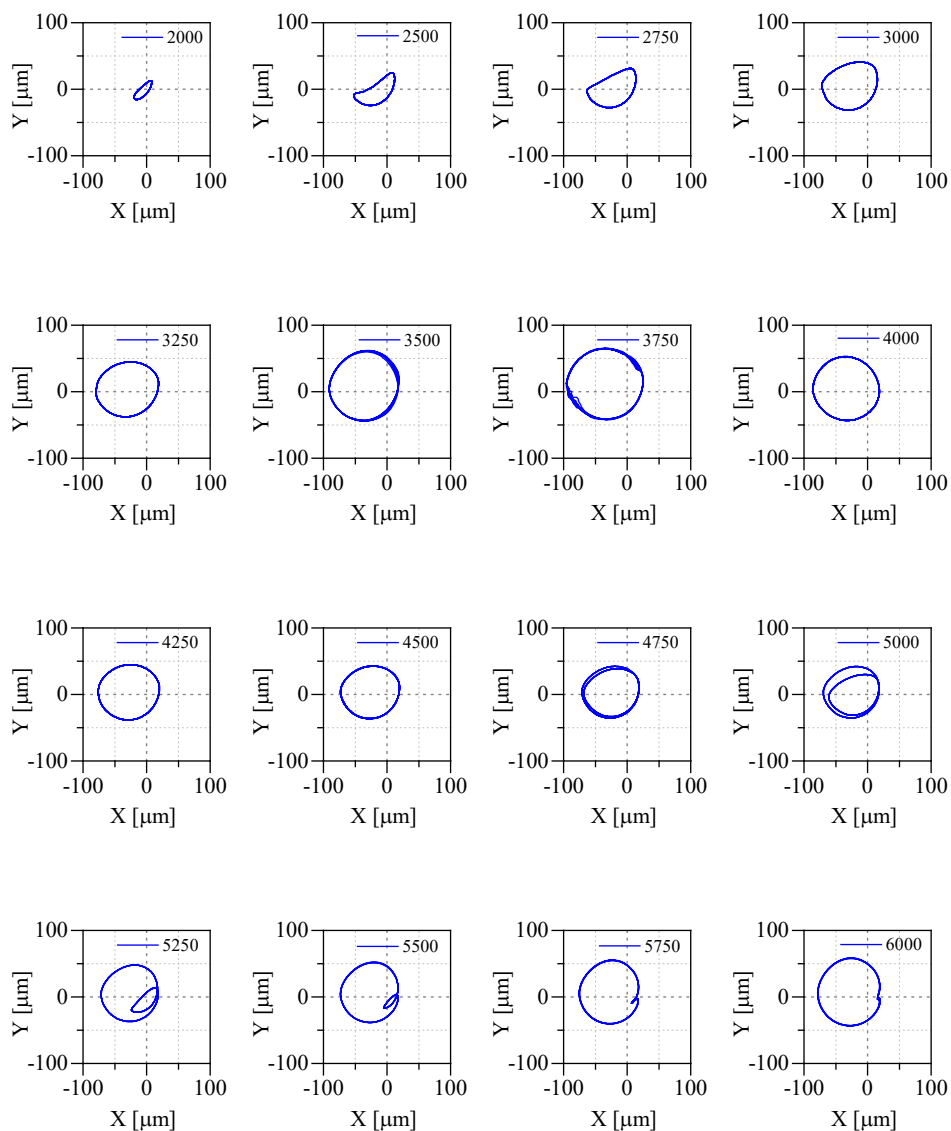
Sposób tworzenia wykresów opisano w rozdziale 8. Na rys. zał. 13 przedstawiono 16 wykresów trajektorii wygenerowanych dla czopa łożyska drugiego dla prędkości obrotowej od 2000 obr/min do 6000 obr/min. Każdy z wykresów pokazuje 12 obrotów wirnika.

Trajektorie czopa obliczone programem NLDW

Sposób tworzenia wykresów opisano w rozdziale 8. Na rys. zał. 15 przedstawiono 16 wykresów trajektorii wygenerowanych dla czopa drugiego łożyska dla prędkości obrotowej od 2000 obr/min do 6000 obr/min. Każdy z wykresów przedstawia 12 obrotów wirnika.



Rys. zał. 13. Trajektorie czopa dla drugiego łożyska obliczone za pomocą algorytmu liniowego na podstawie programów KINWIR oraz LDW



Rys. zał. 14. Trajektorie czopa dla drugiego łożyska obliczone za pomocą algorytmu nieliniowego w programie NLDW

Załącznik IV

Trajektorie wirnika

Trajektorie wirnika można wygenerować poprzez dwa obracające się wektory drgań, każdy powiązany z własnym czujnikiem:

$$\begin{aligned}x &= Ae^{j(\omega t + \alpha)}, \\y &= Be^{j(\omega t + \beta)}.\end{aligned}\tag{zał.1}$$

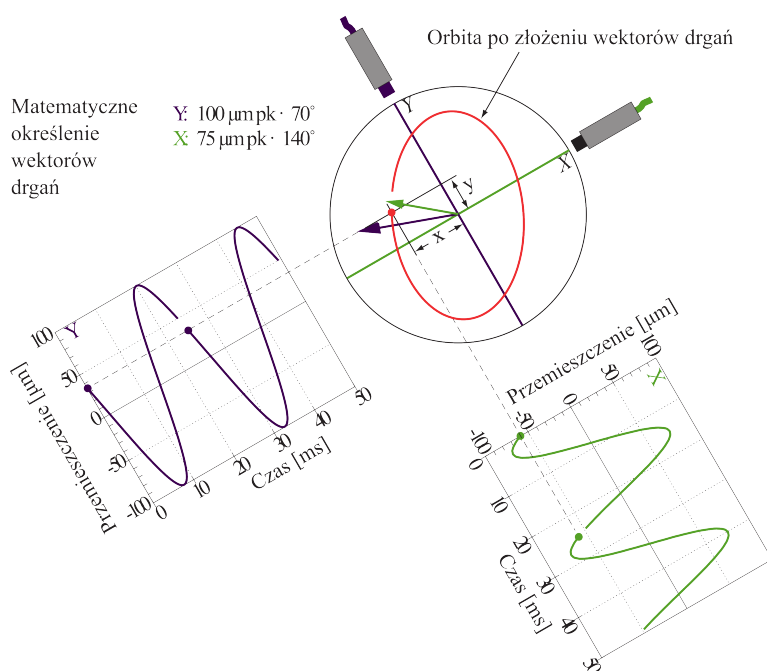
We wzorach powyższych zgodnie z procedurą znajdują się amplitudy i fazy. Należy zauważyć, że każda faza jest odniesiona do czułości przetwornika. W przypadku orbit kołowych amplitudy będą takie same, a faza będzie różna o 90° (różnica ta wynika z innej orientacji przetwornika). Ogólnie rzecz biorąc, orbity nie będą kołowe; amplitudy będą różne, a fazy dwóch wektorów nie będą się różnić o 90° .

Każdy przetwornik i jego wektor istnieją na oddzielnej płaszczyźnie zespolonej; oś rzeczywista na każdej płaszczyźnie jest zgodna z osią przetwornika. Na rys. zał. 15, rzeczywista oś w płaszczyźnie przetwornika X i jej wektor (zielony) oraz rzeczywista oś w płaszczyźnie przetwornika Y i jego wektor (fioletowy) są nakładane w celu wytworzenia odpowiedzi na płaszczyźnie z dwiema osiami rzeczywistymi. Prowadzi to do ważnego wniosku. Ponieważ osie rzeczywiste są zgodne z osiami przetworników, to w dowolnym momencie filtrowane współrzędne fizyczne (x, y) osi wału są częściami rzeczywistymi obracających się wektorów:

$$\begin{aligned}x &= A\cos(\omega t + \alpha), \\y &= B\cos(\omega t + \beta).\end{aligned}\tag{zał.2}$$

Orbita jest uzyskiwana przez obracanie wektorów w kierunku dodatnim (w przyjętym układzie odniesienia jest to od X do Y), niezależnie od kierunku obrotu wału dla każdej wartości czasu.

Bardziej złożone orbity można uzyskać przez dodanie składników orbitalnych, które są filtrowane do różnych częstotliwości, takich jak $1\times + 2\times$ lub $1\times + 2\times + 3\times$. Może to umożliwić konstruowanie złożonych orbit, gdy dostępne są tylko dane wektorowe.



Rys. zał. 15. Orbita zbudowana z wektorów

Wykaz słów kluczowych

akcelerometr	55	niewyważenie resztkowe	89, 90, 114
czujnik wiroprowadowy	55, 68	NLDW	16, 63, 147, 158, 169
demodulator	55	ocena wrażliwości	95
FFT	70, 75, 119	osiowanie wałów	58
GUIDE	62, 109	przenośny kalibrator	55
KINWIR	141, 169	rezonans	73, 83, 127
laserowy tachometr	57	Samcef Rotors	61, 82
MATLAB	62, 71, 109, 157	SCADAS Mobile	55
MESWIR	16, 63, 140	stanowisko laboratoryjne	65, 116
młotek modalny	57, 106, 115	szybka kamera	58, 115
niestabilność hydrodynamiczna..	17, 127, 159	Test.Lab	60, 118
		wykres kaskadowy	75, 192

Seria Monograficzna „Maszyny Przepływowe”

- Tom 1, Jan Madejski, Wymiana ciepła w turbinach cieplnych, 1988.
- Tom 2, Tadeusz Chmielniak, Obiegi termodynamiczne turbin cieplnych, 1988.
- Tom 3, Janusz W. Elsner, Aerodynamika palisad łopatkowych, 1988.
- Tom 4, Tadeusz Chmielniak, Podstawy teorii profilów i palisad łopatkowych, 1989.
- Tom 5, Władysław R. Gundlach, Stefan Czarnecki, B. Kaczan, Wykresy entropowe dla powietrza, spalin i produktów zgazowania węgla, 1990.
- Tom 6, Jerzy Krzyżanowski, Erozja łopatek turbin parowych, 1991.
- Tom 7, Jan Madejski, Traktat o śmigłach, 1991.
- Tom 8, Romuald Puzyrewski, Podstawy teorii maszyn wirnikowych w ujęciu jednowymiarowym, 1992.
- Tom 9, Andrzej Konorski, Zagadnienia termodynamiki pary wilgotnej, 1992.
- Tom 10, Stefan Perycz, Turbiny parowe i gazowe, 1992.
- Tom 11, Zbyszko Kazimierski, Numeryczne wyznaczanie trójwymiarowych przepływów turbulentnych, 1992.
- Tom 12-A, Włodzimierz J. Prosnak, Wprowadzenie do numerycznej mechaniki płynów. Część A: Podstawowe metody numeryczne, 1993.
- Tom 12-B, Włodzimierz J. Prosnak, Maria E. Klonowska, Wprowadzenie do numerycznej mechaniki płynów. Część B: Odwzorowanie konferemne, 1996.
- Tom 12-C, Włodzimierz J. Prosnak, Wprowadzenie do numerycznej mechaniki płynów. Część C: Metody przybliżone rozwiązywania zagadnień różniczkowych zwyczajnych, 1993.
- Tom 13, Zbigniew Kosma, Rozwiązywanie zagadnień przepływowych metodami funkcji sklejaných, 1993.
- Tom 14, Henryk Jarzyna, Wzajemne oddziaływanie kadłuba i pędnika statku, 1993.
- Tom 15, Jan Kiciński, Teoria i badania hydrodynamicznych poprzecznych łożysk ślizgowych, 1994.
- Tom 16, Tadeusz Chmielniak, Przepływy transoniczne, 1994.
- Tom 17, Jarosław Mikielwicz, Modelowanie procesów cieplno-przepływowych, 1995.
- Tom 18, Janusz W. Elsner, Stanisław Drobnik, Metrologia turbulencji przepływów, 1995.

- Tom 19, Zbigniew Kosma, Grafika komputerowa w zagadnieniach maszyn przepływowych, 1996.
- Tom 20, Henryk Jarzyna, Tadeusz Koronowicz, Jan Szantyr, Design of marine propellers. Selected problems, 1996.
- Tom 21, Józef Śmigieński, Niekonwencjonalne metody i urządzenia do pomiaru energii cieplnej i natężenia przepływu, 1996.
- Tom 22-Part I, Sławomir Janecki, Marek Krawczuk, Dynamics of steam turbine rotor blading. Part one: Single blades and packets, 1998.
- Tom 22-Part II, Romuald Rządkowski, Dynamics of steam turbine rotor blading. Part two: Bladed discs, 1998.
- Tom 23, Marian Trela, Jarosław Mikieliewicz, Ruch i wymiana ciepła cienkich warstw cieczy, 1998.
- Tom 24, Jarosław Mikieliewicz, Janusz T. Cieśliński, Niekonwencjonalne urządzenia i systemy konwersji energii, 1999.
- Tom 25, Tadeusz J. Chmielniak, Andrzej Rusin, Kamil Czwiertnia, Turbiny gazowe, 2000.
- Tom 26, Henryk Jarzyna, Niektóre problemy modelowych badań napędowych statków, 2002.
- Tom 27, Eligiusz Mieloszyk, Uogólnione układy dynamiczne w ujęciu rachunku operatorów, 2003.
- Tom 28, Jan Kiciński, Dynamika wirników i łożysk ślizgowych, 2005.
- Tom 29, Romuald Rządkowski, Marek Soliński, Niestacjonarne siły aerodynamiczne działające na wirnik turbiny parowej, 2007.
- Tom 30, Eligiusz Mieloszyk, Nielasyczny rachunek operatorów w zastosowaniu do uogólnionych układów dynamicznych, 2008.
- Tom 31, Józef A. Goliński, Krzysztof J. Jesionek, Siłownie powietrzno-parowe, 2009.
- Tom 32, Teodor Skiepmo, Kompaktowe rekuperatory ciepła i regeneratory, 2012.
- Tom 33, Praca zbiorowa pod kierunkiem Andrzeja Piętaka, Studium możliwości wykorzystania silników o obiegu Stirlinga do kogeneracyjnych agregatów zasilanych biopaliwami, 2013.
- Tom 34, Adam Adamkowski, Przepływy nieustalone cieczy w przewodach zamkniętych, 2013.
- Tom 35, Alicja Krella, Erozja elementów maszyn przepływowych, 2019.
- Tom 36, Piotr Lampart, Straty przepływowe w turbinach cieplnych, 2021.



Wydawnictwo Instytutu Maszyn Przepływowych PAN
Instytut Maszyn Przepływowych im. Roberta Szewalskiego
Polskiej Akademii Nauk ul. J. Fiszer 14, 80-231 Gdańsk
tel. 58 5225141; fax 58 3416144; e-mail: redakcja@imp.gda.pl
<https://www.imp.gda.pl/wydawnictwo-imp-pan/>

Wydanie pierwsze. Nakład 100 egz.
Oddano do druku w kwietniu 2023 r.

Druk i oprawa:
Print Group Sp. z o.o.,
ul. Cukrowa 22, 71-004 Szczecin

IMP
gdańsk
PAN

ISBN 978-83-66928-08-4